

Tarea 3

Álgebra Superior 1, 2025-4

Profesor: Luis Jesús Trucio Cuevas.
Ayudante: Hugo Víctor García Martínez.

Instrucciones. Resuelve los siguientes ejercicios. Esta tarea es individual y deberá ser entregada presencialmente, durante la clase del **viernes 4 de julio**.

Ej. 1 (2.5 pts) Se dice que una función $h : X \rightarrow Y$ es **constante** si y sólo si para cualesquiera $x, y \in X$ se tiene que $h(x) = h(y)$.

- i) Demuestra que la composición de funciones constantes es una función constante.
- ii) Encuentra dos funciones *no* constantes; $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ y $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, cuya composición (la función $g \circ f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$) sea constante.

Ej. 2 (2.5 pts) En cada inciso, determina si la correspondiente función es inyectiva, sobreyectiva, o biyectiva. Demuestra la conclusión a la que llegaste (es decir, prueba si la función tiene o no la propiedad que se afirma).

- i) $h : \{0, 1, 2\} \rightarrow \{x, y\}$ definida como $h = \{(0, x), (1, x), (2, y)\}$, aquí $x \neq y$.
- ii) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada, para cada $x \in \mathbb{R}$, por $g(x) = 4x + 55$.
- iii) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ dada, para cada $n \in \mathbb{N}$, por $f(n) = \{0, n\}$.

Ej. 3 (2.5 pts) Sean A y B conjuntos arbitrarios y $f : A \rightarrow B$. Demuestra que las siguientes proposiciones son equivalentes:

- i) $\forall X \subseteq A \forall Y \subseteq A (f[X \setminus Y] \subseteq f[X] \setminus f[Y])$.
- ii) $\forall U \subseteq A \forall V \subseteq A (f[U] \cap f[V] \subseteq f[U \cap V])$.

Ej. 4 (2.5 pts) Sean X, Y y A conjuntos tales que $A \subseteq X$ y sea $f : X \rightarrow Y$ cualquier función. Definamos $i : A \rightarrow X$ para cada $a \in A$ como $i(a) = a$. Demuestra que para cualquier subconjunto $B \subseteq Y$ se da la igualdad $(f \circ i)^{-1}[B] = A \cap f^{-1}[B]$.