

Introdução aos Sistemas Dinâmicos Não Lineares

Exercício #2

1. Seja mapa bidimensional

$$\begin{cases} x_k = 1 - a(x_{k-1})^2 + y_{k-1} \\ y_k = b x_{k-1}, \end{cases} \quad (1)$$

conhecido como o mapa de Hénon. Considere $\mathbf{x}_k = [x_k \ y_k]^T \in \mathbb{R}^2$ e $a = 1,4$ e $b = 0,3$. Obtenha por simulação a trajetória que começa no ponto $\mathbf{x}_0 = [0,5 \ 0,5]^T$. Mostre as iteradas x_k e y_k para $k = 0, \dots, 100$. Mostre a trajetória no espaço de estados para $k = 50, \dots, 500$. Encontre os pontos fixos do mapa (1), determine sua estabilidade e classifique-os.

2. Simule o mapa logístico $x_k = F(x_{k-1}) = \mu(1 - x_{k-1})x_{k-1}$ para $\mu = 0,95$, $\mu = 1,05$ e $\mu = 3,1$. Compare o comportamento em cada caso e descreva as diferenças qualitativas observadas. Na resposta, considere os pontos fixos desse mapa e sua estabilidade.
3. Considere novamente o mapa logístico $x_k = F(x_{k-1}) = \mu(1 - x_{k-1})x_{k-1}$. Encontre o mapa $F^{(2)}$. Determine seus pontos fixos com a respectiva estabilidade. Use esse resultado para analisar o comportamento do mapa logístico $x_k = F(x_{k-1})$ para $\mu = 3,1$ considerado no item anterior. Faça o diagrama de teia para $x_k = F^{(2)}(x_{k-2})$.