Idea de Final

Profesor: Luis Jesús Trucio Cuevas.

Ayudantes: Jesús Angel Cabrera Labastida,
Hugo Víctor García Martínez.

Conjuntos Abstractos

Los ejercicios de esta sección se deben resolver en la categoría de conjuntos abstractos, $\mathscr{S}$, a menos que se indique lo contrario.

Ej. 1. Pruebe que $\mathscr{S}$ es una categoría balanceada; esto es, para cualquier flecha $f : A \to B$ se tiene que f es isomorfismo si y solo si f es monomorfismo y epimorfismo.

Ej. 2. Sean $\mathscr{C}$ una categoría localamente pequeña y A, B objetos de $\mathscr{C}$. Utilizando el Lema de Grothendieck - Yoneda, demuestre que si $\mathscr{C}(-, A) \cong \mathscr{C}(-, B)$, entonces $A \cong B$.

Ej. 3. Sea $(A \xrightarrow{f} B) \in \mathscr{S}$. Demuestre que f es epimorfismo si y sólo si Ω^f es monomorfismo.

ZFC

Resuelva los siguientes ejercicios utilizando los axiomas de ZFC vistos en clase (Vacío, Extensionalidad, Par, Unión, Esq. de Separación, Potencia, Infinito)

Ej. 4. Demuestra que el enunciado $\varphi \leftrightharpoons \forall x \exists y (x \in y \wedge \forall z \forall w ((z \in w \wedge w \in y) \to z \in y))$ implica el axioma de unión.

Ej. 5. Sea X un conjunto de números naturales. Determine cuáles de las siguientes implicaciones son verdaderas. Justifique con demostración o contraejemplo.

a) Si X es transitivo, entonces X es natural.

b) Si X es no vacío, entonces $\bigcap X = \min_{\in}(X)$.

Ej. 6. Demuestre que hay una biyección entre 3^ω y ω^ω.