

## ANÁLISIS VECTORIAL (II)

ALUMNO: \_\_\_\_\_

GRUPO: \_\_\_\_\_

**Problema 1.-** ¿Dónde cruza al eje  $z$  el plano tangente a  $z = \exp(x - y)$ , en el punto  $(1, 1, 1)$ .

**Problema 2.-** Un ingeniero quiere construir un ferrocarril que suba una montaña que tiene la forma de un paraboloides elíptico dado por la ecuación  $z = c - ax^2 - by^2$  donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes positivas. Si lo dirigiera directamente hacia la cima tendría demasiada pendiente para la potencia de la máquina. En el punto  $(1, 1)$ , en qué dirección podría tenderse la vía de tal forma que el tren subiera con una pendiente de un 3%, es decir, un ángulo cuya tangente sea 0.03.

**Problema 3.-** Considere un cristal en forma prismática rectangular con una base cuadrada de 2 cm de lado y una altura de 15 cm. Debido a la *anisotropía* (distinto comportamiento según las direcciones) del material, se ha observado que uno de los lados de la base se deforma dos veces más rápido que el otro. Si en un momento dado se determina que por efecto de la dilatación, la longitud de la pieza aumenta a una tasa de 1 mm/s, hallar la tasa de variación de ambos lados de la base.

**Problema 4.-** La posición de una partícula está dada por  $\vec{r} = a \cos(\omega t) \hat{i} + b \sin(\omega t) \hat{j}$ ,  $a$  y  $b$  son constantes,  $\omega$  es la velocidad angular y  $t$  el tiempo.

- Muestre que la trayectoria que describe es una elipse.
- Determine la dirección y magnitud de su velocidad.
- Encuentre la dirección y magnitud de su aceleración.
- Repita los cálculos anteriores en coordenadas Esféricas.

**Problema 5.-** Supongamos que una partícula sale despedida de la superficie  $x^2 + y^2 - z^2 = -1$ , desde el punto de coordenadas  $(1, 1, 3)$  en dirección perpendicular a la superficie y dirigida hacia el plano  $xy$ , en el instante  $t=0$  con una velocidad de 10 unidades de longitud por segundo. Cuando y en qué punto cruzará el plano  $xy$ .

**Problema 6.-** En el instante  $t=0$  una partícula sale despedida de la superficie  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$  en el punto  $(1, 1, 1)$  en una dirección perpendicular a la superficie y con una velocidad de 10 unidades de longitud por segundo.

- En qué instante atraviesa la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 103$ .
- En qué punto o puntos de la superficie, el vector perpendicular es paralelo a la recta  $x = y = z$ .