

Tarea 1

Álgebra Superior 1, 2025-4

Profesor: Luis Jesús Trucio Cuevas.
Ayudante: Hugo Víctor García Martínez.

Instrucciones. Resuelve los siguientes ejercicios. Esta tarea es individual y deberá ser entregada presencialmente, durante la clase del **lunes 16 de junio**.

Ej. 1 (1 pt) Indica cuáles de las siguientes proposiciones son tautologías o contradicciones. Para aquellas que no sean ninguna de las dos, da una equivalencia lógica que utilicen únicamente los conectivos negación y disyunción.

- | | | |
|------------------------------|---|---|
| i) $\neg(Z \wedge Z)$. | iv) $P \vee (P \wedge Q)$. | vii) $\neg W \wedge W$. |
| ii) $P \rightarrow P$. | v) $B \rightarrow (P \rightarrow B)$. | viii) $(R \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg R)$. |
| iii) $P \wedge (P \vee Q)$. | vi) $(\neg S \wedge ((\neg S) \vee Q)) \leftrightarrow S$. | ix) $K \wedge B$. |

Ej. 2 (1 pt) Escribe fórmulas lógicas (de primer orden) que, a tu criterio, capturen mejor cada una de las siguientes afirmaciones.

- | | |
|---------------------------------|--|
| i) Cada persona viva respira. | iv) No existen estudiantes en Ciudad Universitaria que sean felices. |
| ii) 2 es el único primo par. | v) Todos los peces del acuario de la facultad se aparean con un individuo. |
| iii) Existe un hombre inmortal. | |

Ej. 3 (1 pt) Escribe la negación de las siguientes proposiciones. Si el inciso está en español, da tu respuesta también en español.

- | | | |
|--|--|--|
| i) $P \leftrightarrow Q$. | iv) $\exists x(P(x) \wedge (Q(x) \wedge S(x)))$. | vii) Si x es un número primo y es mayor que 4, n es impar. |
| ii) $\neg P \rightarrow A$. | v) $\forall a(P(a) \rightarrow \exists b(R(a, b)))$. | |
| iii) $B \rightarrow (P \rightarrow B)$. | vi) $\exists b \forall x (\forall y (P(y)) \leftrightarrow (Q(x, y) \wedge R(b)))$ | viii) Hay cierto elemento de A que es real, pero no real. |

Ej. 4 (1 pt) Sea $A := \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$. Para cada $y \in \mathbb{R}$ se define el conjunto $B(y)$ (pues depende de y), como $B(y) := \{x \in \mathbb{R} : |x - y| < 0.15\}$. Utilizando operaciones de conjuntos, escribe en términos de los conjuntos anteriores, la colección cuyos elementos sean:

- i) Todos los enteros menores o iguales a 0.
- ii) Los reales negativos mayores a -0.15 .
- iii) Todos los irracionales cuya distancia a 2 es mayor o igual a 0.15.
- iv) Todos los racionales que distan de algún entero en menos de 0.15.