Prueba solemne 1 ecuaciones diferenciales

Universidad Gabriela Mistral

11 de septiembre de 2015

Problema 1. Resuelva la siguiente ecuación diferencial

$$\left(x^2+y^2\right)dx+\left(x^2-xy\right)dy=0$$

se puede observar por los grados de cada uno de los sumandos de los polinomios que es una ecuación diferencial homogénea.

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{\left(x^2+y^2\right)}{\left(x^2-xy\right)}$$

verificamos que es una ecuación diferencial homogénea con $f(x,y)=-\frac{\left(x^2+y^2\right)}{\left(x^2-xy\right)}$.

$$\begin{aligned}
f(\lambda x,\lambda y) &= -\frac{\left(\lambda^2x^2+\lambda^2y^2\right)}{\left(\lambda^2x^2-\lambda^2xy\right)}\\
f(\lambda x,\lambda y) &= -\frac{\left(x^2+y^2\right)}{\left(x^2-xy\right)}\\
f(\lambda x,\lambda y) &= f(x,y)
\end{aligned}$$

por lo tanto es exacta, luego, mediante la sustitución $y=vx$ con lo que $\frac{dy}{dx}=v+x\frac{dv}{dx}$ y también $f(x,y)=f(x,vx)=f(1,v)$, que luego remplazando.

$$\begin{aligned}
v+x\frac{dv}{dx} &= -\frac{\left(1+v^2\right)}{(1-v)}\\
x\frac{dv}{dx} &= -\frac{\left(1+v^2\right)}{(1-v)}-v\\
x\frac{dv}{dx} &= \frac{1+v}{v-1}\\
\frac{(v-1)}{1+v}dv &= \frac{dx}{x}
\end{aligned}$$

Problema 2. Resuelva la siguiente ecuación diferencial exacta

$$\left(x^3+y^3\right)dx+3xy^2dy=0$$

Problema 3. Resolver $\frac{dy}{dx}=(-5x+y)^2-4$ haciendo la sustitución de variable auxiliar $u=-5x+y$

Problema 4. Resolver la ecuación diferencial llevando a su forma lineal

$$xy' + y = 2x$$