六、（10 分）在 R^4 中，向量 α 在基：$\alpha_1=(1,1,0,0),\alpha_2=(0,1,1,0),\alpha_3=(0,0,1,1),\alpha_4=(1,0,0,1)$，下的坐标为 $(2,3,1,2)$；求 α 在基：$\beta_1=(1,2,0,0),\beta_2=(0,2,3,0),\beta_3=(0,0,2,4),\ \ \beta_4=(3,0,0,2)$ 下的坐标。

七、（15分）设有方程组 $\begin{cases} x_1+3x_2+x_3=0 \\ 3x_1+2x_2+3x_3=-1 \\ -x_1+4x_2+mx_3=k \end{cases}$，问 m,k 为何值时，方程组有唯一解？无解？有无穷多解？在有无穷多解时，求出一般解。

八、（15 分）用正交变换化二次型 $f=x_1^2+x_2^2+2x_3^2-2x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3$ 为标准形，写出所用正交变换及 f 的标准形，并指出 f 是否为正定二次型。

九、（7 分）设向量 β 可由向量组 $\alpha_1,\cdots,\alpha_r$ 线性表出，但不能由 $\alpha_1,\cdots,\alpha_{r-1}$ 线性表出，证明：向量组 $U:\alpha_1,\cdots,\alpha_r$ 与向量组 $V:\alpha_1,\cdots,\alpha_{r-1},\beta$ 等价。

十、（5 分）设有实二次型 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=X^TAX$，式中 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}, A=(a_{ij})_{n\times n}$，并设 A 的最小特征值为 λ_1，最大特征值为 λ_2，试求在附加条件 $x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2=R^2$（$R$ 为实数）之下，$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 的最小值与最大值。