

Tarea 3

Seminario de Álgebra B

Ejercicio 1 Sean \mathcal{E} un topos, $E, F \in \mathcal{E}$ y $f : E \rightarrow F$ en \mathcal{E} .

- a) Demuestra que el operador cerradura $\overline{(-)} : \text{Sub}(E) \rightarrow \text{Sub}(E)$ es natural en E , es decir, que $f^{-1}(\overline{B}) = \overline{f^{-1}(B)}$.
- b) Si $A, B \in \text{Sub } E$ son tales que $A \subseteq_E B$, entonces $\overline{A} \subseteq_E \overline{B}$.

Ejercicio 2 Sean $A, B \in \text{Sub}(E)$. Muestra que el siguiente diagrama

$$\begin{array}{ccc} A \cap B & \twoheadrightarrow & B \\ \downarrow & & \downarrow \\ A & \twoheadrightarrow & A \cup B \end{array}$$

es un producto y coproducto fibrado.