

13E054VI, 2. domaći zadatak 2023/24

Zaključivanje u (dinamičkim) Bayesovim mrežama

Zadatak 1

Bayesova mreža data je sledećim tabelama uslovnih verovatnoća (TUV):

A	$P(b^- A)$	A	$P(c^- A)$
a^-	0.7	a^-	0.7
a^+	0.2	a^+	0.3

B	$P(d^- B)$	E	$P(f^- E)$
b^-	0.4	e^-	0.4
b^+	0.8	e^+	0.6

E	$P(g^- E)$	$P(a^-) = 0.6$
e^-	0.8	
e^+	0.3	

B	C	$P(e^- B, C)$
b^-	c^-	0.1
b^-	c^+	0.5
b^+	c^-	0.2
b^+	c^+	0.8

- 1) Nacrtati usmereni aciklični graf koji odgovara Bayesovoj mreži impliciranoj datim TUV.
- 2) Proceniti uslovnu verovatnoću $P(c^+ | f^+, g^+)$
 - a) metodom eliminacije,
 - b) uzorkovanjem sa odbacivanjem,
 - c) metodom ponderisanja verodostojnošću (za studente sa parnim brojem indeksa),
 - d) Gibbsovim uzorkovanjem (za studente sa neparnim brojem indeksa).

Za Monte Carlo metode, odabrati i fiksirati veličinu uzorka N , tako da obe metode imaju približno jednake standardne devijacije. $N_r = 100$ puta ponoviti svaku od procedura; dakle, za svaku od metoda treba N_r puta da generišete uzorak od N odbiraka i da na osnovu njega izračunate jednu procenu za $P(c^+ | f^+, g^+)$, čime dobijate N_r različitih procena za svaku od metoda. Prikazati jedan ispod drugog histograme dobijenih procena za svaku od metoda, i na svakom od njih naznačiti srednju vrednost i standardnu devijaciju realizacija, kao i tačnu vrednost dobijenu metodom eliminacije. U izveštaju navesti analitičke izraze za težine i raspodele iz kojih se uzorkuje za svaku od metoda.

Zadatak 2

Pomoću čestičnog filtra¹ treba rekonstruisati putanju kojom se kretao robot. Dostupna su zašumljena merenja rastojanja ρ i ugla θ pod kojim se robot nalazi u odnosu na mernu stanicu. Ova merenja data su u datoteci `observations.csv`, u kojoj prva kolona predstavlja ρ u metrima a druga θ u radijanima. Merenja su vršena sa periodom odabiranja od 1 sekunde. Smatrajte da je merena stanica nepokretna, da je njenim položajem definisan koordinatni početak referentnog koordinatnog sistema, i da se objekat kreće u ravni.

Apriorna raspodela. Početni položaj robota nije poznat ali znamo da su početne koordinate $x[-1]$ i $y[-1]$ po apsolutnoj vrednosti manje od 2. Početni pravac kretanja (ugao vektora brzine u xy -koordinatnom sistemu) nije poznat.

Model kretanja. Intenzitet vektora brzine objekta iznosi 0.5 m/s i konstantan je. Pravac kretanja se može promeniti u diskretnim trenucima, koji se poklapaju sa trenucima merenja (aproksimirati ove promene kao trenutne). Verovatnoća da robot promeni pravac vektora brzine linearno raste sa vremenom proteklom od poslednje promene pravca. Ako je u trenutku t pravac promenjen, verovatnoća da bude promenjen u $t + 1$ je 0.2. Ukoliko nije promenjen u $t + 1$, verovatnoća da bude promenjen u $t + 2$ je 0.4. Konačno, ako ni u jednoj od prethodne 4 iteracije nije bilo promene, u $t + 5$ će pravac sigurno biti promenjen. U trenucima kada se pravac menja, razlika između novog i prethodnog ugla ima uniformnu raspodelu na intervalu $[-\pi/6, \pi/6]$.

Model merenja. Šum merenja rastojanja ima normalnu raspodelu. Njegova standardna devijacija je 0.3 m ako se robot kreće duž tangente kružnice sa centrom u mernoj stanici, i linearno raste do 0.6 m sa porastom intenziteta komponente brzine u pravcu potega koji spaja robota i mernu stanicu, tako da je standardna devijacija maksimalna kada se robot kreće pravo ka mernoj

¹Pošto su sva merenja data unapred, ovde bismo mogli koristiti i izgladivanje, ali dovoljno je da zadatak rešite pomoću standardnog filtriranja.

stanici ili pravo od nje. Šum merenja ugla θ ima Laplace-ovu raspodelu sa konstantnom standardnom devijacijom od $\pi/36$. Obe raspodele imaju nultu srednju vrednost, i međusobno su nezavisne.

Grafici. Prikažite pozicije 100 najtežih čestica u xy -koordinatnom sistemu nakon težinjenja na osnovu prvog uzetog merenja. Naznačite njihove težine, recimo veličinom ili transparentnošću markera. Na istom grafiku prikažite i samo merenje. Prikažite isti ovaj grafik nakon drugog merenja, za filtre sa i bez reuzorkovanja². Prikažite grafike izmerenih i estimiranih ρ i θ tokom vremena, sa naznačenim 2σ -intervalima poverenja za estimacije. Prikažite izmerenu i estimiranu putanju objekta u xy -koordinatnom sistemu.

Izveštaj

Izveštaj (pdf, docx ili html) i prateći kod (Python ili Matlab/Octave) treba da predate putem platforme MS Teams. Upustvo za predaju zadatka putem MS Teams-a možete naći ovde. Ne zaboravite da kliknete na **Turn in!**

²Reuzorkovanje izostavite samo za ovaj grafik; za sve ostale koristite filter sa reuzorkovanjem.