Vorbereitung auf die Schulaufgabe im Fach Physik

Lukas Semrau

23. Januar 2022

Newton'sche Gesetze

(N1) **Trägheitssatz**
Wirken auf einen Körper keine Kräfte oder halten diese ein Gleichgewicht ($\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$), so ändert sich der Bewegungszustand nicht.

(N2) **Zusammenhang zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung.**
Wirkt auf einen Körper der Masse m die Kraft F, so erfährt er die Beschleunigung

$$\boxed{a = \frac{F}{m}} \tag{1}$$

(N3) **Kraft und Gegenkraft** Wirkt ein Körper K_1 auf einen anderen K_2 eine Kraft $\vec{F}_1$ aus, so wirkt auf K_1 eine gleich große entgegengesetzte Kraft $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ von K_2.

oder

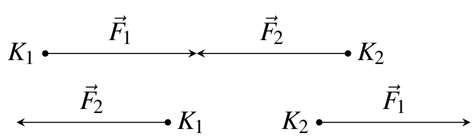

Abbildung 1: Skizze zu N3.

Kräfte an der schiefen Ebene

ohne Reibung

An einer schiefen Ebene mit der Steigung α[1] ist ein Körper der Masse m. Auf diesen Körper wirken 3 Kräfte:

- Gewichtskraft $\vec{F}_G$
- Normalkraft $\vec{F}_N$
- Hangabtriebskraft $\vec{F}_H$

Dadurch, dass die Masse m bekannt ist, lässt sich die Gewichtskraft über

$$F_G = mg \tag{2}$$

berechnen. In Abb. 2 sieht man, dass man über die Gewichtskraft F_G (grün) die Hangabtriebskraft F_H und die Normalkraft F_N mit

$$\boxed{\begin{aligned} F_H &= \sin\alpha \cdot F_G && \text{(3a)} \\ F_N &= \cos\alpha \cdot F_G && \text{(3b)} \end{aligned}}$$

[1] Umrechnung der Steigung % in α:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\%}{100}\right)$$

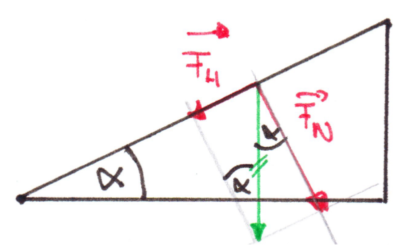

Abbildung 2: Skizze zur schiefen Ebene

mit Reibung / Fahrt bergauf

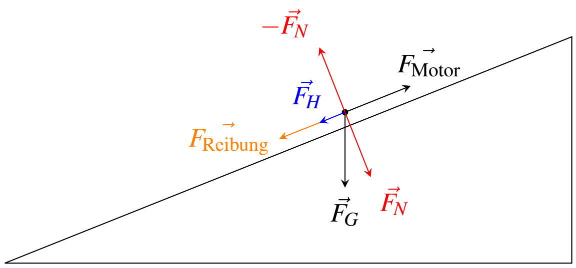

Abbildung 3: Skizze zur Fahrt bergauf. In Zukunft gilt: $F_R := F_{\text{Reibung}}$ und $F_M := F_{\text{Motor}}$

- Nach (N3) erfährt das Auto von der Straße die Kraft $-\vec{F_N}$, die mit $\vec{F_N}$ das Gleichgewicht hält.
- $\vec{F_R}$ wirkt immer entgegen der Bewegungsrichtung.[2]
- Halten sich $\vec{F_M}$ und $\vec{F_H} + \vec{F_R}$ das Gleichgewicht, so ändert sich v_{Auto} nicht

[2] Beschleunigt das Auto nicht, so gilt $F_M = F_H + F_R$. Bestimmen Sie die Beschleunigung für (a) $F_M < F_H + F_R$ und (b) $F_M > F_H + F_R$.

Bewegungsdiagramme/-gleichungen

Im Index der Größen stehen Parameter - also Zahlenwerte, die keine Variablen sind.

$$\boxed{\begin{aligned} v_{a;v_0}(t) &= a \cdot t + v_0 \\ s_{a;s_0}(t) &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + s_0 \end{aligned}} \qquad \begin{aligned} &(4a) \\ &(4b) \end{aligned}$$

Der Graph zu Gleichung 4a ist eine lineare Funktion und Gleichung 4b ist eine Parabel.

Exkurs. Es gilt $v(t) = \dot{s}(t)$

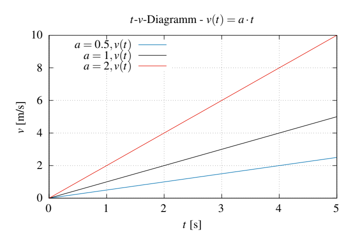

Abbildung 4: t-v-Diagramm

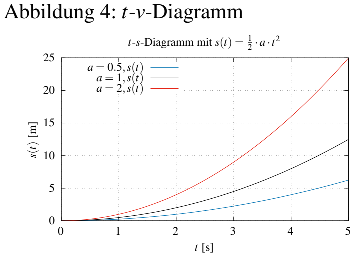

Abbildung 5: t-s-Diagramm

Beispiel zur Fahrt bergauf mit Reibung

Ein PKW ($m = 1500\text{km}$) soll bergauf an einer 12%-igen Steigung mit $1,2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ beschleunigen. Es wirkt eine Reibungskraft $F_R = 1,4\text{kN}$.

Lösung.

$$\alpha = \arctan\left(\frac{12\text{m}}{100\text{m}}\right) = 6,84^\circ$$

$$F_G = m \cdot g = 14715\text{N}$$

$$F_H = \sin\alpha \cdot m \cdot g = 1753,2\text{N}$$

$$F_R + F_H = 1400\text{N} + 1753,2\text{N} = 3153,2\text{N}$$

D.h. es werden $F_M = 3153,2\text{N}$ Motorkraft benötigt um das Auto konstant weiter zu bewegen. Die benötigte Kraft um um $a_B = 1,2\text{fracms}^2$ zu beschleunigen beträgt

$$\begin{aligned} F_B = m \cdot a &= 1500\text{kg} \cdot 1,2\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ &= 1800\text{N}. \end{aligned}$$

Das ist die kraft, die der Motor **zusätzlich** braucht um zu beschleunigen. Die gesamte Motorkraft muss also

$$F_M = F_B + F_R + H = 4953,2\text{N} \approxeq 5,0\text{kN} \qquad \text{betragen.}$$

□

Die Methode der kleinen Schritte

Um Bewegungsvorgänge, bei denen unsere Bewegungsgleichugnen nicht mehr greifen, zu beschreiben, benötigen wir Simulationen. Wir benutzen dabei "**Die Methode der kleinen Schritte**". Sie beruht auf der Annahme, dass sich die gemessene Größe über einen sehr kleinen Zeitschritt Δt nicht ändert, nach diesem aber verändert ist. Formeln für den Ort und die Geschwindigkeit wären dann, wenn $a = \text{const.}$: [3]

$$\boxed{\begin{aligned} v(t+\Delta t) &= v(t) + a(t)\cdot\Delta t \\ s(t+\Delta t) &= s(t) + v(t)\cdot a(t) \end{aligned}} \qquad \begin{aligned} &(5a) \\ &(5b) \end{aligned}$$

$s_{neu} = s(t+\Delta t)$ und
$v_{neu} = v(t+\Delta t)$ mit
$s_{alt} := s(t)$ und
$v_{neu} := v(t)$

[3] Die restlichen Größen müssen individuel bestimmt werden.

Harmonische Schwingungen

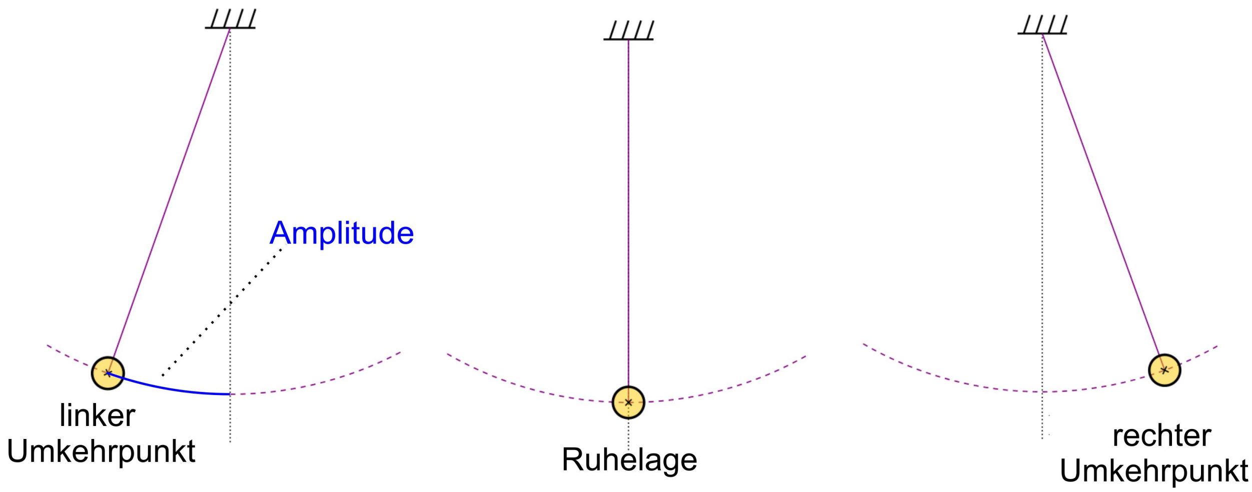

Abbildung 6: Fadenpendel beschriftet

Schwingungsdauer und Frequenz

Die Schwingungsdauer einer harmonischen Schwinugn beschreibt die Zeit, die beispielsweise ein Pendel braucht, um einmal zu schwingen. Die Frequenz dagegen beschreibt, die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde.

n beschreibt die Anzahl der Schwingungen.

$$\boxed{\begin{aligned} f = \frac{1}{T} \Leftrightarrow f = \frac{n}{t} \\ [f] = \mathrm{Hz} \qquad (\text{“Hertz”}) \end{aligned}} \qquad \begin{aligned} (6a) \\ (6b) \end{aligned}$$

WDH. Gesetz von Hook

Für Schraubenfedern gibt es einen Zusammenhang zwischen der Dehnung und der benötigten Kraft:

> Die Kraft, die aufgewendet werden muss um eine Feder zu dehnen, ist direkt proportional Länge der Dehnung:
>
> $$F \sim s$$

Die Proportionalitätskonstante ist in diesem Fall die **“Federkonstante”** D mit

$$\boxed{D = \frac{F}{s}} \tag{7}$$

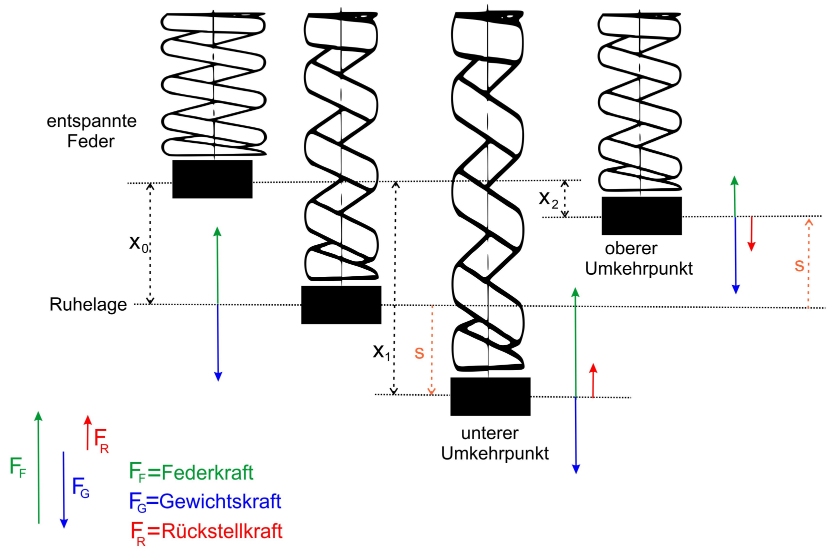

Abbildung 7: Skizze zur Rückstellkraft

Rückstellkraft

Frage. Welche Kraft erfährt ein Pendelkörper an einer Schraubenfder, wenn er um die Strecke s aus seiner Ruhelage ausgelenkt wird? In der Ruhelage sieht man, das

$$F_F = F_G \Leftrightarrow D \cdot x_0 = m \cdot g$$

ist. Die Rückstellkraft ist bei den für die Strecke s:

$$\begin{aligned} F_{\text{Rück}} &= F_F - F_G = D \cdot (s + s_0) - m \cdot g \\ &= Ds + \underbrace{Ds_0}_{mg} - mg \\ &= Ds + mg - mg = Ds \end{aligned}$$

Um jetzt noch die Richtung der Kraft zu beachten, formulieren wir die Gleichung wiefolgt:

$$\boxed{F_{\text{Rück}} = -D \cdot s} \tag{8}$$

Wie hängt T von bestimmte Größen ab? Verschiedene Simulationen

(S1) Zwischen T und A gibt es keinen Zusammenhang.

(S2) T ist indirekt proportional zu $\sqrt{D}$:

$$T \sim \frac{1}{\sqrt{D}} \tag{9}$$

(S3) T ist direkt proportional zu $\sqrt{m}$:

$$T \sim \sqrt{m} \tag{10}$$

Aus (S2) und (S3) folgt:

$$T \sim \sqrt{\frac{m}{D}} \Longrightarrow T = k \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \overset{k=2\pi}{\Longrightarrow} T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \tag{11}$$

Es gelten folgende Formeln:

Schraubenfeder	$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$	(12a)
Federpendel	$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$	(12b)