Introdução aos Sistemas Dinâmicos Não Lineares
Exercício #3

1. Seja o sistema de Rössler

$$\begin{cases} \dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + ay \\ \dot{z} &= b + z(x - c), \end{cases} \tag{1}$$

para $a = 0{,}398;\ b = 2, c = 4$. Seja $\Phi_y : (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \to (X, Y, Z) \in \mathbb{R}^3$:

$$\Phi_y = \begin{cases} X &= y \\ Y &= x + ay \\ Z &= ax + (a^2 - 1)y - z. \end{cases} \tag{2}$$

(x, y, z) é TOE (topologica orbitalmente equivalente) a (X, Y, Z)? Repita os mesmos passos para

$$\Phi_z = \begin{cases} X &= z \\ Y &= b + z(x - c) \\ Z &= -b(c - x) + (x - c)^2 z - yz - z^2. \end{cases} \tag{3}$$

simule o sistema (1) e gere uma trajetória no espaço (coordenadas) original (x, y, z). Use (2) para mapear o retrato de fases original para o espaço (X, Y, Z). Repita essa etapa usando (3). Analise os resultados. Φ_y e Φ_z são difeomorfismos?

2. Simule o sistema de Lorenz

$$\begin{cases} \dot{x} &= -\sigma(x - y) \\ \dot{y} &= rx - y - xz \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{cases} \tag{4}$$

para $\sigma = 10;\ b = 8/3, r = 28,\ \boldsymbol{x}_0 = [0{,}1\ 0{,}1\ 0{,}1]^{\mathrm{T}}$ e $t \in [0\ 200]$, use o passo de integração $\delta t = 0{,}01$. Faça o gráfico da trajetória resultante no espaço de estados (retrato de fase). Determine os pontos fixos e sua estabilidade. Procure reconhecer no retrato de fase a localização desses pontos fixos, bem como entender a coerência entre os resultados obtidos sobre a estabilidade e o formato do retrato de fase.

3. Simule o circuito Chua-Matsumoto

$$\begin{cases} C_1 \dot{v}_{C_1} &= \dfrac{v_{C_2} - v_{C_1}}{R} - g(v_{C_1}) \\ C_2 \dot{v}_{C_2} &= \dfrac{v_{C_1} - v_{C_2}}{R} + i_L \\ L\dot{i}_L &= -v_{C_2}, \end{cases} \tag{5}$$

em que

$$g(v_{C_1}) = m_0 v_{C_1} + 0{,}5(m_1 - m_0)|v_{C_1} + B_\mathrm{p}| + 0{,}5(m_0 - m_1)|v_{C_1} - B_\mathrm{p}|, \tag{6}$$

com os seguintes valores de parâmetros: $m_0 = -0{,}37\,\mathrm{mS}$, $m_1 = -0{,}68\,\mathrm{mS}$, $B_\mathrm{p} = 1\,\mathrm{V}$, $C_1 = 10\,\mathrm{nF}$, $C_2 = 100\,\mathrm{nF}$, $L = 18\,\mathrm{mH}$, $R = 2\,\mathrm{k\Omega}$. Faça o gráfico da trajetória resultante no espaço de estados (retrato de fase). Determine os pontos fixos e sua estabilidade. Procure reconhecer no retrato de fase a localização desses pontos fixos, bem como entender a coerência entre os resultados obtidos sobre a estabilidade e o formato do retrato de fase.

4. Para as seguintes bifurcações de ponto fixo de fluxos: sela-nó, transcrítica, forquilha e Hopf, simule a correspondente forma normal antes e depois da bifurcação. Faça gráficos no domínio do tempo e no espaço de estados. Interprete os resultados à luz dos diagramas de bifurcação.

5. Use as formas normais das seguintes bifurcações de ponto fixo de fluxos: sela-nó, transcrítica e forquilha e verifique que elas atendem à condições requeridas para que $(\mu, x) = (0, 0)$ seja um ponto de bifurcação (ver Monteiro (2a Edição) Seção 8.2.4).