Notatki z wykładów z Fizyki 1

Łukasz Kwinta

Spis treści

1 **Wiadomości wstępne i wektory** 2
  1.1 Suma wektorów 2
  1.2 Iloczyn skalarny 3
  1.3 Iloczyn wektorowy 3

2 **Podstawy kinematyki** 4
  2.1 Podstawowe pojęcia 4
  2.2 Prędkość 5
  2.3 Przyspieszenie 8

1 Wiadomości wstępne i wektory

W całych notatkach mogą pojawić się poniżej zdefiniowane wektory - a dokładniej wersory rozpinające przestrzenie $\mathbb{R}^2$ i $\mathbb{R}^3$:

$\mathbb{R}^2$:

$\vec{i} = (1,\ 0)$

$\vec{j} = (0,\ 1)$

$\mathbb{R}^3$:

$\vec{i} = (1,\ 0,\ 0)$

$\vec{j} = (0,\ 1,\ 0)$

$\vec{k} = (0,\ 0,\ 1)$

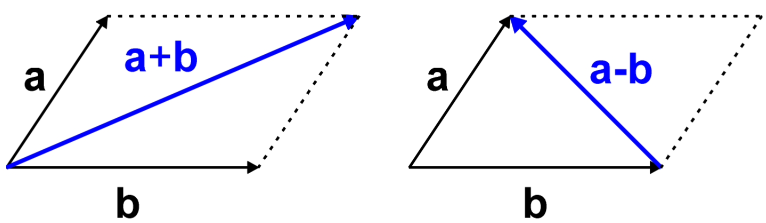
1.1 Suma wektorów

Niech:

$$\vec{a} := (a_1, a_2, a_3) \qquad \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

Wtedy suma wektorów ma następującą postać:

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1,\ a_2 + b_2,\ a_3 + b_3)$$



1.2 Iloczyn skalarny

Niech:

$$\vec{a} := (a_1, a_2, a_3) \qquad \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

Wtedy iloczyn skalarny oznaczamy $\circ$ ma następującą postać:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

Występuje również poniższa zależność:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \cos\left(\ \vec{a},\ \vec{b}\ \right)$$

1.3 Iloczyn wektorowy

Niech:

$$\vec{a} := (a_1, a_2, a_3) \qquad \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

oraz:

$$\vec{i} := (1, 0, 0) \qquad \vec{j} = (0, 1, 0) \qquad \vec{k} = (0, 0, 1)$$

Wtedy, iloczyn wektorowy ma następującą postać:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \vec{i}(a_2b_3 - a_3b_2) + \vec{j}(a_3b_1 - a_1b3) + \vec{k}(a_1b_2 - a_2b_1) =$$

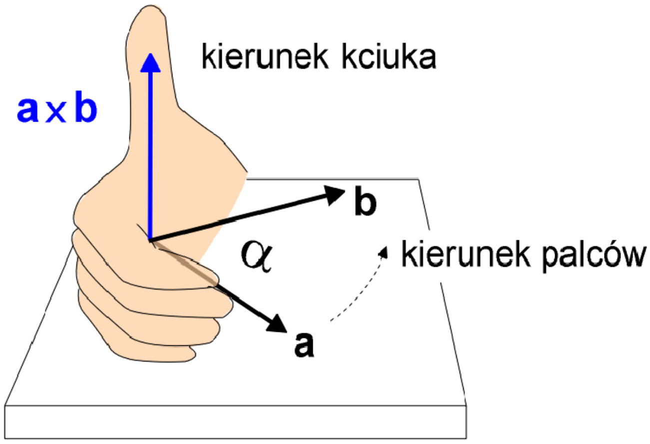
$$= (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b3, a_1b_2 - a_2b_1)$$

Tak jak przy iloczynie skalarnym występuje zależność związana z kątem między wektorami:

$$||\vec{a} \times \vec{b}|| = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \sin\left(\ \vec{a},\ \vec{b}\ \right)$$

Kierunek iloczynu wektorowego $\vec{a} \times \vec{b}$ jest prostopadły do płaszczyzny stworzonej przez wektory $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

Natomiast zwrot tego wektora można określić stosując zasadę prawej dłoni:



2 Podstawy kinematyki

2.1 Podstawowe pojęcia

Definicja: Ruch

Zmiana wzajemnego położenia ciał względem innych ciał wraz z upływem czasu.

Definicja: Układ odniesienia

Wybrane ciało lub ciało względem których wyznaczamy własności fizyczne takie jak położenie czy prędkość.

Definicja: Punkt materialny

Punktem materialnym nazywamy obiekt obdarzony masą, których rozmiar (aka objętość) można zaniedbać.

2.2 Prędkość

Definicja: Prędkość

Prędkość to zmiana położenia w czasie:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

gdzie:

- $\Delta \vec{x}$ - *wektor rozpięty pomiędzy poprzednim a nowym położeniem*
- Δt - *czas w jakim nastąpiła ta zmiana*

Bardziej ogólnie: ***pochodna drogi(położenia) po czasie***

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j}$$

Jeśli ciało znajdowało się w chwili t_0 w punkcie x_0, a w chwili t w punkcie x to:

$$x - x_0 = v(t - t_0)$$

Stąd ($\Delta x := x - x_0$ oraz $\Delta t := t - t_0$):

$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Z definicji prędkość jest wielkością wektorową więc warto zwracać uwagę w zadaniach na oznaczenia. W zadaniach gdzie wektor prędkości nie ma stałego kierunku rozważa się składowe wektora prędkości dla uproszczenia zadania - na przykład przy rzucie ukośnym rozważa się składową pionową i poziomą prędkości.

Gdy wartość prędkości zmienia się w czasie nie możemy stosować powyższego wzoru - nabiera on wtedy sens *"Prędkości średniej"*. Korzystając z analizy matematycznej aby dokładnie opisać prędkość chwilową ciała należy dążyć ze zmianą czasu do 0. ($\Delta x \to 0$), a więc

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

A więc prędkość jest pierwszą pochodną położenia (drogi) po czasie.

Warto tutaj zwrówicić uwagę, że prawdziwa też jest operacja odwrotna ***(nie jest to do końca operacja poprawna stricte matematycznie lecz mająca sens fizyczny - w matematyce symbol pochodnej*** $\frac{\mathbf{df(x)}}{\mathbf{dx}}$ ***traktujemy jako jedność, w fizyce nic nie stoi na przeszkodzie aby traktować to jako ułamek)***:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad \Longrightarrow \quad dx = v\,dt \quad \Longrightarrow \quad \int dx = \int v\,dt$$

$$x = \int v\,dt + \mathbf{C}$$

Należy pamiętać o stałej całkowania $\mathbf{C}$, interpretowanej zwykle jako x_0 - położenie początkowe. W większości wypadków stałą będziemy wyliczali z warunków początkowych zadania, np. $x(\mathit{0}) = \mathit{0}$.

Definicja: Prędkość średnia

Oszacowana wartość prędkości na danym odcinku. Oznaczana $\bar{v}$. Prędkość średnią wyznaczamy poprzez wzór:

$$\bar{v} = \frac{S_c}{t_c}$$

gdzie:

– S_c *- całkowity dystans przebyty w czasie* t_c

– t_C *- całkowity czas*

Potocznie: ***Cała droga przez cały czas***

Na przykład gdy interesuje nas prędkość średnia w przedziale $< t_0, t_k >$ możemy zastosować całkę oznaczoną by policzyć całkowitą drogę:

$$S_c = \int_{t_0}^{t_k} v \, dt$$

Średnia prędkość dana będzie wtedy wzorem:

$$\bar{v} = \frac{S_c}{t_k - t_0}$$

2.3 Przyspieszenie

Definicja: Przyspieszenie

Przyspieszenie to wielkość opisująca jak zmienia się prędkość ciała w czasie:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

gdzie:

- $\Delta \vec{v}$ - *wektor będący różnicą pomiędzy nowym a starym wektorem prędkości*
- Δt - *czas w jakim nastąpiła ta zmiana*

Bardziej ogólnie: ***pochodna prędkości po czasie***

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j}$$

Ze względu na wartość przyspieszenia wyróżniamy rodzaje ruchu:

- $a = 0$ - **jednostajny**
- $a = \text{const}$ - **jednostajnie** opóźniony ($a < 0$) lub przyspieszony ($a > 0$)
- $a \neq \text{const}$ - **niejednostajnie** opóźniony ($a < 0$) lub przyspieszony ($a > 0$)[1]

[1] O wartości przyspieszenia mówimy w przedziale czasu