

基于信息增益的 SLAM 图精简

程见童, 江振宇, 张银辉, 张为华

(国防科学技术大学航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410072)

摘要: 针对基于图论的同时定位与制图中, 非线性约束方程组维数随机器人运行距离和时间的增加而不断增大的问题, 提出一种基于信息增益的图精简算法. 该算法通过评估精简前后特征点信息矩阵相对变化, 删除观测信息量小于给定阈值的机器人位姿及相应的观测, 达到显著简化优化问题的目的. 根据测量球形协方差矩阵假设, 给出了信息增益的精确和近似计算方法. 通过恢复性图剪枝方法, 确保图精简过程中的连通性. 蒙特卡洛仿真和开源实验数据计算结果表明, 在不引入明显的优化误差前提下, 该方法可实现位姿和特征点 90% 的精简, 显著提高图优化效率.

关键词: 同时定位与制图; 信息增益; 图优化; 图精简

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2014)-05-0527-08

Information Gain-based SLAM Graph Pruning

CHENG Jiantong, JIANG Zhenyu, ZHANG Yinhui, ZHANG Weihua

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410072, China)

Abstract: In graph-based simultaneous localization and mapping, the dimension of nonlinear constraint equations increases linearly with the distance and duration of robots motion. An efficient approach based on information gain is proposed to prune the graph. By evaluating the relative variation of features' information matrices before and after the pruning, any observation information below the given threshold of the robot pose is pruned, as well as corresponding observations, so that the complexity of SLAM optimization problem is simplified significantly. Exact and approximate computation methods of information gain are provided, according to the assumption of spherical covariance of measurements. The connectivity of the pruned graph is kept using the recovered pruning method. Experimental results based on Monte Carlo simulation and open-source environment dataset show that: around 90% of poses and features are pruned, on the premise that the optimization errors are not introduced apparently. The optimization efficiency is raised greatly.

Keywords: simultaneous localization and mapping; information gain; graph optimization; graph pruning

1 引言 (Introduction)

同时定位与制图 (SLAM) 作为机器人实现完全自主导航的重要方法之一, 是指在没有任何环境先验信息的条件下, 移动机器人通过增量式地构建环境地图, 并基于创建的地图实现机器人位姿的估计. 目前 SLAM 问题主要以贝叶斯理论^[1]为基础进行描述, 并可利用多种先进滤波方法^[2-6]实现小尺度环境中的实时求解. 作为 SLAM 的另一种有效描述方法, 图论 SLAM 在贝叶斯理论和马尔可夫假设基础上, 将 SLAM 问题转化为一种基于最小二乘的图优化问题^[7-8]. 其中以机器人位姿和环境中特征点为图节点, 以节点间空间相互约束关系为连接节点的边, 因此图优化问题即为寻找节点的一种最

优配置, 使节点位置关系最大概率地满足图中各约束关系.

在经典的图优化问题^[9-11]中, 图论 SLAM 前端 (front-end) 构建的图节点和边数随机器人运行距离和时间线性增加. 尤其当机器人对同一区域进行多次重复观测时, 图优化问题中非线性误差方程维数的增加对优化效率产生严重影响. 因此求解图论 SLAM 时, 希望前端构造的图复杂性由环境尺度决定, 而非机器人运行轨迹和时间, 从而抑制图中节点和边数的无限增长, 即在不影响优化精度的条件下实现系统降维或图结构的精简. 传统的图精简方法以机器人位姿间空间距离为判断依据, 当距离大于给定阈值, 并且其邻域内没有其他节点时,

才将当前机器人位姿以及相应约束增为图的新节点和边. 将源自信息论的信息熵作为衡量事件信息量大小的标准, 为图精简提供有效数学理论基础. Illa 等^[12]通过计算位姿间的相对距离及约束信息增益, 当距离和增益大于给定值时为系统加入新的节点和闭环约束. 然而位姿间约束的信息增益并不能反映出环境信息变化关系, 因此无法保证地图信息的最大化. Kretzschmar 等^[13]则以机器人所获取环境信息为度量, 通过比较精简节点前后环境信息熵的变化决定是否精简信息量较小的节点. 然而该方法以网格地图为对象, 要求计算所有网格的信息熵, 具有较大的计算复杂性. 为简化精简过程, Wang 等^[14]提出基于 KL 散度的图精简方法, 在观测误差具有球形协方差矩阵特性以及特征点被充分观测时, 给出单次观测所携带信息只与特征点被观测次数相关的结论.

针对上述问题, 本文以特征点位姿图 (feature-pose graph) 为研究对象, 利用特征点信息矩阵构建观测信息增益. 根据信息滤波更新中, 静态特征点信息矩阵具有依序列观测线性累加的特性, 推导了基于特征点信息矩阵的信息增益精确可行计算公式, 避免计算过程中近似假设. 同时依观测球形协方差矩阵假设, 给出信息增益的近似计算方法. 在保持环境结构完整性前提下, 实时计算和更新特征点信息增益, 精简图中冗余约束, 实现 SLAM 图优化的高效执行.

2 图论 SLAM (Graphical SLAM)

2.1 图论模型

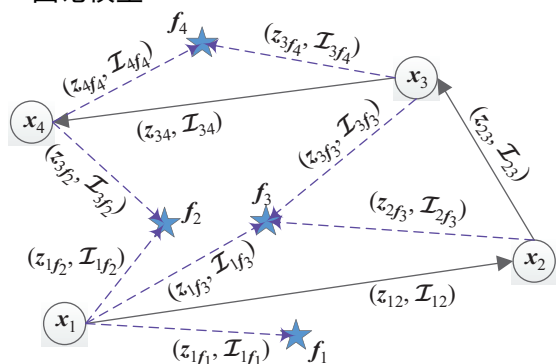


图 1 图论 SLAM 结构模型

Fig.1 Structural model of graphical SALM

图论求解 SLAM 问题中, 机器人位姿和环境特征点抽象为图的节点, 并配以各节点初始空间位置估计, 同时将机器人传感器观测值作为各节点间的边, 如图 1 所示. 图中节点 x_i ($i=1, \dots, n$) 和 f_j ($j=1, \dots, m$) 分别表示 i 个机器人位姿和 j 个环境

特征点, $x=[x_i]$, $f=[f_j]$, 机器人位姿 x_i 和 x_{i+1} 间的相对运动关系 $z_{i(i+1)}$ 及其信息矩阵 $I_{i(i+1)}$ 以实线表示, $z_x=[z_{i(i+1)}]$, $I_x=[I_{i(i+1)}]$; 机器人位姿 x_i 处对特征点 f_j 的观测 z_{if_j} 及其信息矩阵 I_{if_j} 以虚线表示, $z_f=[z_{if_j}]$, $I_z=[I_{if_j}]$. 其中 $[v_k]$ 表示由所有列矢量 v_k 构成的列矢量, $[V_k]$ 表示由所有矩阵 V_k 形成的分块对角阵. 因此 SLAM 问题转化为优化图中各节点位置关系, 使之最大概率地满足图中各约束关系.

2.2 图优化

结合图 1 中模型, 以矢量 $X=[f, x]$ 表示图中所有节点, $Z=[z_f, z_x]$ 和对角分块阵 $I_Z=\text{blkdiag}(I_z, I_x)$ 分别表示各节点间相互约束关系和信息矩阵. 在不引起歧义的前提下, 文中矩阵向量转置符号省略. 给定观测信息 Z 和 I_Z , 图优化问题可表示为对 X 的最大似然估计

$$L(X)=p(Z|X) \quad (1)$$

给定 X 初始估计值, 可得到如下观测误差函数和负对数概率分布

$$F(X)=\sum_{ij} \underbrace{(f_{ij}(x_i, x_j) - z_{ij})^T I_{ij} (f_{ij}(x_i, x_j) - z_{ij})}_{F_{ij}} \quad (2)$$

$$-\ln p(Z|X) \propto F(X) \quad (3)$$

其中 $f_{ij}(\cdot, \cdot)$ 为节点间空间位置变换函数. 因此式 (1) 等效为求解 X 使得误差函数 (2) 值最小, 即

$$X^* = \underset{X}{\operatorname{argmin}} F(X) \quad (4)$$

式 (4) 一般可通过高斯牛顿和 LM 算法进行求解. 利用 X 初始估计值对 $f_{ij}(\cdot, \cdot)$ 进行线性化处理, 并依据加权最小二乘原理可给出 X^* 和其信息矩阵 I_X^* 最优解形式

$$X^* = (H_X^T I_Z H_X)^{-1} H_X^T I_Z Z \quad (5)$$

$$I_X^* = H_X^T I_Z H_X \quad (6)$$

式中 H_X 是 $f_{ij}(\cdot, \cdot)$ 对 X 线性化系数矩阵. 取机器人对特征点总观测次数为 T , 对于 2D 情况, H_X 维数为 $(3n-3+2T) \times (3n-3+2m)$, 观测信息矩阵 I_Z 维数为 $(3n-3+2T) \times (3n-3+2T)$. 可见求解式 (5) 时面临计算量巨大的问题, 虽然引言中介绍的优化算法可高效求解式 (5), 但当连续重复观测大尺度环境时, 机器人位姿数目将不断增加, 上述优化算法仍然面临计算效率低下问题. 因此必须抑制图中节点数目的增加, 使其只由环境尺度大小决定.

3 图精简 (Graph pruning)

图精简是在满足优化精度前提下, 删除图中冗余节点和边, 从而有效降低图的复杂性, 提高图优化的效率.

3.1 信息增益

信息增益是信息论中衡量事件信息量大小的一个重要指标. 图精简信息增益是指删除位姿 \mathbf{x}_i 上所有观测信息前后对特征点信息影响的度量. 在信息空间中, 信息增益 G 定义为精简前后特征点信息矩阵行列式比的对数^[12], 即

$$G = \frac{1}{D} \ln \frac{|\mathcal{I}_f|}{|\mathcal{I}_{f, \mathbf{x}_i}|} \quad (7)$$

式中 D 为单个特征点坐标维数, \mathcal{I}_f 是特征点集在包含所有观测时的信息矩阵, $\mathcal{I}_{f, \mathbf{x}_i}$ 是特征点集剔除 \mathbf{x}_i 观测信息后的信息矩阵. 依马尔可夫假设, 沿着轨迹观测特征点时有

$$p(\mathbf{f}|\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = \prod_{j=1}^m p(\mathbf{f}_j|\mathbf{X}, \mathbf{Z}) \quad (8)$$

取 $C_{\mathbf{x}_i}$ 为 \mathbf{x}_i 可观测到的特征点集, $\bar{C}_{\mathbf{x}_i}$ 为其补集. 则由式 (7) 位姿 \mathbf{x}_i 对环境观测的信息增益可写为

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{x}_i} &= \frac{1}{D} \ln \frac{\prod_{j \in C_{\mathbf{x}_i}} |\mathcal{I}_{f_j}| \prod_{k \in \bar{C}_{\mathbf{x}_i}} |\mathcal{I}_{f_k}|}{\prod_{j \in C_{\mathbf{x}_i}} |\mathcal{I}_{f_j, \mathbf{x}_i}| \prod_{k \in \bar{C}_{\mathbf{x}_i}} |\mathcal{I}_{f_k}|} \\ &= \sum_{j \in C_{\mathbf{x}_i}} \frac{1}{D} \ln \frac{|\mathcal{I}_{f_j}|}{|\mathcal{I}_{f_j, \mathbf{x}_i}|} \end{aligned} \quad (9)$$

式中 \mathcal{I}_{f_j} 和 $\mathcal{I}_{f_j, \mathbf{x}_i}$ 分别为删除 \mathbf{x}_i 观测信息前后特征点 \mathbf{f}_j 的信息矩阵. 机器人位姿 \mathbf{x}_i 处对特征点 \mathbf{f}_j 观测 \mathbf{z}_{if_j} 可表示为

$$\mathbf{z}_{if_j} = \mathbf{M}_i(\mathbf{f}_j - \mathbf{x}_i) \quad (10)$$

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中 \mathbf{x}_i 和 θ_i 分别为机器人平面坐标和方位角, 即 $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, \theta_i]$, \mathbf{M}_i 为相应的方向余弦矩阵. 将式 (10) 依 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{f}_j 线性化可得

$$\mathbf{z}_{if_j} = [\mathbf{h}_i \quad \mathbf{M}_i] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{f}_j \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{h}_i = [-\mathbf{M}_i, \mathbf{d}\mathbf{M}_i(\mathbf{f}_j - \mathbf{x}_i)] \quad (13)$$

$\mathbf{d}\mathbf{M}_i$ 为 \mathbf{M}_i 对 θ_i 的导数. 依信息滤波 (information filter) 可知状态变量信息矩阵更新具有如下累加特性:

$$\mathcal{I}_{k+1} = \mathcal{I}_{k+1|k} + \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_{k+1} \quad (14)$$

式中 \mathcal{I}_{k+1} 和 $\mathcal{I}_{k+1|k}$ 分别为状态变量 $k+1$ 时刻信息矩阵估计和预测, \mathbf{H}_{k+1} 为观测系数矩阵, \mathbf{R} 为观测协方差矩阵. 可知由观测 \mathbf{z}_{if_j} 引起特征点 \mathbf{f}_j 的信息矩阵增量为

$$\Delta \mathcal{I}_{f_j}^{\mathbf{z}_{if_j}} = \mathbf{M}_i^T \mathcal{I}_{if_j} \mathbf{M}_i \quad (15)$$

取可观测到特征点 \mathbf{f}_j 的机器人位姿集合为 X_{f_j} , X_{f_j, \mathbf{x}_i} 为删除位姿 \mathbf{x}_i 后的集合. 考虑静态环境中, 环境特征点位置不变, 预测过程信息矩阵保持不变. 由式 (14) 和 (15) 可得特征点 \mathbf{f}_j 信息矩阵为

$$\mathcal{I}_{f_j} = \sum_{k \in X_{f_j}} \Delta \mathcal{I}_{f_j}^{\mathbf{z}_{kf_j}} = \sum_{k \in X_{f_j}} \mathbf{M}_k^T \mathcal{I}_{kf_j} \mathbf{M}_k \quad (16)$$

将式 (16) 代入式 (9) 即可得到信息增益的精确可行计算方法

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{x}_i} &= \sum_{j \in C_{\mathbf{x}_i}} \frac{1}{D} \ln \frac{\left| \sum_{k \in X_{f_j}} \mathbf{M}_k^T \mathcal{I}_{kf_j} \mathbf{M}_k \right|}{\left| \sum_{k \in X_{f_j, \mathbf{x}_i}} \mathbf{M}_k^T \mathcal{I}_{kf_j} \mathbf{M}_k \right|}} \\ &= \sum_{j \in C_{\mathbf{x}_i}} \frac{1}{D} \ln \frac{\left| \sum_{k \in X_{f_j, \mathbf{x}_i}} \mathbf{M}_k^T \mathcal{I}_{kf_j} \mathbf{M}_k + \Delta \mathcal{I}_{f_j}^{\mathbf{z}_{if_j}} \right|}{\left| \sum_{k \in X_{f_j, \mathbf{x}_i}} \mathbf{M}_k^T \mathcal{I}_{kf_j} \mathbf{M}_k \right|}} \end{aligned} \quad (17)$$

从上式可知, 分子项为已保留位姿节点对特征点 \mathbf{f}_j 的观测信息, 即可理解为连接 \mathbf{f}_j 所有边的信息增益加和行列式. 分母项为除与位姿节点 \mathbf{x}_i 连接边外, 其他所有边的信息增益加和行列式.

Huang^[11] 分析说明在给定观测信息具有球形协方差矩阵 $\mathcal{I}_{kf_j} = a\mathbf{I}$ 特性时, 其中 \mathbf{I} 为 $D \times D$ 的单位阵, 图优化问题对初值的选取具有更强鲁棒性. 结合方向余弦矩阵 \mathbf{M}_i 正交特性, 此时式 (17) 可写为

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{x}_i} &= \sum_{j \in C_{\mathbf{x}_i}} \frac{1}{D} \ln \frac{\left| \sum_{k \in X_{f_j, \mathbf{x}_i}} a\mathbf{M}_k^T \mathbf{M}_k + a\mathbf{I} \right|}{\left| \sum_{k \in X_{f_j, \mathbf{x}_i}} a\mathbf{M}_k^T \mathbf{M}_k \right|}} \\ &= \sum_{j \in C_{\mathbf{x}_i}} \frac{1}{D} \ln \frac{\left| \sum_{k \in X_{f_j, \mathbf{x}_i}} a\mathbf{I} + a\mathbf{I} \right|}{\left| \sum_{k \in X_{f_j, \mathbf{x}_i}} a\mathbf{I} \right|}} \\ &= \sum_{j \in C_{\mathbf{x}_i}} \frac{1}{D} \ln \frac{|aT_{f_j}\mathbf{I}|}{|a(T_{f_j} - 1)\mathbf{I}|}} \\ &= \sum_{j \in C_{\mathbf{x}_i}} \ln \frac{T_{f_j}}{T_{f_j} - 1} \end{aligned} \quad (18)$$

式中, T_{f_j} 为特征点 \mathbf{f}_j 被观测的次数, 即 $T_{f_j} = \text{length}(X_{f_j})$. 图 2 所示为 \mathbf{x}_i 信息增益随 \mathbf{x}_i 可观测特征点数和特征点被观测次数的变化关系.

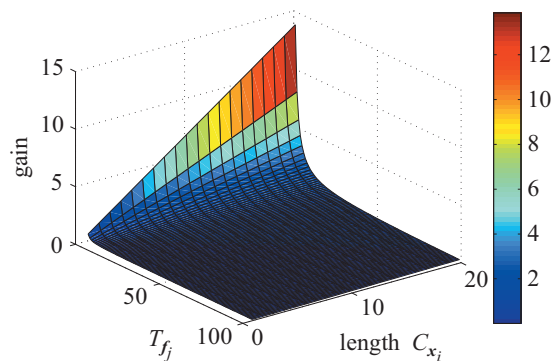


图 2 信息增益变化图

Fig.2 Informatoin gain

从式 (18) 和图 2 可知, 若特征点 f_j 被 x_i 唯一观测, 则有 $X_{f_j, x_i} = \emptyset$, $G_{x_i} = +\infty$. 说明为完全重构环境特征, 唯一观测到特征点的位姿是不可精简的. 为方便计算, 此时可取 x_j 对 f_i 的信息增益为一个较大值 Γ . 取 S_{x_i} 为被 x_i 唯一观测特征点集, $L_{x_i} = C_{x_i} \setminus S_{x_i}$ 为可被多个位姿节点观测到的特征点集. 则式 (18) 可写为

$$G_{x_i} = n_s \Gamma + \sum_{j \in L_{x_i}} \ln \frac{T_{f_j}}{T_{f_j} - 1} \quad (19)$$

式中 n_s 为 S_{x_i} 中特征点个数.

与文 [14] 比较可知, 除共同的球形协方差假设外, 信息增益 (式 (19)) 求解过程中没有引入任何附加假设. 文 [14] 中则需特征点为无偏估计, 即要求特征点观测次数 T_{f_j} 足够大. 然而当 T_{f_j} 足够大时, 文 [14] 信息增益表达式趋近于式 (19). 因此式 (19) 优于文 [14] 结果.

3.2 图剪枝

依信息增益定义, 图剪枝是在保持环境重构精度可接受的前提下, 精简图中信息增益 G_{x_i} 小于给定阈值 δ 的节点和边. 节点和边的精简包括直接删除和恢复性删除. 假设图 1 中节点 x_2 信息增益 G_{x_2} 小于 δ , 则从图中直接删除该节点与相应边可得如图 3 所示直接精简图模型. 若当 x_1 和 x_3 同时观测到 2 个以上的相同特征点时, 该方法可以有效近似原图结构. 然而 x_1 和 x_3 间只具有 1 个相同特征点, 直接删除该节点后位姿节点 x_1 和 x_3 与特征点节点 f_3 间约束关系退化为距离约束, 三者方位关系无法有效确定, 特别在没有相同特征点时, 该方法将直接破坏图的连通性, 因此直接删除法将向图结构引入较大不确定性. 而通过 x_2 与 x_1 和 x_3 间约束关系, 可间接给出 x_1 和 x_3 间的约束关系 z_{13} , 如图 4

所示, 即恢复性删除. 并有如下关系式:

$$z_{13} = z_{12} + \begin{bmatrix} M_2^T & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} z_{23} \quad (20)$$

$$\mathcal{I}_{13} = (h_{12} \mathcal{I}_{12}^{-1} h_{12}^T + h_{23} \mathcal{I}_{23}^{-1} h_{23}^T)^{-1} \quad (21)$$

其中 h_{12} 和 h_{23} 分别为式 (20) 中 z_{13} 对 z_{12} 及 z_{23} 的雅可比矩阵.

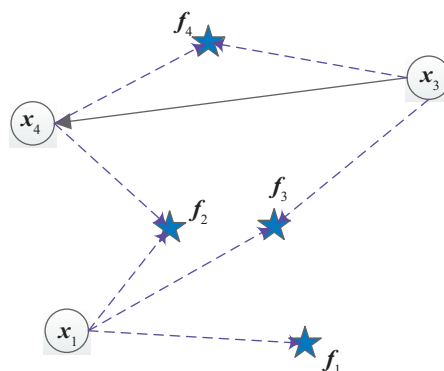


图 3 直接精简图模型

Fig.3 Directly pruned graph

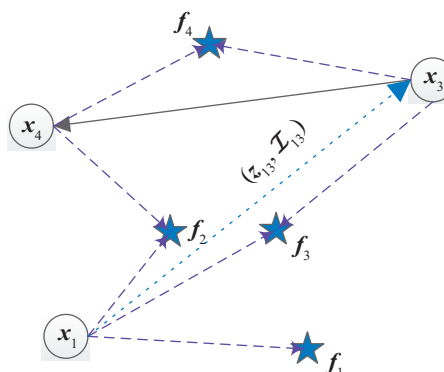


图 4 恢复性精简图模型

Fig.4 Recovered pruned graph

基于位姿的图论 SLAM 精简中, Chow Liu 树 [13,15-16] 是近似和稀疏化图结构的有效方法. 然而本节删除位姿节点后并不会引入冗余边, 因此不需要 Chow Liu 树进行稀疏化近似处理, 而通过简单易执行的恢复性删除节点方法即可完成图的精简过程. 至此, 利用图精简算法确定图中可删除节点和边, 通过图剪枝方法确保图精简后的确定性和连通性, 最后依据图优化方法即可高效地完成图论 SLAM 的求解.

3.3 算法实现

对于 2D 情形, 特征点观测信息矩阵为 2×2 矩阵, 因此信息增益计算式 (17) ~ (21) 均可在有限时间内执行. 这里以观测协方差为球形矩阵为例, 给出基于信息增益的图精简算法总结.

Step1: 依据精度要求给定参数 Γ 和 δ .

Step2: 更新第 i 个节点的特征点集 C_{x_i} 中特征点的被观测次数, $T_{f_j} = T_{f_j} + 1$.

Step3: 更新特征点集 C_{x_i} 信息矩阵, 式 (16).

Step4: 计算节点 x_i 信息增益 G_{x_i} , 式 (19).

Step5: 更新节点集 $X_{C_{x_i}} = \{X_{f_j} | f_j \in C_{x_i}\}$ 信息增益, $G_{x_i} = G_{x_i} + \ln \frac{T_{f_j}}{T_{f_j} - 1} - \ln \frac{T_{f_j} - 1}{T_{f_j} - 2}$, 其最后一项为位姿节点 x_i 对特征点 f_j 上一时刻观测的信息增益.

Step6: 根据 LRU 准则^[17] 选择最小 G_{x_i} :

(a) 如果 $G_{x_i} < \delta$, 恢复性删除节点 x_i 及相应边, 式 (20)、(21).

(b) 如果 $G_{x_i} \geq \delta$, 保持原图结构.

Step7: 遍历所有节点后, 精简过程完成, 否则转到 Step2.

4 实验结果 (Experimental results)

为验证算法性能, 实验首先采用蒙特卡洛仿真分析算法精度, 最后利用 SLAM 开源实验数据验证算法可行性. 实验中通过精简算法对实验数据进行精简, 降低数据维数, 最后利用图优化开源程序^[11] 分别计算图精简前后优化结果. 实验计算环境为 Matlab2013a, 主频 3.4 GHz. 算法参数设定 $\Gamma = 500$. 由于通过调节阈值参数, 可使文 [14] 精简后的结果与本文算法计算结果相近, 因此以下实验结果中未给出文 [14] 方法计算结果作为比较, 而是直接与真实参考值和全图优化结果进行比较, 验证算法性能.

4.1 仿真分析

4.1.1 仿真设置

仿真静态环境尺度为 $100\text{m} \times 100\text{m}$, 实验中机器人依给定运动模型^[2] 沿着路径点对环境进行 2 次连续观测, 环境地图以特征点表示并沿机器人运行轨迹随机产生. 仿真环境中包含 1040 个位姿点和 122 个特征点, 如图 5 所示. 机器人相对运动采用里程计和角度编码器模拟测量, 其中里程计测量误差为行驶距离的 2%, 角度测量误差为 1° , 测量频率均为 40Hz. 利用激光扫描仪测量机器人与特征点相对位置, 测量范围和频率分别为 15m 和 5Hz, 测量误差为距离的 0.5%.

4.1.2 仿真结果

图 5 和 6 分别为无精简图优化 (FULL) 和基于原始协方差矩阵 (OC) 依式 (17) 计算信息增益图精简优化 (OIG) 的单次仿真实验结果, 实验中参数 δ 为 5.1. 图中实线为机器人真实位姿轨迹 (TP), “o” 为环境特征点真实位置 (TF), “.” 为

估计的机器人位姿 (EP), “+” 字为估计的环境特征点 (EF). 由图 5 可知, 基于全部观测信息的 SLAM 图优化结果有效重构环境特征, 并准确估计出机器人全部位姿, 特征点估计均方根误差 (RMES) 为 0.012 m. 图中 11 个未被估计特征点是距离超出传感器测量范围而未被观测到的特征点. 利用本文提出算法进行图精简后, 机器人位姿节点减少为 90, 环境特征点节点数目保持不变, 并且估计特征点与真实特征点基本重合, 特征点估计均方根误差 (RMES) 为 0.021 m, 如图 6 所示.

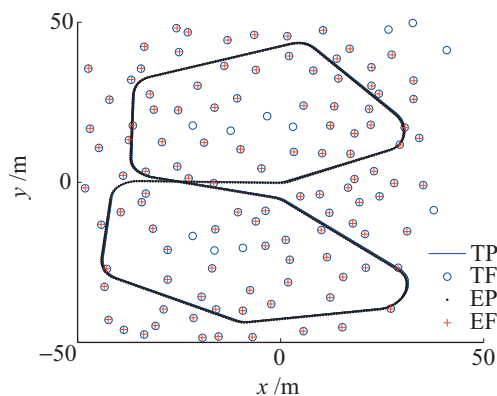


图 5 无精简图优化 (FULL) 结果

Fig.5 Optimization results without pruning

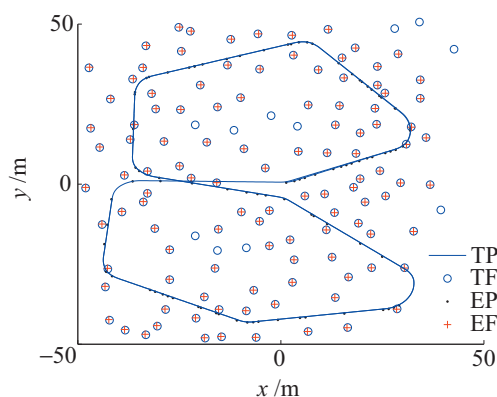


图 6 基于原始协方差图精简优化 (OIG) 结果

Fig.6 Optimization results with pruning based on original covariance (OIG)

50 次蒙特卡洛仿真特征点估计均方根误差曲线、图精简过程平均时间消耗曲线和图优化时间消耗曲线如图 7 ~ 9 所示. 如图 7, 由于随机观测误差的存在, FULL 和 OIG 两种图优化结果均存在一定误差, 误差的大小随观测误差的不同保持相似的变化趋势. 平均 RMES 分别为 0.047 m 和 0.051 m. 可知 OIG 不仅可有效精简图中节点数, 而且具有 FULL 相当的优化精度. 图精简过程中需实时计算和更新所有保留位姿节点的信息增益, 尤其是低维

信息矩阵的循环计算，导致系统计算负担增加，然而由图 8 可知基于 OIG 图精简过程时间消耗为 10^{-3} 量级，因此整个图精简过程均可在恒定时间内有效完成。而从图 9 可知，相对于全图优化，图精简后的平均优化时间从 9.48 s 减少为 0.15 s，图优化效率有效提高。统计结果如表 1 所示，可知精简过程特征点数 (F) 保持不变，机器人位姿节点数 (P) 和非线性约束方程数 (C) 精简量达到 90%，优化效率提高 98%，且只引入 0.004 m 的 RMES 误差。并且可根据优化效率和精度要求，通过调节参数 δ 实现效率与精度间的平衡。

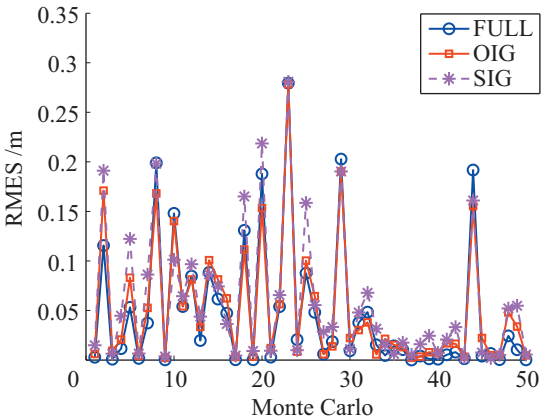


图 7 特征点估计均方根误差 (RMES)
Fig.7 RMES of features estimation

表 1 蒙特卡洛仿真统计结果
Tab.1 Statistical simulation results

算法	参数				
	F	P	C	T/s	RMES /m
Full	111	1040	12542	9.47	0.047
OIG	111	87	1220	0.15	0.051
SIG	111	87	1355	0.18	0.060

4.1.3 球形假设影响分析

球形假设是将测量约束协方差矩阵设定为球形协方差矩阵 (SC)，在 SLAM 图优化研究中已被普遍采用。由式 (18) 和 (19) 可知，球形假设可有效避免信息增益计算和更新中低维矩阵的循环计算，信息增益的计算转换为特征点被观测次数的统计，进而提高精简算法效率。然而相对于 OIG，基于球形假设的图精简算法 (SIG) 忽略了被观测特征点权重 (协方差)。为分析球形假设对图精简算法性能的影响，在保持机器人位姿节点数相同条件下，如图 7 同时给出基于 SIG 图精简优化的特征点估计均方根误差仿真曲线，50 次蒙特卡洛仿真的特征点平均均方根误差为 0.060 m，其中阈值 δ 为 1.65，可

知基于 SIG 的图精简优化仍可有效满足优化精度要求。由图 8 比较 OIG 和 SIG 图精简过程平均时间可知，SIG 显著地减少信息增益计算和更新时间。由于 OIG 和 SIG 保留相同的位姿节点数和近似相同的约束方程数，因此两种结果的图优化时间近似相等，如图 9 所示。由于 SIG 以特征点被观测次数评价节点信息量的多少，因此观测到特征点数越多的节点被保留概率越大，如表 1 所示，在具有相同位姿节点数时，相对于 OIG，SIG 图精简方法保留了更多约束方程。

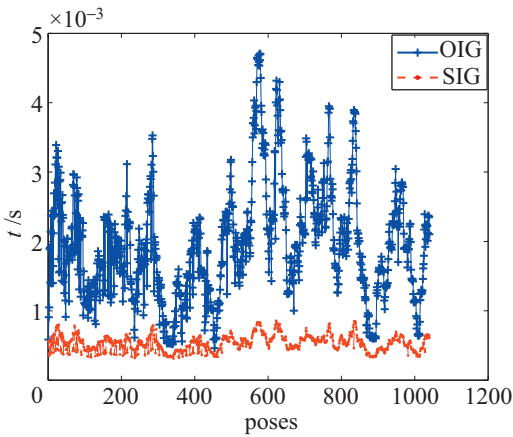


图 8 图精简过程时间消耗曲线
Fig.8 Time cost of graph pruning

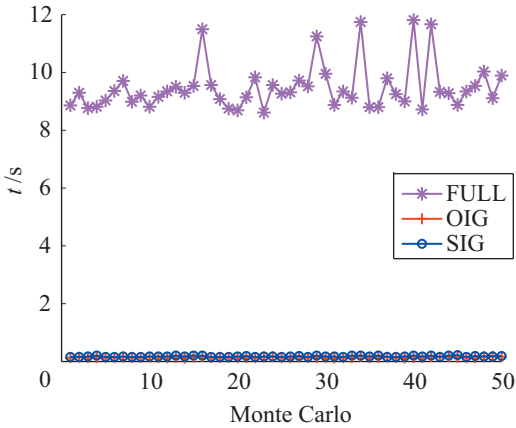


图 9 图优化时间消耗曲线
Fig.9 Time cost of graph optimization

4.2 实验分析

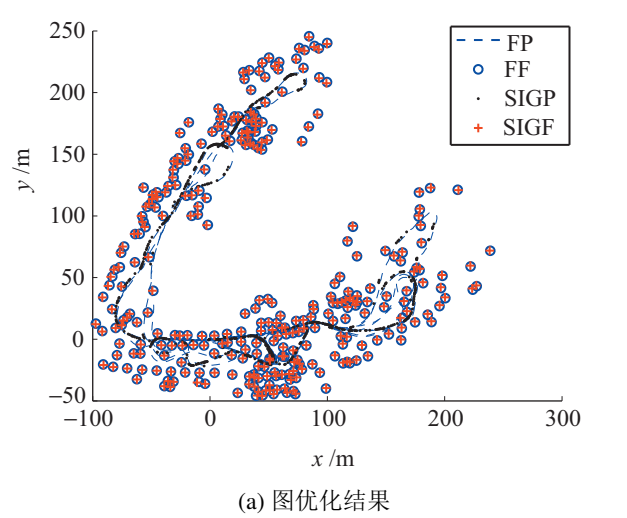
本节基于球形协方差假设，利用开源 Victoria 公园^[3]实验数据进一步验证本文算法的可行性。实验中 SLAM 前端根据里程计和激光扫描仪观测，形成包含 6 897 个机器人位姿节点、299 个特征点节点和 111 474 个非线性约束方程的全图结构。其中激光扫描仪测量范围为 80 m，测量精度为 0.1 m，输出频率为 5 Hz。实验进行约 20 min，行驶距离约为

4km. 实验中机器人(车辆)对同一局部环境进行多次重复观测, 而使得图优化问题状态维数远大于真实环境尺度, 导致全图优化效率低下. 考虑实验数据无精确参考值以及精简前后约束方程维数不同, 实验结果采用平均归一化估计误差平方(ANEES)作为分析依据, ANEES 定义为

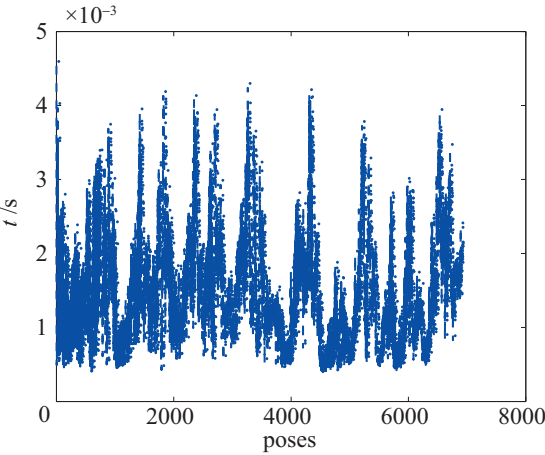
$$\overline{M} = \frac{1}{m + \tilde{n}} \sum_j^m \sum_i^{\tilde{n}} \tilde{\mathbf{e}}_{ij}^T \tilde{\mathbf{I}}_{ij} \tilde{\mathbf{e}}_{ij} \quad (22)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_{ij} = \mathbf{f}_{ij}(\tilde{\mathbf{x}}_i, \mathbf{f}_j) - \tilde{\mathbf{z}}_{if_j} \quad (23)$$

式中 $\tilde{\mathbf{x}}_i$ 为保留的机器人位姿节点, \tilde{n} 为保留的机器人位姿节点数, $\tilde{\mathbf{z}}_{if_j}$ 为特征点 \mathbf{f}_j 相对于 $\tilde{\mathbf{x}}_i$ 的位置关系.



(a) 图优化结果



(b) 图精简时间消耗曲线

图 10 Victoria 公园实验结果

Fig.10 Experimental results of Victoria Park

图 10 所示为参数 δ 等于 1.0 时无精简和依 SIG 精简的图优化结果和图精简过程时间消耗曲线, 相应的统计结果如表 2 所示. 可知 SIG 精简过程删除约 90% 机器人位姿节点和约束方程数, 而特征点

数保持不变. 同时由图 10(a) 可看出精简后位姿节点(SIGP)和特征点(SIGF)优化的结果趋近于全图优化位姿节点(FP)及特征点(FF), ANEES 分别为 0.0382 和 0.0275. 如图 10(b) 所示, 图精简过程时间消耗因位姿节点可观测特征点数不同而变化, 并且单次精简过程均可在有限时间内完成. 由表 2 比较精简前后图优化时间消耗可看出, 精简后的图优化收敛时间 26.5s 远小于全图优化的收敛时间 4085.45s. 因此实验证明, 该算法可有效精简图结构, 显著提高 SLAM 图优化效率.

表 2 Victoria 公园实验统计结果

Tab.2 Experimental statistical results of Victoria Park

算法	参数				
	F	P	C	T/s	ANEES
Full	299	6 897	111 474	4 085.45	0.027 5
SIG	299	600	12833	26.50	0.0382

5 总结 (Conclusion)

为提高图论 SLAM 图优化效率, 本文从信息滤波出发根据特征点信息矩阵提出了一种基于信息增益的图精简方法, 将机器人位姿节点观测的信息量转化为对特征点信息矩阵相对变化的计算, 利用信息增益作为评价指标选择图中信息量较小的节点及其相应的边, 并通过恢复性图剪枝方法完成图的精简. 蒙特卡洛仿真和真实实验数据计算结果表明本文提出的算法可在不引入较大误差情况下有效精简图中机器人位姿节点. 通过比较信息增益的精确和近似计算结果, 验证了球形假设可进一步提高图精简算法效率, 并能达到与精确计算相似的计算结果, 其平均归一化估计误差平方方差仅为 0.0107.

致谢

感谢 Prof. Huang 的 SLAM 图优化开源 Matlab 程序. 感谢杨蛟龙、王寅秋对论文实验部分的意见和帮助.

参考文献 (References)

[1] Dissanayake M, Newman P, Clark S, et al. A solution to the simultaneous localization and map building (SLAM) problem[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2001, 17(3): 229-241.

[2] Guivant J, Nebot E. Optimization of the simultaneous localization and map-building algorithm for real-time implementation[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2001, 17(3): 242-257.

[3] Montemerlo J, Thrun S, Koller D, et al. FastSLAM: A factored solution to the simultaneous localization and mapping prob-

- lem[C]//The AAAI International Conference on Artificial Intelligence. Menlo Park, USA: AAAI, 2002: 593-598.
- [4] Thrun S, Liu Y, Koller D, et al. Simultaneous localization and mapping with sparse extended information filters[J]. International Journal of Robotics Research, 2004, 23(7/8): 693-716.
- [5] 康轶非, 宋永端, 宋宇, 等. 平方根容积分卡尔曼滤波在移动机器人 SLAM 中的应用 [J]. 机器人, 2013, 35(2): 186-193.
- Kang Y F, Song Y D, Song Y, et al. Square-root cubature Kalman filter and its application to SLAM of an mobile robot[J]. Robot, 2013, 35(2): 186-193.
- [6] 王宏健, 傅桂霞, 边信黔, 等. 基于 SRCKF 的移动机器人同步定位与地图构建 [J]. 机器人, 2013, 35(2): 200-207.
- Wang H J, Fu G X, Bian X Q, et al. SRCKF based simultaneous localization and mapping of mobile robots[J]. Robot, 2013, 35(2): 200-207.
- [7] Grisetti G, Kümmerle R, Stachniss C, et al. A tutorial on graph-based slam[J]. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, 2010, 2(4): 31-43.
- [8] 梁明杰, 闵华清, 罗荣华. 基于图优化的同时定位与地图创建综述 [J]. 机器人, 2013, 35(4): 500-512.
- Liang M J, Min H Q, Luo R H. Graph-based SLAM: A survey[J]. Robot, 2013, 35(4): 500-512.
- [9] Olson E, Leonard J, Dellaert F. Fast iterative alignment of pose graphs with poor initial estimates[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2006: 2262-2269.
- [10] Kemmerle R, Grisetti G, Strasdat H, et al. g2o: A general framework for graph optimization[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2011: 3607-3613.
- [11] Huang S D, Lai Y W, Frese U, et al. How far is SLAM from a linear least squares problem?[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2010: 3011-3016.
- [12] Ila V, Porta J M, Andrade J. Information-based compact pose SLAM[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(1): 78-93.
- [13] Kretschmar H, Stachniss C. Information-theoretic compression of pose graphs for laser-based SLAM[J]. International Journal of Robotics Research, 2012, 31(11): 1219-1230.
- [14] Wang Y, Xiong R, Li Q S, et al. Kullback-Leibler divergence based graph pruning in robotic feature mapping[C]//European Conference on Mobile Robots. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 32-37.
- [15] Huang G Q, Kaess M, Leonard J. Consistent sparsification for graph optimization[C]//European Conference on Mobile Robots. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 150-157.
- [16] Carlevaris B N, Eustice R M. Generic factor-based node marginalization and edge sparsification for pose-graph SLAM [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2013: 5748-5755.
- [17] Konolige K, Bowman J. Towards lifelong visual maps[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2009: 1156-1163.

作者简介:

- 程见童 (1987-), 博士生. 研究领域: 组合导航, 同时定位与制图, 室内定位.
- 江振宇 (1978-), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师. 研究领域: 飞行器设计与仿真.
- 张银辉 (1986-), 男, 博士生. 研究领域: 控制系统与半实物仿真.

(上接第 526 页)

- [18] 陈骥, 王鑫, 曹久大, 等. 高速 CCD 激光位移传感器 [J]. 光学精密工程, 2008, 16(4): 611-616.
- Chen J, Wang X, Cao J D, et al. Development of high speed CCD laser displacement sensor[J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(4): 611-616.
- [19] Xie Z W, Zhao J D, Huang J B, et al. DSP/FPGA-based highly integrated flexible joint robot[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2009: 2397-2402.

作者简介:

- 张 禹 (1984-), 男, 博士生. 研究领域: 空间机器人技术, 传感器.
- 孙 奎 (1974-), 男, 博士, 讲师. 研究领域: 空间机器人技术, 冗余度机器人控制.
- 张元飞 (1983-), 男, 博士, 讲师. 研究领域: 机器人技术, 灵巧机械手以及传感器.