# Notatki z wykładów z Fizyki 1

Łukasz Kwinta

# Spis treści

1	Wiadomości wstępne i wektory	2
	1.1 Suma wektorów	2
	1.3 Iloczyn wektorowy	3
2	Podstawy kinematyki	4
	2.1 Podstawowe pojęcia	4
	2.2 Prędkość	5
	2.3 Przyspieszenie	9
	2.4 Ruch jednostajnie przyspieszony	10
	2.5 Ruch złożony	
	2.6 Ruch po okręgu	
3	Dynamika	20
	3.1 Wstęp	20
	3.2 Zasady dynamiki Newtona	22

# 1 Wiadomości wstępne i wektory

W całych notatkach mogą pojawić się poniżej zdefiniowane wektory - a dokładniej wersory rozpinające przestrzenie  $\mathbb{R}^2$  i  $\mathbb{R}^3$ :

 $\mathbb{R}^2$ :

$$\hat{i} = (1, 0)$$

$$\hat{j} = (0, 1)$$

 $\mathbb{R}^3$ :

$$\hat{i} = (1, 0, 0)$$

$$\hat{j} = (0, 1, 0)$$

$$\hat{k} = (0, 0, 1)$$

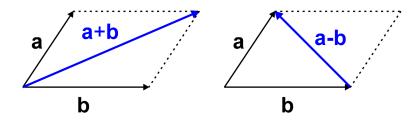
#### 1.1 Suma wektorów

Niech:

$$\vec{a} := (a_1, a_2, a_3)$$
  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 

Wtedy suma wektorów ma następującą postać:

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, \ a_2 + b_2, \ a_3 + b_3)$$



### 1.2 Iloczyn skalarny

Niech:

$$\vec{a} := (a_1, a_2, a_3)$$
  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 

Wtedy iloczyn skalarny oznaczamy o ma następującą postać:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

Występuje również poniższa zależność:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

#### 1.3 Iloczyn wektorowy

Niech:

$$\vec{a} := (a_1, a_2, a_3)$$
  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 

oraz:

$$\hat{i} := (1, 0, 0)$$
  $\hat{j} = (0, 1, 0)$   $\hat{k} = (0, 0, 1)$ 

Wtedy, iloczyn wektorowy ma następującą postać:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \hat{i}(a_2b_3 - a_3b_2) + \hat{j}(a_3b_1 - a_1b_3) + \hat{k}(a_1b_2 - a_2b_1) =$$

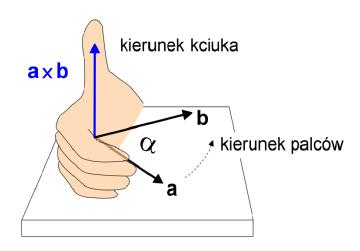
$$= (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$$

Tak jak przy iloczynie skalarnym występuje zależność związana z kątem między wektorami:

$$||\vec{a} \times \vec{b}|| = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \sin{(\vec{a}, \vec{b})}$$

Kierunek iloczynu wektorowego  $\vec{a} \times \vec{b}$  jest prostopadły do płaszczyzny stworzonej przez wektory  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .

Natomiast zwrot tego wektora można określić stosując zasadę prawej dłoni:



# 2 Podstawy kinematyki

### 2.1 Podstawowe pojęcia

Definicja: Ruch

Zmiana wzajemnego położenia ciał względem innych ciał wraz z upływem czasu.

Definicja: Układ odniesienia

Wybrane ciało lub ciało względem których wyznaczamy własności fizyczne takie jak położenie czy prędkość.

Definicja: Punkt materialny

Punktem materialnym nazywamy obiekt obdarzony masą, których rozmiar (aka objętość) można zaniedbać.

#### Definicja: Przemieszczenie

Zmiana położenia ciała względem jakiegoś układu odniesienia, zwykle punktu (0, 0) w układzie współrzednych. Wektor przemieszczenia oznaczamy r. Występuje poniższa zależność:

$$\vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z = (x, y, z)$$

gdzie:

- x - współrzedna x wektora przemieszczenia

– y - współrzędna y wektora przemieszczenia

-z - wsp'olrzedna z wektora przemieszczenia

### 2.2 Prędkość

Definicja: Prędkość

Prędkość to zmiana położenia w czasie:

$$\vec{v} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

gdzie:

- $\Delta \vec{r}$  wektor przemieszczenia rozpięty pomiędzy poprzednim $(x_0)$  a nowym(x) położeniem
- $\Delta t$  czas w jakim nastąpiła ta zmiana

Bardziej ogólnie: pochodna drogi(położenia) po czasie

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right)$$

 $gdzie \ x(t), \ y(t), \ z(t)$  to funkcje opisujące zmianę położenia względem każdej z osi.

Definicja: Szybkość

Wielkość skalarna. Wartość wektora prędkości w danej chwili t. Czasami równa prędkości średniej.

Jeśli ciało znajdowało się w chwili  $t_0$  w punkcie  $x_0$ , a w chwili t w punkcie x to:

$$x - x_0 = v(t - t_0)$$

Stąd ( $\Delta x := x - x_0 \text{ oraz } \Delta t := t - t_0$ ):

$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Z definicji prędkość jest wielkością wektorową więc warto zwracać uwagę w zadaniach na oznaczenia. W zadaniach gdzie wektor prędkości nie ma stałego kierunku

rozważa się składowe wektora prędkości dla uproszczenia zadania - na przykład przy rzucie ukośnym rozważa się składową pionową i poziomą prędkości.

Gdy wartość prędkości zmienia się w czasie nie możemy stosować powyższego wzoru - nabiera on wtedy sens "Prędkości średniej". Korzystając z analizy matematycznej aby dokładnie opisać prędkość chwilową ciała należy dążyć ze zmianą czasu do 0.  $(\Delta x \to 0)$ , a więc

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

A więc prędkość jest pierwszą pochodną położenia (drogi) po czasie.

Warto tutaj zwrówicić uwagę, że prawdziwa też jest operacja odwrotna (nie jest to do końca operacja poprawna stricte matematycznie lecz mająca sens fizyczny - w matematyce symbol pochodnej  $\frac{df(x)}{dx}$  traktujemy jako jedność, w fizyce nie nie stoi na przeszkodzie aby traktować to jako ułamek):

$$v = \frac{dx}{dt}$$
  $\Longrightarrow$   $dx = v dt$   $\Longrightarrow$   $\int dx = \int v dt$ 

$$x = \int v dt + \mathbf{C}$$

Należy pamiętać o stałej całkowania  $\mathbf{C}$ , interpretowanej zwykle jako  $x_0$  - położenie początkowe. W większości wypadków stałą będziemy wyliczali z warunków początkowych zadania, np.  $x(\theta) = \theta$ .

Definicja: Prędkość średnia

Oszacowana wartość prędkości na danym odcinku. Oznaczana  $\bar{v}$ . Prędkość średnią wyznaczamy poprzez wzór:

$$\bar{v} = \frac{S_c}{t_c}$$

gdzie:

–  $S_c$  - całkowity dystans przebyty w czasie  $t_c$ 

-  $t_C$  -  $calkowity\ czas$ 

Potocznie: Cała droga przez cały czas

Na przykład gdy interesuje nas prędkość średnia w przedziale  $< t_0, t_k >$  możemy zastosować całkę oznaczoną by policzyć całkowitą drogę:

$$S_c = \int_{t_0}^{t_k} v \, dt$$

Średnia prędkość dana będzie wtedy wzorem:

$$\bar{v} = \frac{S_c}{t_k - t_0}$$

#### 2.3 Przyspieszenie

Definicja: Przyspieszenie

Przyspieszenie to wielkość opisująca jak zmienia się prędkość ciała w czasie:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v_0}}{t - t_0} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

gdzie:

- $-\Delta \vec{v}$  wektor będący różnicą pomiędzy nowym a starym wektorem prędkości
- $\Delta t$  czas w jakim nastąpiła ta zmiana

Bardziej ogólnie: pochodna prędkości po czasie

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k} = \left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt}\right)$$

 $gdzie v_x(t), v_y(t), v_z(t)$  to funkcje opisujące prędkość względem każdej osi.

Ze względu na wektor przyspieszenia wyróżniamy rodzaje ruchu:

- -a = 0 jednostajny
- $-\vec{a} = \mathrm{const}^1$  **jednostajnie** opóźniony (a < 0) lub przyspieszony (a > 0)
- $a \neq \text{const}$  **niejednostajnie** opóźniony (a < 0) lub przyspieszony  $(a > 0)^2$

Warto pamiętać, że:

$$a = \frac{dv}{dt}$$
  $\Longrightarrow$   $dv = a \ dt$   $\Longrightarrow$   $\int dv = \int a \ dt$   $v = \int a \ dt + \mathbf{C}$ 

gdzie C zwykle oznacza prędkość początkową ruchu.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Warto zwrócić uwage, że implikuje to stały kierunek i zwrot wektora przyspieszenia

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>O wartości przyspieszenia mówimy w przedziale czasu

#### 2.4 Ruch jednostajnie przyspieszony

Definicja: Ruch jednostajnie przyspieszony

Ruch w którym wektor przyspieszenia jest stały:

$$\vec{a} = const$$

Z ruchem **jednostajnie** przyspieszonym wiążą się pewne uogólnienia o których warto pamiętać. Wszystkie wynikają z ogólnych wzorów więc można je wyprowadzić.

Zależność prędkości od czasu możemy wyprowadzić korzystając z podstawowej zależności na przyspieszenie:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \stackrel{t_0 = 0}{=} \frac{v - v_0}{t} \implies at = v - v_0$$
$$v(t) = v_0 + at$$

Podobnie korzystając z zależności na prędkość średnią możemy wyprowadzić zależność na położenie:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \stackrel{t_0 = 0}{=} \frac{x - x_0}{t} \implies \bar{v}t = x - x_0$$
$$x(t) = x_0 + \bar{v}t$$

Liniowa zależność prędkości od czasu sprowadza średnią prędkość do średniej arytmetycznej:

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2}$$

Łącząc trzy powyższe równania możemy wyprowadzić zależność na położenie od

czasu dla ruchu jednostajnie zmiennego:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

#### 2.5 Ruch złożony

Jest to rodzaj ruchu gdzie przemieszczenie odbywa się równocześnie względem osi OX i OY. Układy takie opisuje się stosując zestawy równań skalarnych względem obu osi osobno.

Rozważmy np. ruch jednostajnie przyspieszony względem obu osi.

$$\vec{a} = \text{const}$$
 
$$\vec{v} = \vec{v_o} + \vec{a}t$$
 
$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{\vec{a}t}{2}$$

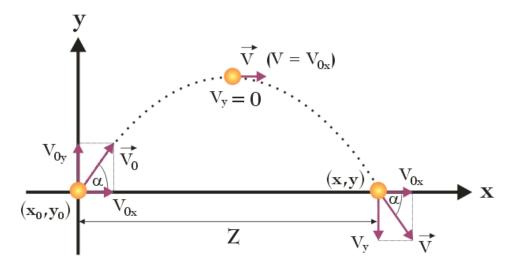
Znając wektor przyspieszenia jesteśmy wstanie stworzyć dwa zestawy **skalarnych** równań ruchu opisujące ruch wzdłuż prostopadłych do siebie osi.

Równania wzdłóż osi ${\cal O}X$	Równania wzdłóż osi $OY$
$a_x = \text{const}$	$a_y = \text{const}$
$v_x = v_{x0} + a_x t$	$v_y = v_{y0} + a_y t$
$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{a_x t^2}{2}$	$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{a_y t^2}{2}$

#### Rzut ukośny

Najbardziej oczywistym przykładem ruchu złożonego jest rzut ukośny. Rozważmy ciało wyrzucane z poziomu podłoża pod kątem  $\alpha$  do podłoża z prędkością styczną równą  $v_0$ . Przyjmuję następujące oznaczenia:

- $-\,z$ odległość jaką przeleci ciało zanim uderzy w ziemię
- $-\ v_x$ pozioma składowa prędkości początkowej
- $-\ v_y$ pionowa składowa prędkości początkowej



Stosując podstawowe zależności trygonometryczne możemy rozłożyć wektor prędkości początkowej

$$v_{x0} = v_0 \cos(\alpha)$$

$$v_{y0} = v_0 \sin(\alpha)$$

Ponieważ ciało zostało rzucone swobodnie i zaniedbujemy opory ruchu w kierunku poziomym ciało porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym, a w kierunku pionowym jednostajnie opóźnionym (później przyspieszonym) wynikającym z siły grawitacji, wektor przyspieszenia grawitacyjnego skierowany jest przeciwnie do wektora składowego prędkości początkowej w kierunku pionowym,

więc g idzie ze znakiem -:

$$v_x = v_{x0} = v_0 \cos(\alpha)$$

$$v_y = v_{y0} - gt = v_0 \sin(\alpha) - gt$$

Teraz stosując twierdzenie pitagorasa możemy wyprowadzić zależność na prędkość styczną do toru ruchu od czasu:

$$v(t) = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} = \sqrt{v_0 - 2v_0 gtsin(\alpha) + g^2 t^2}$$

Równania ruchu względem obu osi mają następującą postać:

$$x(t) = x_0(=0) + v_{x0}t = v_0\cos(\alpha)t$$

$$y(t) = y_0(=0) + v_{y0}t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin(\alpha)t - \frac{gt^2}{2}$$

Mając równania ruchu bardzo łatwo wyprowadzić zależnośc y(x) pokazującą tor ruchu ciała:

$$x = v_0 \cos(\alpha)t \implies t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$$

Podstawiając do równania y(t) otrzymujemy:

$$y(x) = v_0 \sin(\alpha) \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} - \frac{g(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)})^2}{2}$$

upraszczając:

$$y(x) = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2$$

Aby policzyć zasięg rzutu ukośnego potrzebujemy policzyć całkowity czas wznoszenia  $t_1$  i opadania  $t_2$ . Można zauważyć, że pomijając opory ruchu czasy te będą sobie równe, a więc:

$$v_y(t_1) = 0$$

$$v_0 \sin(\alpha) - gt_1 = 0$$

$$t_1 = \frac{v_0 \sin(\alpha)}{g}$$

$$t_c = t_1 + t_2 = 2t_1$$

$$t_c = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$$

Skoro mamy czas po jakim czasie ciało uderzy o ziemię, zasięg rzutu będzie równy odległości jaką ciało przebędzie w kierunku poziomym:

$$z = x(t_c) = v_0 \cos(\alpha) t_c = v_0 \cos(\alpha) \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g} \implies z = \frac{2v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

#### 2.6 Ruch po okręgu

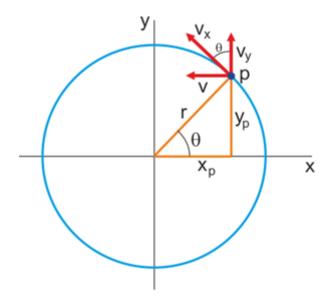
Definicja: Ruch po okręgu

Ruch w którym tor ruchu jest okrąg. Wektor prędkości  $v_s$  jest stycznyczny do okręgu. Występuje przyspieszenie radialne/normalne prostopadłe do wektora prędkości - oznaczamy  $a_r$  - gdy mówimy dokładnie o okręgu przyspieszenie to można nazwać przyspieszeniem dośrodkowym, lecz nazwać radialne/normalne jest bardziej ogólna.

Aby wyprowadzić zależności opisujące ruch po okręgu rozważmy chwilię gdy ciało znajduje się w punkcie P. Przyjmuję następujące oznaczenia:

- $-x_P$  i  $y_P$  współrzędne x i y punktu P
- $-\vec{v}$ wektor prędkości stycznej do okręgu, vwartość wektora prędkości
- $v_x$ i  $v_y$ pozioma i pionowa składowa wektora prędkości  $\vec{v}$
- -r promień okręgu po którym odbywa się ruch

-  $\theta$ kąt pomiędzy osią OXa promieniem poprowadzonym między punktami  $(0,\ 0)$  i P



Rysunek 1: Na rysunku pomylono  $\vec{v_x}$ i $\vec{v}$ 

Zapisujemy równania zależności trygonometrycznych:

$$\sin \theta = \frac{y_P}{r} \qquad \cos \theta = \frac{x_P}{r}$$

Rozkładamy prędkość styczną na składowe (składowa pozioma jest ujemna bo ciało porusza się "wstecz" osi OX):

$$\vec{v} = \hat{i}v_x + \hat{j}v_y = \hat{i}(-v\sin\theta) + \hat{j}(v\cos\theta)$$
$$\vec{v} = \hat{i}\left(-v\frac{y_P}{r}\right) + \hat{j}\left(v\frac{x_P}{r}\right)$$

Aby obliczyć przyspieszenie "dośrodkowe" wystarczy policzyć pochodną. v i r to stałe więc wystarczy policzyć pochodne  $x_P(t)$  i  $y_P(t)$ .

$$\vec{a_r} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \hat{i} \left( -\frac{v}{r} \frac{dy_P}{dt} \right) + \hat{j} \left( \frac{v}{r} \frac{dx_P}{dt} \right) = \hat{i} \left( -\frac{v}{r} v_y \right) + \hat{j} \left( \frac{v}{r} v_x \right)$$

Wstawiając wzory na prędkość otrzymujemy:

$$\vec{a_r} = \hat{i} \left( -\frac{v^2}{r} \cos \theta \right) + \hat{j} \left( \frac{v^2}{r} \sin \theta \right)$$

Wartość przyspiesznenia otrzymujemy z tw. Pitagorasa:

$$a_r = \sqrt{\left(-\frac{v^2}{r}\cos\theta\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\sin\theta\right)^2} = \sqrt{\frac{v^4}{r^2}(\cos^2\theta + \sin^2\theta)} = \frac{v^2}{r}$$

Przyspieszenie radialne jest zwrócone prostopadle do toru ruchu czyli w tym wypadku do środka okręgu.

Prędkość styczną w ruchu po okręgu możemy wyrazić korzystając z okresu ruchu T. Jeśli pokonanie całego okręgu o długości  $l=2\pi r$  zajmuje ciału czas  $t_0$  to czas ten nazywmay okresem i oznaczmay  $T=t_0$  - oznacza to czas potrzeby na pokonanie jednego okręgu. Wtedy prędkość v możemy wyrazić wzorem:

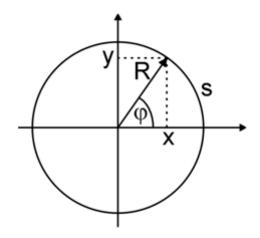
$$v = \frac{l}{T} = \frac{2\pi r}{T}$$

Korzystając z tego wzoru możemy wyrazić przyspieszenie dośrodkowe:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Przy ruchu po okręgu/ruchu obrotowym pojawiają się wielkości skalarne opisujące stricte obrót. Są to wielkości **skalarne**. Na potrzeby przyjmę następujące oznaczenia:

- -s długość łuku jakie zatoczyło ciało
- $\ x$ i y- pozycja ciała względem osi układu współrzędnych
- $\vec{R}$  wektor położenia względem środka układu współrzędnych, Rjego wartość
- $-\varphi$  kąt jaki zatoczyło ciało



Definicja: Droga kątowa

Jest to kąt jaki zatoczyło ciało. Jest to iloraz długości łuku przebytego przez ciało i promienia wodzącego. Wyrażamy w radianach.

$$\varphi = \frac{s(t)}{R}$$

Definicja: Prędkość kątowa

Jest to szybkość zmiany "kąta zatoczonego przez ciało". Analogicznie do zwykłej prędkości jest to iloraz drogi kątowej przebytej w czasie. Jednostka:  $\frac{1}{s}$ 

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{s(t)}{R} = \frac{v}{R}$$

 $Gdy\ prędkość\ styczna\ jest\ stała,\ szybkość\ kontowa\ wyraża\ się\ następująco:$ 

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Definicja: Przyspieszenie kątowa

Opisuje jak zmienia się prędkość kątowa w czasie. Analogicznie do przyspieszenia w ruchu postępowym (zwykłym) jest to pochodna z prędkości kątowej. Jednostka  $\frac{1}{s^2}$ 

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{v}{R} = \frac{a}{R}$$

Używając tych symboli możemy wyznaczyć wzory na podstawowe wielkości opisujące ruch po okręgu.

#### Dla stałej prędkości stycznej:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$$

$$a_r = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \omega^2 R$$

#### Uogólnienie:

Korzystając z poprzednego rysunku równania ruchu wyglądają następująco:

$$x(t) = R\cos\varphi(t)$$
  $y(t) = R\sin\varphi(t)$  gdzie:  $\varphi(t) = \frac{s(t)}{R}$ 

Możemy policzyć równania prędkości:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -R\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi = -R\omega\sin\varphi(t)$$
$$v_y = \frac{dy}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi = -R\omega\cos\varphi(t)$$

Teraz przyspieszenie:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -R\frac{d\omega}{dt}\sin\varphi - R\omega\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi = -R\alpha\sin\varphi - R\omega^2\cos\varphi$$
$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}\cos\varphi - R\omega\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi = R\alpha\cos\varphi - R\omega^2\sin\varphi$$

Wstawiając równania prędkości i położenia:

$$a_x = -R\alpha \sin \varphi - R\omega^2 \cos \varphi = \frac{\alpha}{\omega} v_x - x\omega^2$$
$$a_y = R\alpha \cos \varphi - R\omega^2 \sin \varphi = \frac{\alpha}{\omega} v_y - y\omega^2$$

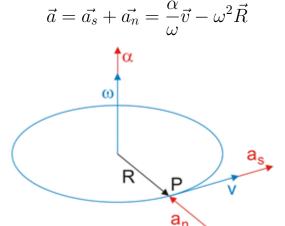
Przechodząc do równania wektorowego:

$$\vec{a} = \hat{i}a_x + \hat{j}a_y = \hat{i}\left(\frac{\alpha}{\omega}v_x - x\omega^2\right) + \hat{j}\left(\frac{\alpha}{\omega}v_y - y\omega^2\right) =$$

$$= \frac{\alpha}{\omega}\left(\hat{i}v_x + \hat{j}v_y\right) - \omega^2\left(\hat{i}x + \hat{j}y\right)$$

$$\vec{a} = \frac{\alpha}{\omega}\vec{v} - \omega^2\vec{R}$$

W ten sposób wyprowadziliśmy wózór na wypadkowy wektor przyspieszenia w ruchu po okręgu.



Na powyższym rysunku zaznaczono też "wektory" prędkości kątowej  $\omega$  i przyspieszenia kątowego  $\alpha$  lecz wciąż należy pamiętać, że nie są to właściwe wektory, a raczej zwyczajowe oznaczenie na rysunku w którą stronę się obracamy (z zasady prawej dłoni na podstawie wektora prędkości stycznej). **Są to wielkości skalarne**.

## 3 Dynamika

### 3.1 Wstęp

Dynamika to dział zajmujący się opisywaniem przyczyn ruchu. Istnieją 4 podstawowe oddziaływania z których wynikają wszystkie inne siły:

- oddziaływanie grawitacyjne działa na dużą odległość i dotyczy mas ciał
- oddziaływanie elektromagnetyczne działa na dużą odlgegłość i dotyczy ładunków elektrycznych i prądu
- oddziaływanie jądrowe słabe działa na małą odległość i dotyczy atomów
- oddziaływania jądrowe silne działa na małą odległości i dotyczy cząstek jądrowych

Definicja: Masa

Najprostszą definicją masy jest **ilość materii zawartej w ciele**. Jest to jedna z pierwszych definicji masy.

Newton definiował masę jako **miarę bezwładności ciała**. Ma to podłoże w drugiej zasadzie dynamiki gdzie masę definiujemy jako iloraz siły i przyspieszenia.

$$m = \frac{F}{a}$$

Masę jakiegość ciała możemy też odnieć do masy "wzorcowej" korzystając z zasady zachowania pędu. Gdy rozpędzimy ciało o masie wzorcowej do prędkości  $v_0$  i zderzymy z ciałem o masie m (tak żeby ciało  $m_0$  pozostawało w spoczynku po zderzeniu)

to jeśli zmierzymy jego prędkość v to jego masa wyrażać się będzie wzorem:

$$m=m_0\frac{v_0}{v}$$

Wyprowadza się go z zasady zachowania pędu (o tym poniżej). Skoro ciało o masie  $m_0$  porusza się z prędkością  $v_0$  to jego pęd  $p_0$  wynosi  $p_0 = mv_0$ . Natomiast po zderzeniu ciało o nieznanej masie m uzyska prędkość v, a więc jego pęd wyniesie p = mv. Skoro mówimy o zderzeniu idealnie niesprężystym możemy przyrówać te pędy:

$$p = p_0$$

$$mv = m_0v_0$$

$$m = m_0 \frac{v_0}{v}$$

Definicja: Pęd

Pęd to iloczyn masy i prędkości.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Definicja: Siła

Siłę definiujemy jako zmianę pędu w czasie.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

#### 3.2 Zasady dynamiki Newtona

Definicja: Zasada 1 - Zasada bezwładności

Jeśli na ciało nie działa żadna siła lub siły działające równoważą się  $\left(\vec{F_{wyp}} = \bar{0}\right)$ . To ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem **jednostajnym prostoliniowym**.

Wynika z niej zasada zachowania pędu:

$$\sum \vec{F} = \vec{F_{wyp}} = \vec{0} \implies \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \implies \vec{p} = const$$

$$\implies m\vec{a} = 0 \implies \vec{a} = 0$$