预览输出

题目名称	超现实树
题目类型	传统型
目录	surreal
可执行文件名	surreal
输入文件名	surreal.in
输出文件名	surreal.out
每个测试点时限	1.0 秒
内存限制	512 MB
子任务数目	25
测试点是否等分	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	surreal.cpp

编译选项

对于 C++ 语言	-std=c++11 -O2 -lm

超现实树（surreal）

【题目背景】

下课铃声响起，机房里的两位女生从座位上站起来。

X2：省选前的集训真难熬啊……听课、考试、讲评、补题——对于现在的我来说，即使在梦里想到一道数据结构题，也会不由自主地开始思考吧。

X1：重复训练对我来说似乎并不是什么负担，但我确实感觉到解决题目带来的愉悦感在最近逐渐减弱了。也许我们需要一些精神上的“刺激”：一些不拘泥于繁复技术的智力游戏，来让我们找回对于数学和算法的兴趣。

X2：咦，我好像收到了一封用英文写的短信，似乎是……数学书上的一些片段。

【题目描述】

X1：我来翻译一下短信的内容。

> **定义**：本文所述的树是归纳定义的：单独的结点构成一棵树，以一棵树作为左（或右）孩子可以构成一棵树，以两棵树分别作为左、右孩子也可以构成一棵树。仅由以上规则用有限步生成的所有结构被称为树。

X2：也就是说，这里所说的树是指**非空**、**有根**、**区分左右孩子的二叉树**。

X1：的确如此。接下来书上定义了两棵树的同构。

> **定义**：称两棵树 T, T' 同构，记做 $T \equiv T'$，由以下四条规则定义：
>
> 1. 由单独结点构成的树是彼此同构的；
> 2. 如果两棵树的根节点均只有左子树，并且它们的左子树同构，那么这两棵树是同构的；
> 3. 如果两棵树的根节点均只有右子树，并且它们的右子树同构，那么这两棵树是同构的；
> 4. 如果两棵树的根节点均有左、右子树，并且它们的左、右子树分别对应同构，那么这两棵树是同构的。
>
> 很明显，同构关系构成了所有树上的一个等价关系。为了方便，我们将同构的树看作相同的树。

X2：将同构的树看成相同的树就是说树的结点是彼此相同的。简单地说，两棵树同构当且仅当**他们在结点无标号、区分左右孩子的意义下相同**；我们说两棵树不同，当且仅当它们不同构。

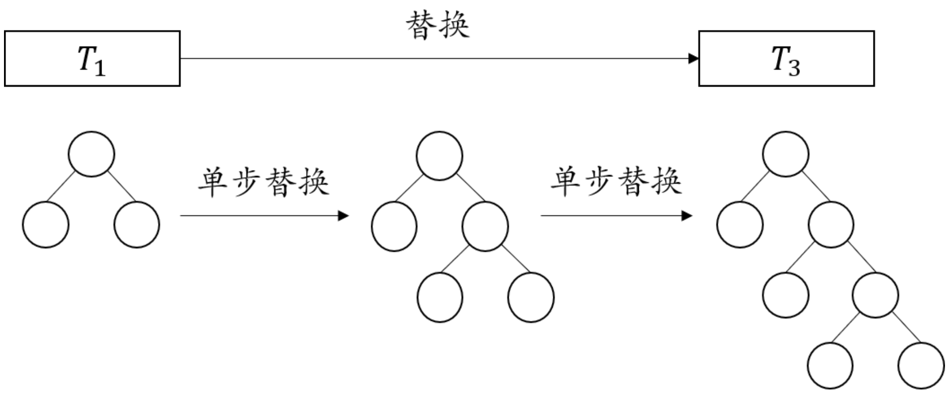
X1：接下来书里定义了树的**叶子**：和通常的定义一样，叶子就是指**没有任何孩子的结点**。

X2：这和我们熟悉的定义完全一致。嘛，数学家真是有点啰嗦……恐怕只有 X3 那种家伙会喜欢这种做派吧。

X1：我倒是对此不太反感——比起基于经验的“直觉”，准确的定义和严谨的证明还是更加让人安心。你看，下一个定义就没有那么直观了。

> **定义**：称一棵树 T **单步替换**成为 T'，如果将 T 的某一**叶子节点**替换为另一棵树 T'' 得到的树与 T' 同构，记做 $T \to T'$；称一棵树 T **替换**成为 T'，记做 $T \to^\star T'$，如果存在自然数 $n \geq 1$ 和树 $T_1, T_2, \ldots, T_n$，使得 $T \equiv T_1 \to T_2 \to \cdots \to T_n \equiv T'$。

X2：我来想想……所谓替换，就是删掉某个叶子结点并在对应的位置放入另一棵树，就像那个叶子结点“长出了”一个更大的子树一样；一棵树替换成为另一棵树，说明它可以经由**零次**、**一次**或**多次**单步替换得到那棵树。我明白了：举例来说，任何一棵树都可以替换成它本身，换言之对于树 T，都有 $T \to^\star T$。下面这个图片也许可以解释单步替换和替换的含义。



X1：你说得对。特别的，任何一棵树都可以替换得到无穷多棵不同的树，并且仅有一个结点构成的树可以替换得到任意其他的树。书上也有定义这样的东西。

> **定义**：对于任何一棵树 T，定义 $\mathrm{grow}(T)$ 表示 T 所能替换构成的树的集合，即 $\mathrm{grow}(T) = \{T' \mid T \to^\star T'\}$。更近一步，如果 $\mathscr{T} = \{T_1, T_2, \ldots, T_n\}$ 是一个树的有限集合，定义 $\mathrm{grow}(\mathscr{T})$ 为所有 $\mathrm{grow}(T_i)$ 的并集，对于 $i = 1, 2, \ldots, n$。即
>
> $$\mathrm{grow}(\mathscr{T}) = \bigcup_{T_i \in \mathscr{T}} \mathrm{grow}(T_i).$$

X2：我们把 $\mathrm{grow}(\mathscr{T})$ 称作树的集合 $\mathscr{T}$ **所生长得到的集合**吧——也就是说，树的集合 $\mathscr{T}$ 所生长得到的集合包含所有可以被某个 $T \in \mathscr{T}$ 替换得到的树。不妨把树的集合叫做**树林**。不太严谨地说，一个树林所生长得到的新树林就是其中所有树、以所有可能的方式生长得到的树林。显而易见，一个非空树林所生长得到的树林都是无穷树林。但这个无穷树林，或者说 $\mathrm{grow}(\mathscr{T})$，并不一定包含所有的树——更进一步，它甚至不一定包含“几乎所有”的树。

X1：让我来补充一下：我们称一个树林是**几乎完备**的（或称**几乎包含了所有的树**），如果仅有有限多的树不在其中。对于一个有限树林 $\mathscr{T}$，$\mathrm{grow}(\mathscr{T})$ 要么包含了所有的树，要么包含了几乎所有的树，要么存在无穷多棵树不在其中。如果这是一道 OI 题，出题人一定会**在样例中给出三种情况的例子**吧。书上的关键定理也用了和我们相同的定义。

> **定理（几乎完备的可判定性）**：一个树的集合是**几乎完备**的，如果仅有有限棵树不在其中。那么，对于一个给定的树的有限集合 $\mathscr{T}$，存在高效的算法判定 $\mathrm{grow}(\mathscr{T})$ 是否是几乎完备的。

X2：这个问题变成一个纯粹的 OI 题目了！让我用我们的语言来重述一下题意：**给定一个有限大小的树林 $\mathscr{T}$，判定 $\mathrm{grow}(\mathscr{T})$ 是否是几乎完备的，即是否仅有有限棵树不能被树林中所包含的树生长得到**。

X1：也就是说，给定一个有限的树的集合 $\mathscr{T}$，判定是否仅有有限个树 T，满足 $T \notin \mathrm{grow}(\mathscr{T})$。所谓 $T \notin \mathrm{grow}(\mathscr{T})$，就是说不存在 $T' \in \mathscr{T}$，使得 $T' \to^\star T$。这和通常的 OI 题目的确非常不同：我甚至没有想到这个问题的一个算法。

X2：我也一样，不过我很久没有感受到这种解决未知问题的冲动了。

【输入格式】

从文件 ***surreal.in*** 中读入数据。

本题有多组测试数据，输入文件的第一行包含一个正整数 N，表示测试数据的组数。接下来包含恰好 N 组测试数据，每组测试数据具有以下的格式：

- 第一行是一个正整数 m，表示树的集合中树的个数。接下来按照以下格式输入 m 棵树：
- 首先是一个正整数 n，表示树中的结点个数，结点编号为 $1, 2, \ldots, n$；
- 接下来 n 行每行两个非负整数，其中第 i 行从左到右包含用空格隔开的 l_i 和 r_i，分别表示 i 号结点左、右孩子结点的编号。如果左（或右）孩子不存在，那么 l_i（或 r_i）为 0。当然，叶结点一定满足 $l_i = r_i = 0$。
- 输入数据保证构成一棵以 1 号结点作为根节点的树。**请注意**：结点的编号只是为了方便输入，任何同构的树都被视为是相同的。
- 所输入的 m 棵树中可能存在彼此同构的树；如果去除这些重复的树（即每种同构的树只留下一个），它们可以构成一个树的集合 $\mathscr{T}$。你需要判定这一树的集合所生长得到的集合 $\mathrm{grow}(\mathscr{T})$ 是否是几乎完备的。

【输出格式】

输出到文件 ***surreal.out*** 中。

输出包含 N 行，分别表示 N 组测试数据的答案。其中，第 i 行输出一个字符串：如果第 i 组测试数据所输入的树的集合所生长得到的集合是几乎完备的（换言之，仅有

有限棵树不能被其生长得到），那么输出 `Almost Complete`；否则输出 `No`。**请注意输出字符串的拼写和大小写。**

【样例 1 输入】

```
1
1
1
0 0
```

【样例 1 输出】

```
Almost Complete
```

【样例 1 解释】

这一样例仅包含一组测试数据，其中树的集合 $\mathscr{T}$ 仅包含一棵由单个结点构成的树。由于单个结点可以删去唯一的叶子节点，一步替换得到任何树，$\mathrm{grow}(\mathscr{T})$ 包含了所有树，自然是几乎完备的。

【样例 2 输入】

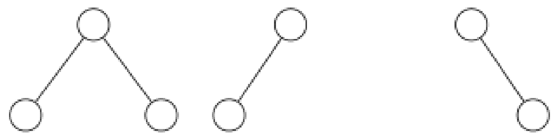
```
1
3
3
2 3
0 0
0 0
2
2 0
0 0
2
0 2
0 0
```

【样例 2 输出】

```
Almost Complete
```

【样例 2 解释】

这一样例仅包含一组测试数据，其中树的集合 $\mathscr{T}$ 包含三棵树，如下图所示。容易发现，仅有单个结点构成的树不在 $\mathrm{grow}(\mathscr{T})$ 中，其包含了几乎所有树，因而是几乎完备的。



【样例 3 输入】

```
1
2
3
2 3
0 0
0 0
2
2 0
0 0
```

【样例 3 输出】

```
No
```

【样例 3 解释】

这一样例仅包含一组测试数据，其中树的集合 $\mathscr{T}$ 包含两棵树。容易发现，对于所有的 $n \geq 2$，包含 n 个结点，每个非叶结点仅有右孩子的链状树都不在 $\mathrm{grow}(\mathscr{T})$ 中，因而存在无穷多棵树不在 $\mathrm{grow}(\mathscr{T})$ 中，$\mathscr{T}$ 不是几乎完备的。

【样例 4】

见选手目录下的 *surreal/surreal4.in* 与 *surreal/surreal4.ans*。

【样例 5】

见选手目录下的 *surreal/surreal5.in* 与 *surreal/surreal5.ans*。

【样例 6】

见选手目录下的 *surreal/surreal6.in* 与 *surreal/surreal6.ans*。

【子任务】

<table>
<tr><th>测试点编号</th><th>N</th><th>$\sum n$</th><th>$\sum m$</th><th>$\max h$</th><th>特殊性质</th></tr>
<tr><td>1</td><td rowspan="9">100</td><td rowspan="3">≤ 1000</td><td rowspan="3">≤ 1000</td><td>≤ 1</td><td>无</td></tr>
<tr><td>2</td><td rowspan="2">≤ 2</td><td rowspan="2">性质 1</td></tr>
<tr><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td><td rowspan="6">≤ 1000000</td><td rowspan="6">≤ 1000000</td><td>≤ 4</td><td>无</td></tr>
<tr><td>5</td><td>≤ 5</td><td>性质 2</td></tr>
<tr><td>6</td><td>≤ 8</td><td>无</td></tr>
<tr><td>7</td><td>≤ 9</td><td>性质 2</td></tr>
<tr><td>8</td><td>≤ 10</td><td>无</td></tr>
<tr><td>9</td><td>≤ 1000000</td><td>性质 3</td></tr>
<tr><td>10</td><td rowspan="7">20</td><td>≤ 1000</td><td>≤ 100</td><td>≤ 1000</td><td rowspan="4">性质 4</td></tr>
<tr><td>11</td><td>≤ 2000</td><td>≤ 2000</td><td>≤ 2000</td></tr>
<tr><td>12</td><td>≤ 100000</td><td>≤ 100000</td><td>≤ 100000</td></tr>
<tr><td>13</td><td>≤ 200000</td><td>≤ 200000</td><td>≤ 200000</td></tr>
<tr><td>14</td><td>≤ 800</td><td>≤ 200</td><td>≤ 800</td><td rowspan="12">无</td></tr>
<tr><td>15</td><td>≤ 1000</td><td>≤ 100</td><td>≤ 1000</td></tr>
<tr><td>16</td><td>≤ 2000</td><td>≤ 2000</td><td>≤ 2000</td></tr>
<tr><td>17</td><td rowspan="9">40</td><td>≤ 300000</td><td>≤ 300000</td><td>≤ 300000</td></tr>
<tr><td>18</td><td>≤ 600000</td><td>≤ 600000</td><td>≤ 600000</td></tr>
<tr><td>19</td><td>≤ 900000</td><td>≤ 900000</td><td>≤ 900000</td></tr>
<tr><td>20</td><td>≤ 1200000</td><td>≤ 1200000</td><td>≤ 1200000</td></tr>
<tr><td>21</td><td>≤ 1500000</td><td>≤ 1500000</td><td>≤ 1500000</td></tr>
<tr><td>22</td><td rowspan="4">≤ 2000000</td><td rowspan="4">≤ 2000000</td><td rowspan="4">≤ 2000000</td></tr>
<tr><td>23</td></tr>
<tr><td>24</td></tr>
<tr><td>25</td></tr>
</table>

全部数据满足：$\sum n \le 2 \times 10^6$，$\sum m \le 2 \times 10^6$，$\max h \le 2 \times 10^6$，$T \le 10^2$。其中，$\sum n$ 表示这一测试点所有测试数据中所出现的所有树的结点个数之和；$\sum m$ 表示这一测试点中所有测试数据中所出现的树的个数；$\max h$ 表示这一测试点中所出现的所有树的最高高度（仅包含一个结点的树高度为 1）。上表中的表项 $\sum n$，$\sum m$ 和 $\max h$ 含义相同，描述了每一组测试点的数据范围。

特殊性质：下面是上表中涉及的四种特殊性质的解释。

- 特殊性质 1：对于这一测试点中的每一组测试数据，都有 $m \le 4$，即树的集合中包括不超过 4 棵树；
- 特殊性质 2：对于这一测试点中的每一组测试数据，树的集合中所有的树具有相

同的高度；

- 特殊性质 3：对于这一测试点中的每一组测试数据，树的集合仅包含链（换言之，每个非叶结点仅包含一个孩子）；
- 特殊性质 4：对于这一测试点中的每一组测试数据，树的集合仅包含满足以下两个条件之一的树：
- 每个非叶结点仅包含一个孩子；
- 恰好有两个叶节点，它们具有相同的父节点，并且除这三个结点外，其余结点均有且仅有一个孩子。