

Segundo Examen Parcial

Álgebra Superior 1, 2025-4

Instrucciones. Resuelve los siguientes ejercicios, se pueden utilizar libremente resultados vistos en clase, siempre y cuando, se indiquen claramente dónde y cuáles se utilizan.

Ej. 1 (1 pt) Sea $R \subseteq A \times A$ una relación no vacía. Prueba que si $\text{id}_A \subseteq (A \times A) \setminus R$, entonces R **no** puede ser transitiva y simétrica simultáneamente.

Ej. 2 (3 pts) Sea $f : A \rightarrow B$ una función. Demuestra que $\bigcap_{b \in B} f^{-1}[B \setminus \{b\}] = \emptyset$.

Ej. 3 (3 pts) Sean $f : A \rightarrow B$ y $S \subseteq B$. Prueba que si f es sobreyectiva, entonces $f[f^{-1}[S]] = S$.

Ej. 4 (3 pts) Sean $f : A \rightarrow B$ y $g_1, g_2, h : B \rightarrow A$ funciones. Demuestra que si g_1 y g_2 son inversas izquierdas de f y h es inversa derecha de f , entonces $g_1 = g_2$.

Ej. 5 (+1 pt) Este ejercicio es opcional y sólo se tomará en cuenta si no hay errores en la solución. Sean X un conjunto y $g : \emptyset \rightarrow X$. Pruebe que las siguientes condiciones son equivalentes:

- I) g es biyectiva. II) g es sobreyectiva. III) $X = \emptyset$.