

Prvi domaći zadatak

Ljubica Vujović
Profesor: Predrag Tadić
Statistička klasifikacija signala

Oktobar 2017

1 Pseudoinverzija

Pseudoinverzija je metod kojim se može analitički odrediti vektor koji minimizira kvadratnu kriterijumsku funkciju. Za zadate podatke iz tekstualnog fajla, dobijeni su parametri:

$$\theta_1 = -10.61262592$$

$$\theta_2 = 6.90359569$$

Na slici je prikazani odbirci i regresiona linija dobijena ovom metodom.

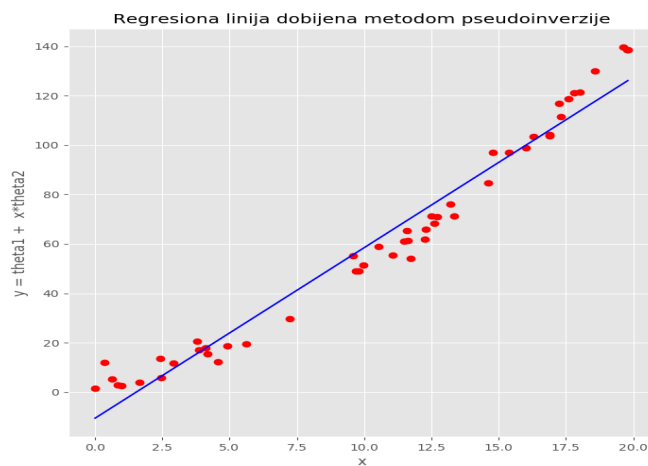


Figure 1: *Regresiona linija dobijena pseudoinverzijom*

2 Šaržni gradijentni spust

Šaržni gradijenti spust je metod kojim se numerički mogu odrediti parametri θ koji minimizuju određenu kriterijumsku funkciju tako što se vrši kretanje u prostoru parametara u smeru smanjenja gradijenta. Ovom metodom nakon 5000 iteracija dobijeni su parametri:

$$\theta_1 = -10.5903471$$

$$\theta_2 = 6.90200184$$

Na slici je prikazano kako se menja kriterijumska funkcija kroz iteracije. Očekivanje da će da se porastom iteracija, rešenje dobijeno numeričkim putem približava analitičkom rešenju. Potencijalni problemi sa ovom metodom javljaju se usled neadekvatnog koraka α . Ovaj korak određuje koliko se pomeramo u prostoru parametra θ u jednoj iteraciji. U zavisnosti od toga kakva je kriterijumska funkcija i koliko brzo želimo da idemo ka minimumu funkcije kao i koliko rezoluciju rešenja želimo, biraju se različiti koraci. U ovom slučaju α uzima vrednost 0.0001 a dobijena je isprobavanjem različitih vrednosti.

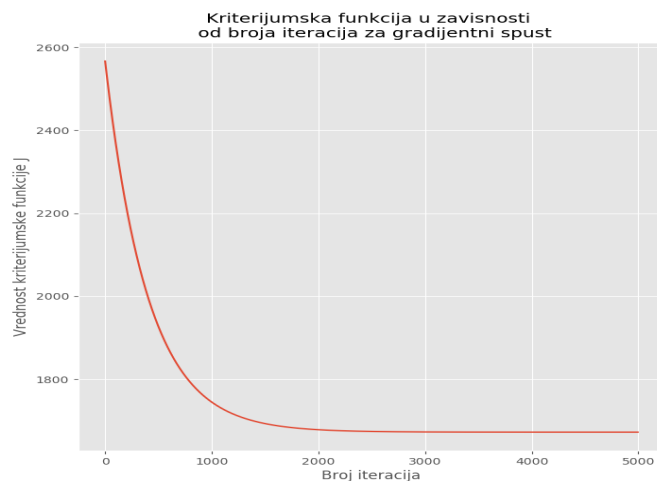


Figure 2: *Kriterijumska funkcija u zavisnosti od broja iteracije*

Ovom metodom direktno idemo ka minimumu funkcije, što se može videti i na sledećem grafiku.

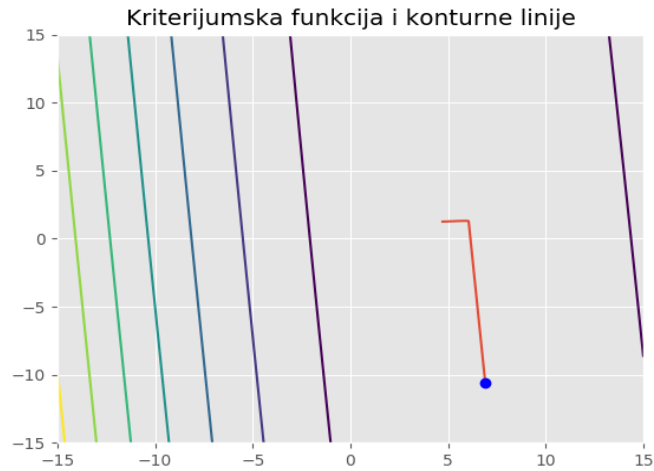


Figure 3: *Konture za šaržni gradijent*

3 Stohastički gradijentni spust

U slučaju velikog broja odbiraka, često nam je bitna brzina. Zato umesto da obradjujemo sve odbirke, postoje varijante gradijentnog metoda koje obradjuju određen broj ili čak jedan odbirak. Ove metode ne moraju ići u pravcu najbržeg smanjivanja gradijenta, ali mogu biti znatno brže nego procesiranje celog seta podataka. Na slici je prikazana kriterijumska funkcija u zavisnosti od broja iteracija:

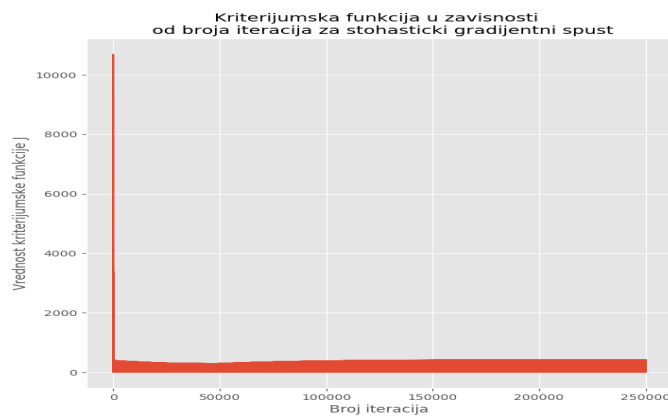


Figure 4: *Kriterijumska kriva za stohastički gradijent*

Uočavamo da postoje oscilacije, odnosno da se kriterijumska funkcija ne spušta monotono kao u prethodnom slučaju već ima blage poraste i padove, ali ukupan trend prati trend prvog grafika.

Na sledećoj slici, vidimo kretanje u prostoru parametara i krajnje rešenje obeleženo plavom tačkom.

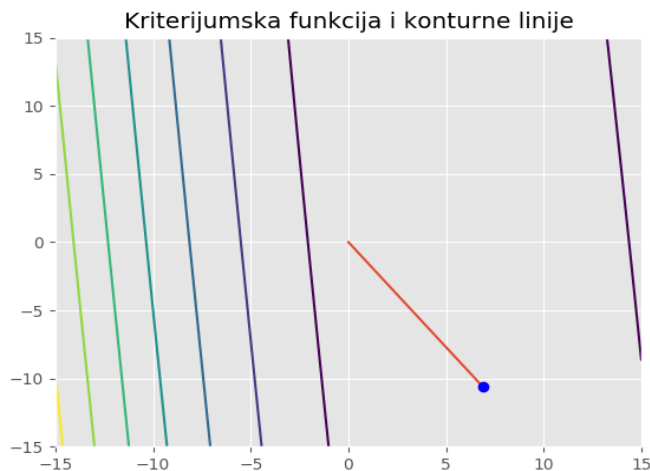


Figure 5: *Kontura za stohastički gradijent*

Parametri dobijeni ovim metodom nakon 5000 iteracija korakom učenja od 0.0001 su:

$$\begin{aligned}\theta_1 &= -10.6209999 \\ \theta_2 &= 6.87237021\end{aligned}$$

4 Lokalno ponderisana linearna regresija

Metod lokalno ponderisane linearne regresije omogućava "povećavanje važnosti" određenog odbirka, uvodjenjem težinskih koeficijenata u kriterijumsku funkciju. Menjajući faktor τ možemo uticati na težine. Smanjivanje ovog faktora dovodi do finog podešavanja regresione krive koje u krajnjem slučaju rezultuje preobučavanjem, dok povećanjem ovaj metod postaje zapravo klasična pseudoinverzija.

Na slici su prikazane klasifikacione linije za različite vrednosti parametara τ .

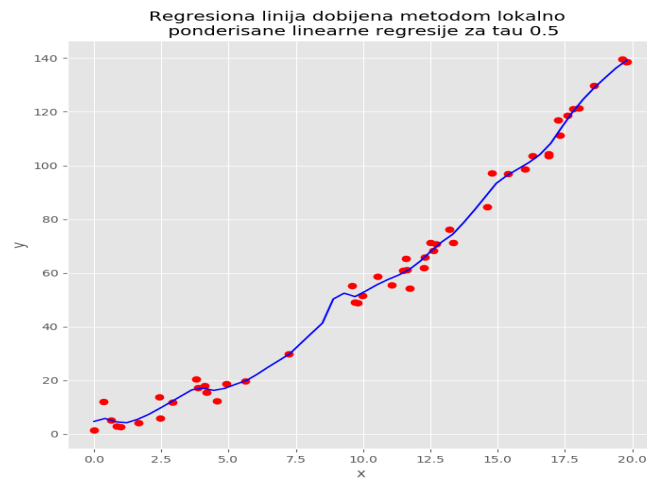


Figure 6: *Regresiona linija za $\tau = 0.5$*

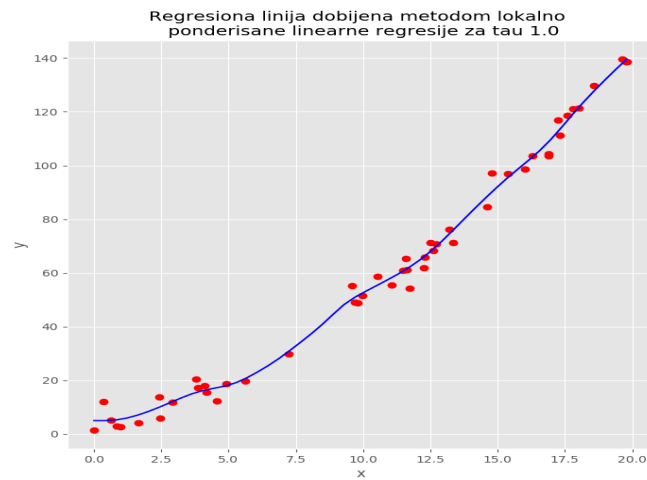


Figure 7: *Regresiona linija za $\tau = 1$*

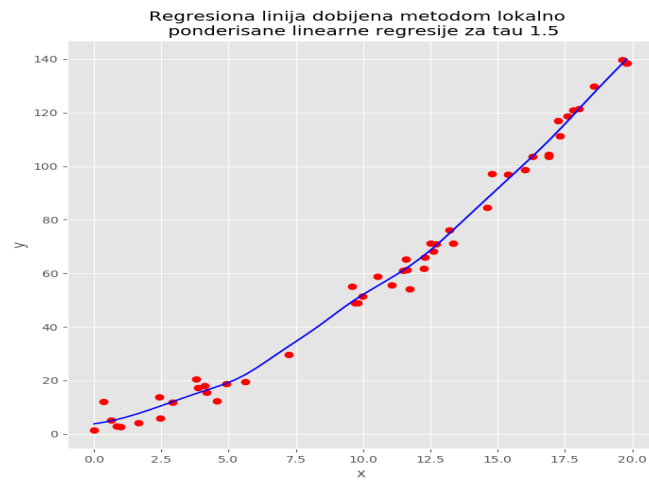


Figure 8: *Regresiona linija za $\tau = 1.5$*

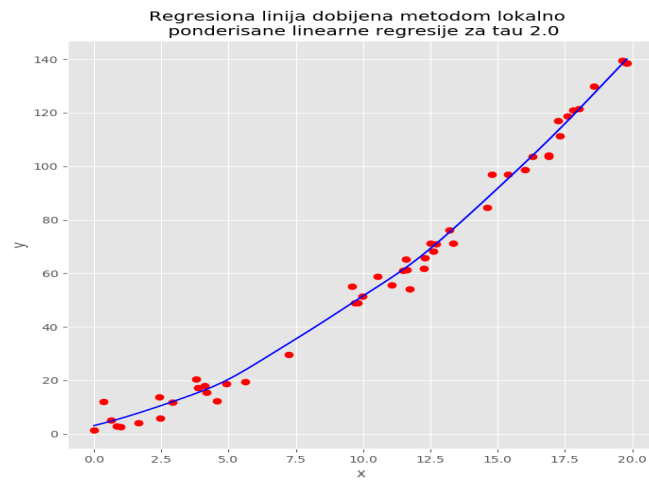


Figure 9: *Regresiona linija za $\tau = 2$*