量子计算

—基础篇

Quantum Computing

网址：www.qubits.top

Calvin Tang

179209347@qq.com

介绍

教程简介：

- 面向对象：量子计算初学者
- 依赖课程：线性代数，量子力学（非必需）

知乎专栏：

https://www.zhihu.com/column/c_1501138176371011584

Github & Gitee 地址：

https://github.com/mymagicpower/qubits

https://gitee.com/mymagicpower/qubits

*** 版权声明：**

- 仅限用于个人学习
- 禁止用于任何商业用途

狄拉克符号

狄拉克符号 bra： $\langle v| = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix}^\dagger = [\overline{v_1}\ \ \overline{v_2}\ \ \dots\ \ \overline{v_n}]$

狄拉克符号 ket： $|w\rangle = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_m \end{bmatrix}$

单词括号 **bracket**

狄拉克符号

外积：
$$|w\rangle\langle v| = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix} [\overline{v_1} \ \ \overline{v_2} \ \dots \ \ \overline{v_n}] = \begin{bmatrix} w_1\overline{v_1} & \cdots & w_1\overline{v_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n\overline{v_1} & \cdots & w_n\overline{v_n} \end{bmatrix}$$

内积：
$$\langle v|w\rangle = \langle v\,,w\rangle = \langle v||w\rangle = (\langle v|)(|w\rangle) = [\overline{v_1} \ \ \overline{v_2} \ \dots \ \ \overline{v_n}] \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix}$$
$$= \overline{v_1}w_1 + \overline{v_2}w_2 + \dots + \overline{v_n}w_n$$

v、w的长度表示为： $||v|| = \sqrt{<v,v>}$ $||w|| = \sqrt{<w,w>}$

单量子比特叠加态

单量子比特可以制备成**叠加态**：

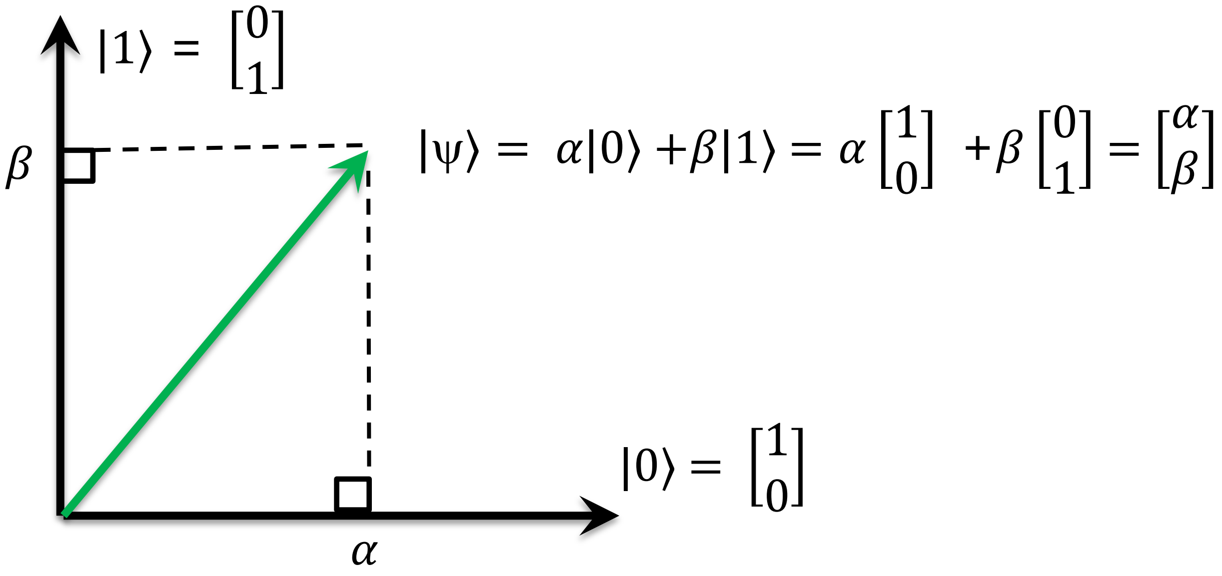
$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

其中的 α 和 β 是复数，并且 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$。

α，β 分别代表了从叠加态塌缩到 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 态的概率。α，β 被称为概率振幅。

单量子比特叠加态

$|0\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ 和 $|1\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ 组成一组计算基(computational basis)。可用线性代数中的线性组合(linear combination) 来表示量子态 $|\psi\rangle$ ：



单量子比特 – 实数表示

单量子比特的**复向量**表示：

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta|1\rangle \;= \begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a+b\,i\\ c+d\,i\end{bmatrix}$$

$$|0\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

（ α、β 都是复数 ）

由于 a + bi 等价的向量表示：

$$\begin{bmatrix}a\\ b\end{bmatrix}$$

则有单量子比特的**实向量**表示：

$$\begin{bmatrix}a\\ b\\ c\\ d\end{bmatrix}$$

单量子态可以理解为 **4 维实数空间中的向量**

单量子比特 – 复数表示

一个量子比特 $|\psi\rangle$ 线性代数中的线性组合来表示为：

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

其中：$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

由于 α、β 都是复数，那么有：

$$\alpha = a + bi = r_0(\cos(\varphi_0) + i\ \sin(\varphi_0)) = r_0\, e^{i\varphi_0}$$

$$\beta = c + di = r_1(\cos(\varphi_1) + i\ \sin(\varphi_1)) = r_1\, e^{i\varphi_1}$$

那么有：

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + b\,i \\ c + d\,i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0(\cos(\varphi_0) + i\ \sin(\varphi_0)) \\ r_1(\cos(\varphi_1) + i\ \sin(\varphi_1)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0\, e^{i\varphi_0} \\ r_1\, e^{i\varphi_1} \end{bmatrix}$$

$$|\psi\rangle = r_0\, e^{i\varphi_0}|0\rangle + r_1\, e^{i\varphi_1}|1\rangle$$

多量子比特

多量子比特是指由多个量子比特构成的量子系统。
以两个量子比特为例，对比两个经典比特的四个可能状态：00、01、10、11，相应的两个量子比特，有四个基： $|00\rangle$、 $|01\rangle$、$|10\rangle$、$|11\rangle$。于是一个双量子比特可以处于如下态：

$$|\psi\rangle = \alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle + \alpha_{10}|10\rangle + \alpha_{11}|11\rangle$$

归一化条件为： $\sum_{x\in\{0,1\}^2} |\alpha_x|^2 = 1$

对于更多的量子比特（n 量子比特），可以看出，其基态可以表示为 $|x_1 x_2 \ldots x_n\rangle$，
其量子状态由 2^n 个概率振幅来确定。

Thank You