

## Ερώτηση 2

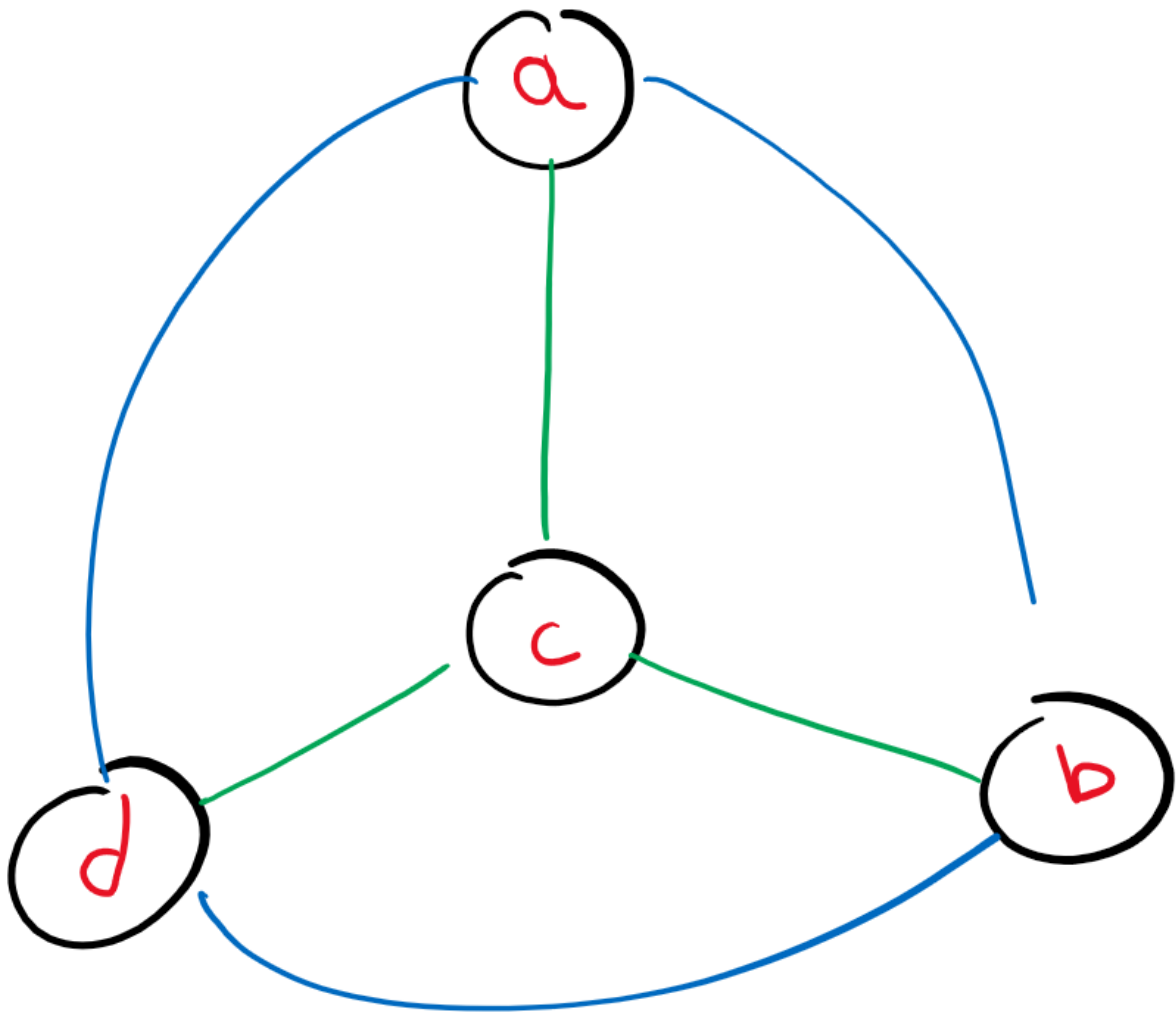
---

Πούλος Βασίλης, 2805.

Κωστάκης Ελευθέριος-Παναγιώτης, 2741.

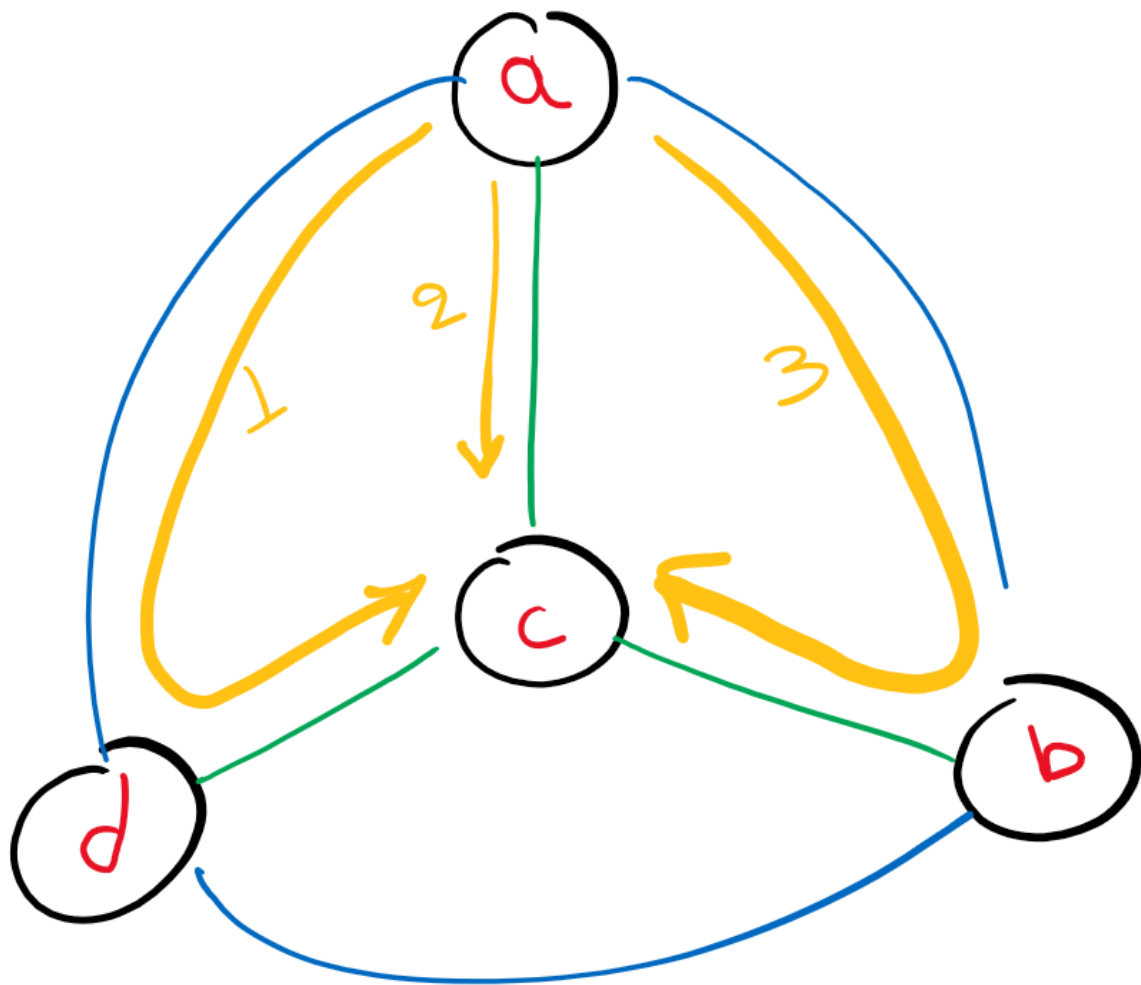
Παρακάτω έχουμε κάποιες υποθέσεις που κάναμε για την ερώτηση 2 αλλά δεν καταφέρουμε να αποδείξουμε τα ζητούμενα ποίο αυστηρά μαθηματικά.

Η ελάχιστη δυνατή ρόδα είναι η  $W_4$  με  $\kappa = 4$  όπως φαίνεται στη παρακάτω εικόνα.



Ορίσαμε ως  $C(f)$  το κόστος ανάθεσης που είναι το πλήθος των αποστάσεων μεταξύ των δύο κόμβων στους οποίους έχουν τοποθετηθεί δύο αντικείμενα. Επομένως έχοντας ως βάση την ελάχιστη ρόδα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι στο υπογράφημα αστέρι  $S_4$  οποιοσδήποτε κόμβος έχει μόνο μία διαδρομή προς οποιονδήποτε άλλο κόμβο.

Στο γράφημα  $W_4$  η βέλτιστη ανάθεση έχει 3 δυνατές διαδρομές όπως φαίνεται παρακάτω.



Αυτό μπορεί να γραφεί  $C_W = 3C_S$  αφού  $C_S = 1$ ,  $C_W = 3$ .

Στην συνέχεια αν έχουμε ρόδα με  $k > 4$  (η πάρουμε την χειρίστη ανάθεση) παρατηρούμε ότι στο  $S_k$  η διαδρομή από έναν κόμβο  $u$  σε έναν  $v$  είναι μοναδική ενώ σε ολόκληρο το γράφημα  $W_k$  οι διαδρομές αυξάνονται συνεπώς ισχύει και η ανισότητα  $C_W < 3C_S$ .