

# Introdução aos Sistemas Dinâmicos Não Lineares

## Exercício #4

1. Seja o mapa logístico  $x_k = F(x_{k-1}) = \mu(1 - x_{k-1})x_{k-1}$ . Gere o diagrama de bifurcação desse mapa para  $2 < \mu < 4$ .
2. Simule o mapa logístico  $x_k = F(x_{k-1}) = \mu(1 - x_{k-1})x_{k-1}$  para  $\mu = 4,05$  por um número suficientemente grande de iteradas. O que acontece? Por quê? (Dica: use o mapa de teia na explicação).
3. Simule o mapa logístico  $x_k = F(x_{k-1}) = \mu(1 - x_{k-1})x_{k-1}$  para  $\mu = 3,999$  1000 iteradas. Calcule e faça o gráfico da função de autocorrelação (FAC) do sinal  $x_k$ . Compare essa FAC com a FAC de uma sequência de ruído branco com o mesmo comprimento. Represente ambas as sequências no plano  $(x_{k-1}, x_k)$ . O que observou?
4. Para as seguintes bifurcações de ponto fixo de mapas: sela-nó, transcritical e forquilha, simule a correspondente forma normal para valores do parâmetro de bifurcação antes e depois da bifurcação. Faça gráficos no domínio do tempo. Interprete os resultados à luz dos diagramas de bifurcação.
5. Seja a equação de Duffing-Ueda  $\ddot{x} + 0,1\dot{x} + x^3 = \mu \cos t$ . Use condições iniciais aleatórias próximas à origem do espaço de estados e simule o sistema para  $\mu = 4,8$ ,  $\mu = 5,0$ ,  $\mu = 6,5$ ,  $\mu = 7,5$ ,  $\mu = 9,5$ ,  $\mu = 9,7$ , e  $\mu = 11,0$ . Descreva o regime dinâmico em estado estacionário (conjunto limite  $\omega$ ) em cada caso. Que tipo de bifurcação ocorre entre  $\mu = 4,8$  e  $\mu = 5,0$ ; entre  $\mu = 6,5$  e  $\mu = 7,5$ ; e entre  $\mu = 9,5$  e  $\mu = 9,7$ ?