

Notatki z wykładów z Fizyki 1

Łukasz Kwinta

Spis treści

1	Wiadomości wstępne i wektory	2
1.1	Suma wektorów	2
1.2	Iloczyn skalarny	2
1.3	Iloczyn wektorowy	3
2	Podstawy kinematyki	4
2.1	Podstawowe pojęcia	4
2.2	Prędkość	5

1 Wiadomości wstępne i wektory

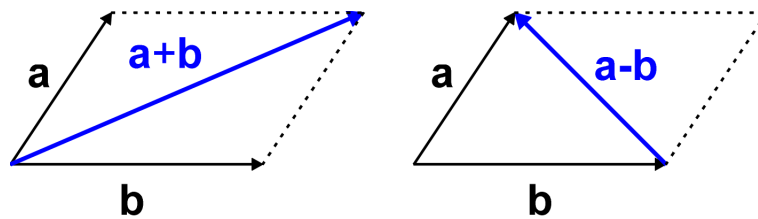
1.1 Suma wektorów

Niech:

$$\vec{a} := (a_1, a_2, a_3) \quad \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

Wtedy suma wektorów ma następującą postać:

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$



1.2 Iloczyn skalarny

Niech:

$$\vec{a} := (a_1, a_2, a_3) \quad \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

Wtedy iloczyn skalarny oznaczamy \circ ma następującą postać:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

Występuje również poniższa zależność:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

1.3 Iloczyn wektorowy

Niech:

$$\vec{a} := (a_1, a_2, a_3) \quad \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

oraz:

$$\vec{i} := (1, 0, 0) \quad \vec{j} = (0, 1, 0) \quad \vec{k} = (0, 0, 1)$$

Wtedy, iloczyn wektorowy ma następującą postać:

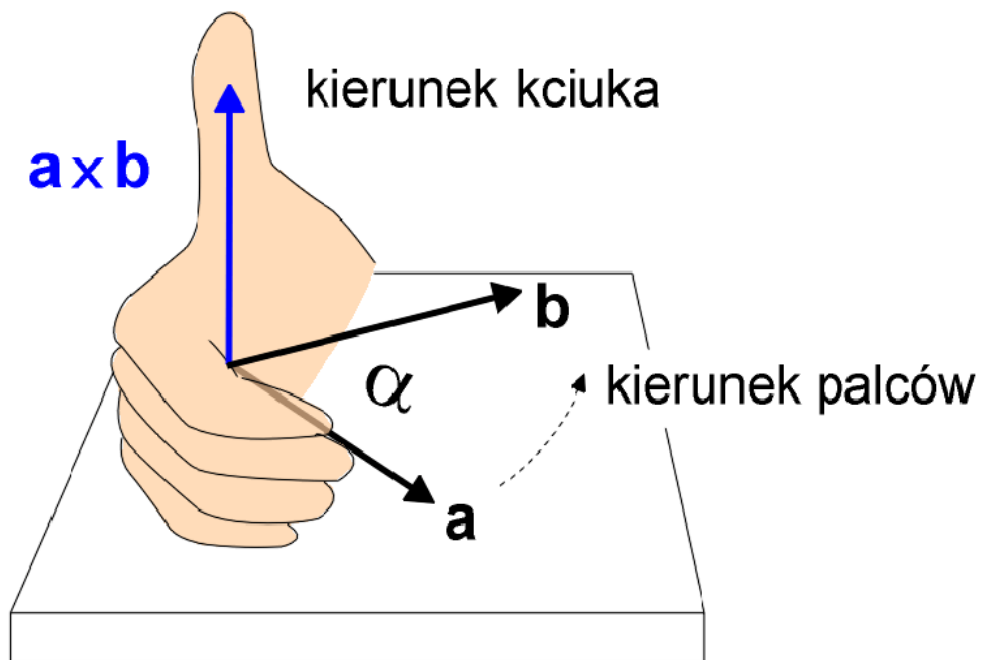
$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \vec{i}(a_2b_3 - a_3b_2) + \vec{j}(a_3b_1 - a_1b_3) + \vec{k}(a_1b_2 - a_2b_1) = \\ &= (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1) \end{aligned}$$

Tak jak przy iloczynie skalarnym występuje zależność związana z kątem między wektorami:

$$||\vec{a} \times \vec{b}|| = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \sin(\angle \vec{a}, \vec{b})$$

Kierunek iloczynu wektorowego $\vec{a} \times \vec{b}$ jest prostopadły do płaszczyzny stworzonej przez wektory \vec{a} i \vec{b} .

Natomiast zwrot tego wektora można określić stosując zasadę prawej dłoni:



2 Podstawy kinematyki

2.1 Podstawowe pojęcia

Definicja: Ruch

Zmiana wzajemnego położenia ciał względem innych ciał wraz z upływem czasu.

Definicja: Układ odniesienia

Wybrane ciało lub ciało względem których wyznaczamy własności fizyczne takie jak położenie czy prędkość.

Definicja: Punkt materialny

Punktem materialnym nazywamy obiekt obdarzony masą, których rozmiar (aka objętość) można zaniedbać.

2.2 Prędkość

Definicja: Prędkość

Zmiana położenia w czasie: $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$

*Bardziej potocznie: **pierwsza pochodna drogi(położenia) po czasie***

Jeśli ciało znajdowało się w chwili t_0 w punkcie x_0 , a w chwili t w punkcie x to:

$$x - x_0 = v(t - t_0)$$

Stąd ($\Delta x := x - x_0$ oraz $\Delta t := t - t_0$):

$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Z definicji prędkość jest wielkością wektorową więc warto zwracać uwagę w zadaniach na oznaczenia. W zadaniach gdzie wektor prędkości nie ma stałego kierunku rozważa się składowe wektora prędkości dla uproszczenia zadania - na przykład przy rzucie ukośnym rozważa się składową pionową i poziomą prędkości.

Gdy wartość prędkości zmienia się w czasie nie możemy stosować powyższego wzoru - nabiera on wtedy sens *"Prędkości średniej"*. Korzystając z analizy matema-

tycznej aby dokładnie opisać prędkość chwilową ciała należy dążyć ze zmianą czasu do 0. ($\Delta x \rightarrow 0$), a więc

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

A więc prędkość jest pierwszą pochodną położenia (drogi) po czasie.

Warto tutaj zwrócić uwagę, że prawdziwa też jest operacja odwrotna:

$$v = \frac{dx}{dt} \implies dx = v dt \implies \int dx = \int v dt$$
$$x = \int v dt + \mathbf{C}$$

Należy pamiętać o stałej całkowania \mathbf{C} , interpretowanej zwykle jako x_0 - położenie początkowe. W większości wypadków stałą będziemy wyliczali z warunków początkowych zadania, np. $x(0) = 0$.

Definicja: Prędkość średnia

Oszacowana wartość prędkości na danym odcinku. Oznaczana \bar{v} . Prędkość średnią wyznaczamy poprzez wzór:

$$\bar{v} = \frac{S_c}{t_c}$$

gdzie:

- S_c - całkowity dystans przebyty w czasie t_c*
- t_c - całkowity czas*

*Potocznie: **Cała droga przez cały czas***