

Tarea 1

Álgebra Superior 1, 2025-4

Profesor: Luis Jesús Trucio Cuevas.
Ayudante: Hugo Víctor García Martínez.

Instrucciones. Resuelve los siguientes ejercicios. Esta tarea es individual y deberá ser entregada presencialmente, durante la clase del **lunes 16 de junio**.

Ej. 1 (1 pt) Demuestra las siguientes equivalencias lógicas.

i) $\alpha \wedge \alpha \equiv \alpha$.

iv) $\alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$.

ii) $\alpha \wedge (\alpha \vee \beta) \equiv \alpha$.

v) $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$.

iii) $\alpha \vee (\alpha \wedge \beta) \equiv \alpha$.

vi) $\neg\neg\alpha \equiv \alpha$.

Ej. 2 (1 pt) Escribe fórmulas lógicas (de primer orden) que, a tu criterio, capturen mejor cada una de las siguientes afirmaciones.

i) Cada persona viva respira.

iv) No existen estudiantes en Ciudad Universitaria que sean felices.

ii) 2 es el único primo par.

v) Todos los peces del acuario de la facultad se aparean con un individuo.

iii) Existe un hombre inmortal.

Ej. 3 (1 pt) Escribe la negación de las siguientes proposiciones. Si el inciso está en español, da tu respuesta también en español.

i) $\alpha \leftrightarrow \beta$.

iv) $\exists x(P(x) \wedge (Q(x) \wedge S(x)))$.

vii) Si x es un número primo y es mayor que 4, n es impar.

ii) $\neg\alpha \rightarrow \gamma$.

v) $\forall a(P(a) \rightarrow \exists b(R(a, b)))$.

iii) $\gamma \rightarrow (\delta \rightarrow \gamma)$.

vi) $\exists b\forall x(\forall y(P(y)) \leftrightarrow (Q(x, y) \wedge R(b)))$

viii) Hay cierto elemento de A que es real, pero no real.

Ej. 4 (1 pt) Indica cuáles de las siguientes proposiciones son tautologías o contradicciones. Para aquellas que no sean ninguna de las dos, da una equivalencia lógica que utilicen únicamente los conectivos negación y disyunción.

- | | | |
|---|--|--|
| i) $\neg(\gamma \wedge \gamma).$ | iv) $\alpha \vee (\alpha \wedge \beta).$ | vii) $\neg\delta \wedge \delta.$ |
| ii) $\alpha \rightarrow \alpha.$ | v) $\beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta).$ | viii) $(\gamma \rightarrow \eta) \rightarrow (\neg\eta \rightarrow \neg\gamma).$ |
| iii) $\alpha \wedge (\alpha \vee \beta).$ | vi) $(\neg\gamma \wedge ((\neg\gamma) \vee \beta)) \leftrightarrow S.$ | ix) $\beta \wedge \alpha.$ |

Ej. 5 (1 pt) Traduce *solamente cuatro* equivalencias lógicas del **Ejercicio 1** a igualdades entre conjuntos. Posteriormente, demuestra tales igualdades.

Ej. 6 (1 pt) Denotamos por $A \Delta B$ a la diferencia simétrica entre los conjuntos A y B . Demuestra las siguientes propiedades de esta operación.

- | | |
|------------------------------|--|
| i) $A \Delta \emptyset = A.$ | ii) $A \cup B = (A \Delta B) \Delta (A \cap B).$ |
|------------------------------|--|

Ej. 7 (1 pt) Sea $A := \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$. Para cada $y \in \mathbb{R}$ se define el conjunto $B(y)$ (pues depende de y), como $B(y) := \{x \in \mathbb{R} : |x - y| < 0.15\}$. Utilizando operaciones de conjuntos, escribe en términos de los conjuntos anteriores, la colección cuyos elementos sean:

- i) Todos los enteros menores o iguales a 0.
- ii) Los reales negativos mayores a -0.15 .
- iii) Todos los irracionales cuya distancia a 2 es mayor o igual a 0.15.
- iv) Todos los racionales que distan de algún entero en menos de 0.15.