

# Segundo Examen Parcial

Álgebra Superior 1, 2025-4

**Instrucciones.** Resuelve los siguientes ejercicios, se pueden utilizar libremente resultados vistos en clase, siempre y cuando, se indiquen claramente dónde y cuáles se utilizan.

**Ej. 1 (1 pt)** Sea  $R \subseteq A \times A$  una relación no vacía. Prueba que si  $\text{id}_A \subseteq (A \times A) \setminus R$ , entonces  $R$  no puede ser transitiva y simétrica simultáneamente.

**Ej. 2 (3 pts)** Sea  $f : A \rightarrow B$  una función. Demuestra que  $\bigcap_{b \in B} f^{-1}[B \setminus \{b\}] = \emptyset$ .

**Ej. 3 (3 pts)** Sean  $f : A \rightarrow B$  y  $S \subseteq B$ . Prueba que si  $f$  es sobreyectiva, entonces  $f[f^{-1}[S]] = S$ .

**Ej. 4 (3 pts)** Sean  $f : A \rightarrow B$  y  $g_1, g_2, h : B \rightarrow A$  funciones. Demuestra que si  $g_1$  y  $g_2$  son inversas izquierdas de  $f$  y  $h$  es inversa derecha de  $f$ , entonces  $g_1 = g_2$ .

**Ej. 5 (+1 pt)** Este ejercicio es opcional y sólo se tomará en cuenta si no hay errores en la solución. Sean  $X$  un conjunto y  $g : \emptyset \rightarrow X$ . Pruebe que las siguientes condiciones son equivalentes:

- I)  $g$  es biyectiva.                      II)  $g$  es sobreyectiva.                      III)  $X = \emptyset$ .