## Segundo Examen Parcial

Álgebra Superior 1, 2025-4

**Instrucciones.** Resuelve los siguientes ejercicios, se pueden utilizar libremente resultados vistos en clase, siempre y cuando, se indique claramente dónde y cuáles se utilizan.

- **Ej. 1 (2.5 pts)** Demuestra que la relación  $R \subseteq A \times A$  es transitiva si y sólo si  $R^{-1} \circ R = R$ .
- **Ej. 2 (2.5 pts)** Sea  $f: A \to B$  una función. Demuestra que  $A = \bigcup_{b \in B} f^{-1}[\{b\}]$ .
- **Ej. 3 (2.5 pts)** Sean  $f: A \to B$  una función y  $S \subseteq A$ . Demuestra que si f es inyectiva, entonces  $f^{-1}[f[S]] = S$ .
- **Ej. 4 (2.5 pts)** Sean  $f: A \to B y g, h: B \to A$  funciones. Demuestra que si g es inversa izquierda de f y h es inversa derecha de f, entonces g = h.
- **Ej. 5 (+1 pt)** Este ejercicio es opcional y sólo se tomará en cuenta si no hay errores en la solución. Sean X un conjunto y  $g: \emptyset \to X$ . Pruebe que las siguientes condiciones son equivalentes:
  - I) g es biyectiva.
- II) g es sobreyectiva.
- III)  $X = \emptyset$ .

## Segundo Examen Parcial

Álgebra Superior 1, 2025-4

**Instrucciones.** Resuelve los siguientes ejercicios, se pueden utilizar libremente resultados vistos en clase, siempre y cuando, se indique claramente dónde y cuáles se utilizan.

- **Ej. 1 (2.5 pts)** Demuestra que la relación  $R \subseteq A \times A$  es transitiva si y sólo si  $R^{-1} \circ R = R$ .
- **Ej. 2 (2.5 pts)** Sea  $f: A \to B$  una función. Demuestra que  $A = \bigcup_{b \in B} f^{-1}[\{b\}]$ .
- **Ej. 3 (2.5 pts)** Sean  $f: A \to B$  una función y  $S \subseteq A$ . Demuestra que si f es inyectiva, entonces  $f^{-1}[f[S]] = S$ .
- **Ej. 4 (2.5 pts)** Sean  $f: A \to B$  y  $g, h: B \to A$  funciones. Demuestra que si g es inversa izquierda de f y h es inversa derecha de f, entonces g = h.
- **Ej. 5 (+1 pt)** Este ejercicio es opcional y sólo se tomará en cuenta si no hay errores en la solución. Sean X un conjunto y  $g: \emptyset \to X$ . Pruebe que las siguientes condiciones son equivalentes:
  - 1) g es biyectiva.
- II) g es sobrevectiva.
- III)  $X = \emptyset$ .