

Algorytmy Numeryczne – Zadanie 1

4 października 2018

Sumowanie szeregów potęgowych

Napisz program obliczający wartości zadanej funkcji (jeśli prowadzący nie przydzielił Ci konkretnej funkcji, to weź funkcję z listy poniżej przypisaną do ostatniej cyfry Twojego numeru indeksu) na 4 sposoby:

1. sumując elementy szeregu potęgowego obliczane bezpośrednio ze wzoru Taylora w kolejności od początku,
2. sumując elementy szeregu potęgowego obliczane bezpośrednio ze wzoru Taylora w kolejności od końca,
3. sumując elementy szeregu potęgowego od początku ale obliczając kolejny wyraz szeregu na podstawie poprzedniego,
4. sumując elementy szeregu potęgowego od końca ale obliczając kolejny wyraz szeregu na podstawie poprzedniego.

Otrzymane wyniki porównaj z wynikami otrzymanymi z bibliotecznych funkcji wbudowanych.

Zweryfikuj następujące hipotezy:

- H1: sumowanie od końca daje dokładniejsze wyniki niż sumowanie od początku.
- H2: używając rozwinięcia wokół 0 (szereg MacLaurina), przy tej samej liczbie składników szeregu dokładniejsze wyniki uzyskujemy przy małych argumentach.
- H3: sumowanie elementów obliczanych na podstawie poprzedniego daje dokładniejsze wyniki niż obliczanych bezpośrednio ze wzoru.

Odpowiedz na przynajmniej jedno z poniższych pytań:

- Q1: Jak zależy dokładność obliczeń (błąd) od liczby sumowanych składników?
- Q2: Ile składników należy sumować aby otrzymać dokładność 10^{-6} w zależności od argumentu?

Przeprowadź obliczenia dla nie mniej niż $1e6$ (milion) argumentów. Przedstaw zagregowane dane z otrzymanych wyników, sporządź odpowiednie wykresy. Wnioski i odpowiedzi na pytania formułuj na podstawie otrzymanych wyników.

Uwagi i wskazówki

- S1: Proszę nie używać funkcji bibliotecznej `pow` (potęgowanie dla liczb zmiennoprzecinkowych) – w tym zadaniu stosujemy tylko podstawowe działania.
- S2: Do sumowania od końca wygodnie jest zapamiętać kolejne składniki w tablicy lub pojemniku.

Funkcje

0: $e^{\sin(x)}$

1: $e^{\cos(x)}$

2: $\sin(x) \cdot \cos(x)$

3: $\sin(x) \cdot \ln(1+x)$

4: $\cos(x) \cdot \ln(1+x)$

5: $\sin(x) \cdot \arctan(x)$

6: $\cos(x) \cdot \arctan(x)$

7: $\cos(\sin(x))$

8: $\sin(\cos(x))$

9: $\ln(1+x) \cdot \arctan(x)$