

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
2da EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA LA INGENIERÍA

Alumno(a):

Octubre 15 de 2011

Número de Boleta: _____ Grupo: _____ Calificación _____

Profesor: _____ "XX"

NO SE PERMITE EL USO DE NINGÚN TIPO DE FORMULARIO NI CALCULADORA.

RESOLVER 3 PROBLEMAS, EL PROBLEMA MARCADO CON (*) ES OBLIGATORIO.

(*) 1.- Dada la función $f(z) = \frac{3}{(z-1)(z-2)}$. Encuentre una serie Taylor y una serie de Laurent, indicando en cada uno la región de validez.

2.- Resolver la siguiente integral,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$$

3.- Resolver la siguiente integral,

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{A + B \sin \theta}.$$

Donde $A > B > 0$ y A & B reales.

4.- Evaluar la siguiente integral

$$\int_{\gamma} \frac{e^z}{(z^2+1)^2} dz$$

donde $\gamma: |z| = 2$. NO PUEDE USAR LAS FÓRMULAS INTEGRALES DE CAUCHY.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
2da EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA LA INGENIERÍA

Alumno(a):

Octubre 15 de 2011

Número de Boleta: _____ Grupo: _____ Calificación _____

Profesor: _____ "XXX"

NO SE PERMITE EL USO DE NINGÚN TIPO DE FORMULARIO NI CALCULADORA.

RESOLVER 3 PROBLEMAS, EL PROBLEMA MARCADO CON (*) ES OBLIGATORIO.

(*) 1.- Dada la función $f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}$. Encuentre una serie Taylor y una serie de Laurent, indicando en cada uno la región de validez.

2.- Resolver la siguiente integral,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2}$$

3.- Resolver la siguiente integral,

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\theta}{A + B \cos \theta}$$

donde $A > B \geq 0$.

4.- Evaluar la siguiente integral

$$\int_{\gamma} \frac{z^2 - 2z}{(z+1)(z+4)^2} dz$$

donde γ es cualquier trayectoria que encierra a un polo de la función. NO PUEDE USAR LAS FÓRMULAS INTEGRALES DE CAUCHY.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
2da EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA LA INGENIERÍA

Alumno(a):

Octubre 15 de 2011

Número de Boleta: _____ Grupo: _____ Calificación _____

Profesor: _____ "X"

NO SE PERMITE EL USO DE NINGÚN TIPO DE FORMULARIO NI CALCULADORA.

RESOLVER 3 PROBLEMAS, EL PROBLEMA MARCADO CON (*) ES OBLIGATORIO.

(*) 1.- Dada la función $f(z) = \frac{1}{z-1} - \frac{1}{z-2}$. Encuentre una serie Taylor y una serie de Laurent, indicando en cada uno la región de validez.

2.- Resolver la siguiente integral,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 1} dx$$

3.- Resolver la siguiente integral,

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{A + B \sin \theta}.$$

Donde $A > B > 0$ y A & B reales.

4.- Calcular la siguiente integral compleja.

$$\int_C \frac{1+z}{z^3(2-z)^2} dz,$$

donde el contorno C , es cualquier contorno que encierra a un polo de la función. NO PUEDE USAR LAS FÓRMULAS INTEGRALES DE CAUCHY.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
2da Evaluación de MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA LA INGENIERÍA

Alumno (a):

Número de Boleta: _____ Grupo: _____ Calificación _____

Profesor: _____ EXAMEN "XXX"

NO SE PERMITE EL USO DE NINGÚN TIPO DE FORMULARIO NI CALCULADORA NI COSA PARECIDA. El problema 3 es OBLIGATORIO, resolver solamente 3 problemas.

- 1.- a) Demostrar que $v(x, y) = 3x^2y - y^3$ es armónica. Encuentre una función $u(x, y)$ tal que $f(z) = u + iv$ sea analítica.

- b) Calcule la $f'(z) = \frac{df}{dz}$ y exprese la función $f(z)$ y la derivada en términos de la variable z .

- 2.- Encuentre los primeros cuatro términos distintos de cero de la serie de Taylor de la siguiente función alrededor del punto indicado.

$$f(z) = \frac{3}{(z+1)(z-i)}, \text{ en } z_0 = 2i.$$

- 3.- Calcule la siguiente integral

$$\int_{\gamma} \frac{z^2 + z}{(z-i)^2(z+1)^4} dz$$

Siendo γ cualquier contorno cerrado que encierre a una singularidad.

NO USAR LA FÓRMULA INTEGRAL DE CAUCHY, APLIQUE EL TEOREMA DEL RESIDUO, CALCULANDO EL RESIDUO HACIENDO EL DESARROLLO EN SERIES LAURENT RESPECTIVO.

- 4.- a) Calcule la integral $\int_{\gamma} f(z) dz$, donde $f(z) = \frac{e^z + z}{z^2(z-4)^4}$ y γ está dado por:

a) $|z - j| \leq 1/2$.

b) $|z| < 2$.

Justifique correctamente sus resultados.

- b) Calcular la siguiente integral $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\lambda + \operatorname{sen} \theta}$

- 5.- calcule la integral $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z-a)^n}$, donde γ está dado por $|z-a| = b$.

- a) Si n es cualquier entero distinto de 1.

- b) Si $n = 1$.

- c) Resolver la siguiente integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2}$

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
2da Evaluación de MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA LA INGENIERÍA

Alumno (a):

Número de Boleta: _____ Grupo: _____ Calificación _____

Profesor: _____ EXAMEN "XXX"

NO SE PERMITE EL USO DE NINGÚN TIPO DE FORMULARIO NI CALCULADORA NI COSA PARECIDA. El problema 3 es OBLIGATORIO, resolver solamente 3 problemas.

- 1.- a) Demostrar que $v(x, y) = 3x^2y - y^3$ es armónica. Encuentre una función $u(x, y)$ tal que $f(z) = u + iv$ sea analítica.
- b) Calcule la $f'(z) = \frac{df}{dz}$ y exprese la función $f(z)$ y la derivada en términos de la variable z .

- 2.- Encuentre los primeros cuatro términos distintos de cero de la serie de Taylor de la siguiente función alrededor del punto indicado.

$$f(z) = \frac{1}{z(z-4i)}, \text{ en } z_0 = 2i.$$

- 3.- Calcule la siguiente integral

$$\int_{\gamma} \frac{e^z}{(z^2+1)^2} dz$$

Siendo γ cualquier contorno cerrado que encierre a una singularidad.

NO USAR LA FÓRMULA INTEGRAL DE CAUCHY, APLIQUE EL TEOREMA DEL RESIDUO, CALCULANDO EL RESIDUO HACIENDO EL DESARROLLO EN SERIES LAURENT RESPECTIVO.

- 4.- a) Calcule la integral $\int_{\gamma} f(z) dz$, donde $f(z) = \frac{\operatorname{sen}(z)}{(z-1)^4}$ y γ está dado por:
- a) $|z-j| \leq 1/2$.
- b) $|z| < 2$.

Justifique correctamente sus resultados.

b) Calcular la siguiente integral $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\lambda + \operatorname{sen}\theta}$

- 5.- calcule la integral $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z-a)^n}$, donde γ está dado por $|z-a| = b$.

- a) Si n es cualquier entero distinto de 1.
- b) Si $n = 1$.

c) Resolver la siguiente integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^2}$