量子计算

—数学基础

Quantum Computer

网址：www.qubits.top

Calvin Tang

179209347@qq.com

介绍

教程简介：

- 面向对象：量子计算初学者
- 依赖课程：线性代数，解析几何，量子力学（非必需）

知乎专栏：

https://www.zhihu.com/column/c_1501138176371011584

Github & Gitee 地址：

https://github.com/mymagicpower/qubits
https://gitee.com/mymagicpower/qubits

*** 版权声明：**

- 仅限用于个人学习，或者大学授课使用
  （大学授课如需ppt 原件，请用学校邮箱联系我获取）
- 禁止用于任何商业用途

单量子比特

一个量子比特 $|\psi\rangle$ 可以同时处于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 两个状态，可用线性代数中的线性组合来表示为：

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta|1\rangle$$

$|\psi\rangle$ 狄拉克符号 ket

在量子力学中常称量子比特 $|\psi\rangle$ 处于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的叠加态(superpositions)，其中α、β都是复数，满足归一化条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$。

两维复向量空间的一组标准正交基(orthonormal basis) $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 组成一组计算基(computational basis)。

$$|0\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \qquad |1\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

单量子比特

由于一个量子比特 $|\psi\rangle$ 线性代数中的线性组合来表示为：

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\end{bmatrix}$$

$$|0\rangle = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$$

且 α、β 都是复数，那么有：

$$\alpha = \mathrm{a} + \mathrm{b}\,i = r_1(\cos(\theta_1) + i\ \sin(\theta_1))$$
$$\beta = \mathrm{c} + \mathrm{d}\,i = r_2(\cos(\theta_2) + i\ \sin(\theta_2))$$

那么有：

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}\mathrm{a} + \mathrm{b}\,i\\ \mathrm{c} + \mathrm{d}\,i\end{bmatrix}$$

单量子比特

由于一个量子比特 $|\psi\rangle$ 线性代数中的线性组合来表示为：

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\end{bmatrix} \qquad |0\rangle = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$$

且 α、β 都是复数，那么有：

$$\alpha = \mathrm{a} + \mathrm{b}\,i = r_1(\cos(\theta_1) + i\ \sin(\theta_1))$$
$$\beta = \mathrm{c} + \mathrm{d}\,i = r_2(\cos(\theta_2) + i\ \sin(\theta_2))$$

那么有：

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}\mathrm{a} + \mathrm{b}\,i\\ \mathrm{c} + \mathrm{d}\,i\end{bmatrix}$$

单量子比特 – 几何意义

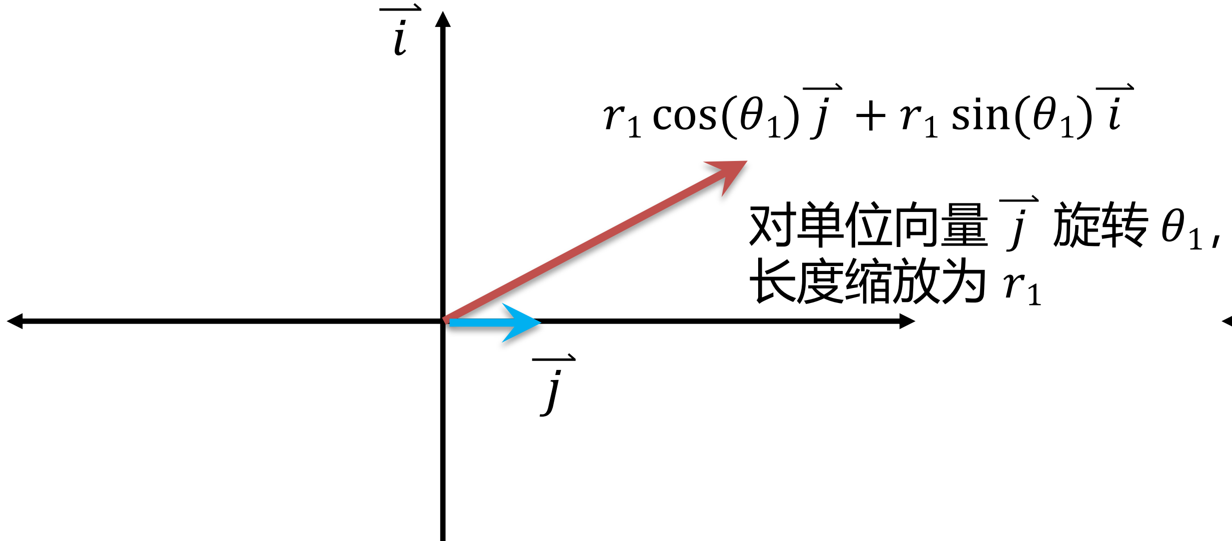
因为：$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta|1\rangle\ = (\mathrm{a} + \mathrm{b}\,i)\ \overrightarrow{j} + (\mathrm{c} + \mathrm{d}\,i)\ \overrightarrow{k}$

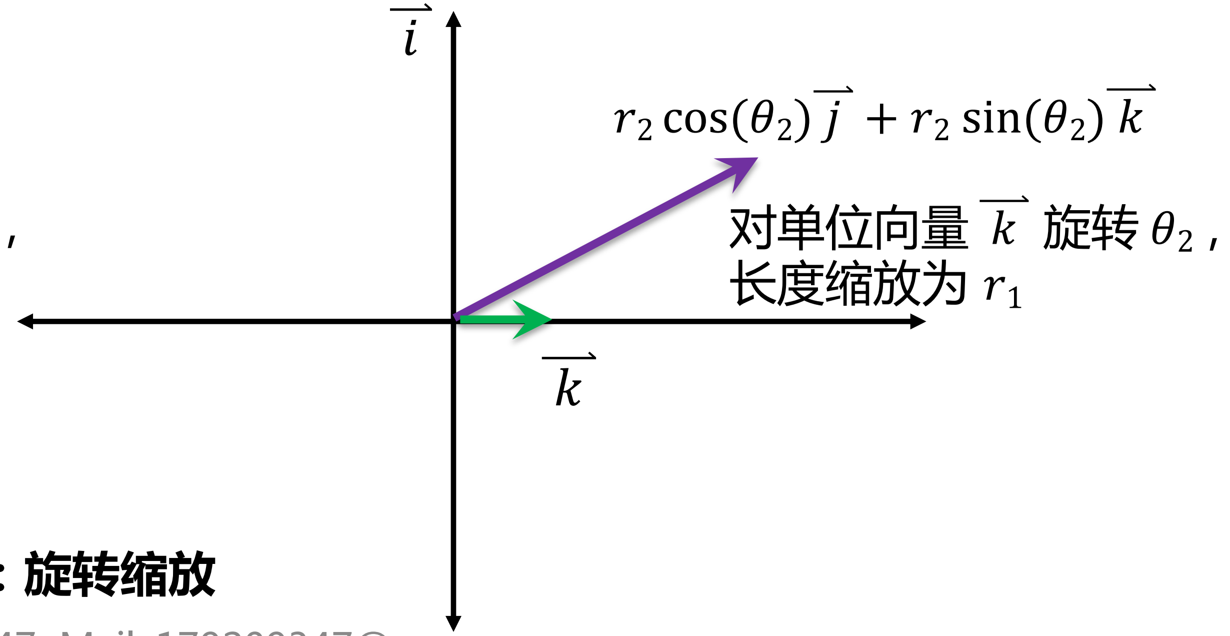
此时，我们将上述公式分成左右两部分来看，则其各自坐标系可以分别表示为：

$$\alpha = \mathrm{a} + \mathrm{b}\,i = r_1(\cos(\theta_1) + i\ \sin(\theta_1))$$
$$\beta = \mathrm{c} + \mathrm{d}\,i\ = r_2(\cos(\theta_2) + i\ \sin(\theta_2))$$

左侧部分：$(\mathrm{a} + \mathrm{b}\,i)\ \overrightarrow{j}$

右侧部分：$(\mathrm{c} + \mathrm{d}\,i)\ \overrightarrow{k}$





复数乘法几何意义是：旋转缩放

单量子比特 – 几何意义

a + bi 等价的向量表示：

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

单量子比特的**复向量**表示：

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + b\,i \\ c + d\,i \end{bmatrix} \qquad |0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

（ α、β 都是复数 ）

单量子比特的**实向量**表示：

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

单量子态可以理解为 **4 维空间中的向量**

单量子比特 – 几何意义

复数的乘法：

$$(a+b\,i)(c+d\,i) = ac - bd + (ad+bc)\,i = \begin{bmatrix} ac-bd \\ ad+bc \end{bmatrix}$$

$ac - bd + (ad+bc)\,i$ 的向量表示：

$$\begin{bmatrix} ac-bd \\ ad+bc \end{bmatrix}$$

$c + di$的向量表示：

$$\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$$

$a + b\,i$ 此时应理解为在复向量空间中对目标向量 $c + d\,i$ 的操作，即旋转缩放操作算子，其矩阵表示：

$$\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$$

复数的乘法 $(a+b\,i)(c+d\,i)$ 等价为：

$$\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ac-bd \\ ad+bc \end{bmatrix}$$

Thank

You