

Segundo Examen Parcial

Álgebra Superior 1, 2025-4

Instrucciones. Resuelve los siguientes ejercicios, se pueden utilizar libremente resultados vistos en clase, siempre y cuando, se indique claramente dónde y cuáles se utilizan.

Ej. 1 (2.5 pts) Demuestra que la relación $R \subseteq A \times A$ es transitiva y simétrica si y sólo si $R^{-1} \circ R = R$.

Ej. 2 (2.5 pts) Sea $f : A \rightarrow B$ una función. Demuestra que $A = \bigcup_{b \in B} f^{-1}[\{b\}]$.

Ej. 3 (2.5 pts) Sean $f : A \rightarrow B$ una función y $S \subseteq A$. Demuestra que si f es inyectiva, entonces $f^{-1}[f[S]] = S$.

Ej. 4 (2.5 pts) Sean $f : A \rightarrow B$ y $g, h : B \rightarrow A$ funciones. Demuestra que si g es inversa izquierda de f y h es inversa derecha de f , entonces $g = h$.

Ej. 5 (+1 pt) Este ejercicio es opcional y sólo se tomará en cuenta si no hay errores en la solución.

Sean X un conjunto y $g : \emptyset \rightarrow X$. Pruebe que las siguientes condiciones son equivalentes:

- I) g es biyectiva. II) g es sobreyectiva. III) $X = \emptyset$.

Segundo Examen Parcial

Álgebra Superior 1, 2025-4

Instrucciones. Resuelve los siguientes ejercicios, se pueden utilizar libremente resultados vistos en clase, siempre y cuando, se indique claramente dónde y cuáles se utilizan.

Ej. 1 (2.5 pts) Demuestra que la relación $R \subseteq A \times A$ es transitiva y simétrica si y sólo si $R^{-1} \circ R = R$.

Ej. 2 (2.5 pts) Sea $f : A \rightarrow B$ una función. Demuestra que $A = \bigcup_{b \in B} f^{-1}[\{b\}]$.

Ej. 3 (2.5 pts) Sean $f : A \rightarrow B$ una función y $S \subseteq A$. Demuestra que si f es inyectiva, entonces $f^{-1}[f[S]] = S$.

Ej. 4 (2.5 pts) Sean $f : A \rightarrow B$ y $g, h : B \rightarrow A$ funciones. Demuestra que si g es inversa izquierda de f y h es inversa derecha de f , entonces $g = h$.

Ej. 5 (+1 pt) Este ejercicio es opcional y sólo se tomará en cuenta si no hay errores en la solución.

Sean X un conjunto y $g : \emptyset \rightarrow X$. Pruebe que las siguientes condiciones son equivalentes:

- I) g es biyectiva. II) g es sobreyectiva. III) $X = \emptyset$.