

1993年第2届全国大学生数学建模竞赛

A题 非线性交调的频率设计

如果以非线性器件的输入 $u(t)$ 与输出 $y(t)$ 的关系是 $y(t) = u(t) + u^2(t)$ (其中 t 是时间), 那么当输入是包含频率 f_1, f_2 的信号 $u(t) = \cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t$ 时, 输出 $y(t)$ 中不仅包含输入信号 f_1, f_2 , 而且还会出现 $2f_1, f_1 \pm f_2$ 等新的频率成分, 这些新的频率称为交调, 如果交调出现在原有频率 f_1, f_2 的附近, 就会形成噪声干扰, 因此工程设计中对交调的出现有一定的要求.

现有一 SCS (非线性) 系统, 其输入输出关系由如下一组数据给出:

输入 u	0	5	10	20	30	40	50	60	80
输出 y	0	2.25	6.80	20.15	35.70	56.40	75.10	87.85	98.50

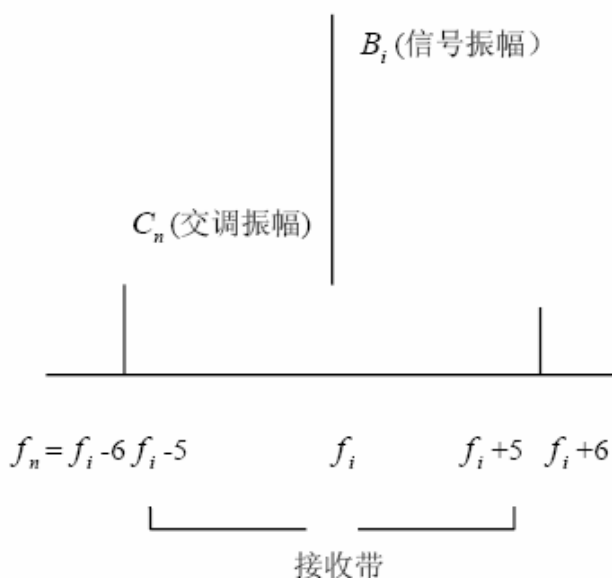
输入信号为 $u(t) = A_1 \cos 2\pi f_1 t + A_2 \cos 2\pi f_2 t + A_3 \cos 2\pi f_3 t$, 其中 $A_1 = 25, A_2 = 10, A_3 = 45$ 是输入信号振幅. 对输入信号的频率 f_1, f_2, f_3 的设计要求为:

(1) $36 \leq f_1 \leq 40, 41 \leq f_2 \leq 50, 46 \leq f_3 \leq 55$.

(2) 输出的交调均不得出现在 $f_i \pm 5$ 的范围内 ($i = 1, 2, 3$), 此范围称为 f_i 的接收带 (参见下图).

(3) 定义输出中的信噪比 $SNR = 10 \log_{10} \frac{B_i^2}{C_n^2}$ (单位: 分贝), 其中 B_i 是输出中对应于频率为 f_i 的信号

的振幅 C_n 为某一频率为 f_n 的交调的振幅. 若 f_n 出现在 $f_n = f_i \pm 6$ 处 ($i = 1, 2, 3$) 则对应的 SNR 应大于 10 分贝 (参见下图).



(4) f_i 不得出现在 f_j 的接收带内 ($i, j=1, 2, 3, i \neq j$).

(5) 为简单起见 f_j 只取整数值, 且交调只需考虑二阶类型 (即 $\{f_i \pm f_j\}, i, j=1, 2, 3$) 和三阶类型 (即 $\{f_i \pm f_j \pm f_k\}, i, j, k=1, 2, 3;$).

试按上述要求设计输入信号频率 f_1, f_2, f_3 .

B题 足球队派名次

下表给出了我国12只足球队在1988~1989年全国足球甲级联赛中的成绩, 要求:

(1) 设计一个依据这些成绩排出诸队名次的算法，并给出用该算法排名次的结果。

(2) 把算法推广到任意 N 个队的情况。

(3) 讨论数据应具备什么样的条件，用你的方法才能够排出诸队的名次。

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}
T_1	X	0:1 1:0 0:0	2:2 1:0 0:2	2:0 3:1 1:0	3:1	1:0	0:1 1:3	0:2 2:1	1:0 4:0	1:1 1:1	X	X
T_2		X	2:0 0:1 1:3	0:0 2:0 0:0	1:1	2:1	1:1 1:1	0:0 0:0	2:0 1:1	0:2 0:0	X	X
T_3			X	4:2 1:1 0:0	2:1	3:0	1:0 1:4	0:1 3:1	1:0 2:3	0:1 2:0	X	X
T_4				X	2:3	0:1	0:5 2:3	2:1 1:3	0:1 0:0	0:1 1:1	X	X
T_5					X	0:1	X	X	X	X	1:0 1:2	0:1 1:1
T_6						X	X	X	X	X	X	
T_7							X	1:0 2:0 0:0	2:1 3:0 1:0	3:1 3:0 2:2	3:1	2:0
T_8								X	0:1 1:2 2:0	1:1 1:0 0:1	3:1	0:0
T_9									X	3:0 1:0 0:0	1:0	1:0
T_{10}										X	1:0	2:0
T_{11}											X	1:1 1:2
T_{12}												X

说明:

(I) 12支球队依次记作 T_1, T_2, \dots, T_{12} .

(II) 符号 X 表示两队未曾比赛.

(III) 数字表示两队比赛结果, 如 T_3 行与 T_8 列交叉处的数字表示: T_3 与 T_8 比赛了2场; T_3 与 T_8 的进球数之比为0:1和3:1.