

Trabajo ecuaciones diferenciales

Prof: Gustavo Ceballos
Ayudante: Leonardo Jofré

14 de septiembre de 2015

El objetivo de este trabajo es profundizar los conocimientos de la asignatura mediante la investigación sobre sus tópicos. Desarróllelo tomando en cuenta que estos contenidos serán eventualmente evaluados. La cantidad de integrantes es a lo más de dos personas por trabajo.

Problema 1 (Un problema aplicado). Una lancha a motor se mueve en agua calma con velocidad de $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. A plena carrera el motor fue apagado, y después de 20seg la velocidad de la lancha disminuyó hasta $v_1 = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Determinar la velocidad de la lancha a dos minutos después de parar el motor, considerando que la resistencia del agua es proporcional al movimiento de la lancha.

Problema 2 (Función Gamma). La función gamma se define mediante la siguiente integral

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$

con $\alpha > 0$. Demuestre que

$$\mathcal{L}\{t^\alpha\} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{s^{\alpha+1}}$$

Problema 3 (demostración). Demostrar que si $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$ entonces

$$\mathcal{L}\{t^n f(t)\} = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$$

Problema 4 (¿Coeficientes no constantes y Laplace?). Resolver la siguiente ecuación diferencial mediante transformada de Laplace: $y'' - ty' + y = 1$ bajo las condiciones iniciales $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$. Hint: Use la demostración del problema 3.