La Recursividad: Factorial

The Recursion: Factorial

Autor: Santiago Valencia Díaz
IS&C, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia
Correo-e: santiago.valencia6@utp.edu.co

***Resumen*— Este documento contiene un resumen acerca del concepto de Factorial y su relación con la Recursividad tal y como se introdujo en la asignatura de Introducción a la Informática. El objetivo es realizar una introducción al tema, explicar cómo se calcula el factorial de un número natural y presentar un ejemplo aplicado en la programación en JavaScript.**

***Palabras clave*— número, recursividad, programación, JavaScript**

***Abstract*— This document contains a summary about the Factorial's concept and its relation with the Recursion as treated in the Introduction to the Computer Sciences subject. The goal is to make an introduction to the topic, explain how the factorial of a natural number is calculated and show an example applied in JavaScript programming.**

***Key Word*— number, recursion, programming, JavaScript**

I. INTRODUCCIÓN

El **factorial** de un entero positivo *n*, el **factorial de *n*** o ***n* factorial** se define en principio como el producto de todos los números enteros positivos desde 1 (es decir, los números naturales) hasta *n*. Por ejemplo:

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120.$$

Figura 1. Para calcular el factorial del número 5 (representado con un signo "!"), se procede a multiplicar los números del 1 al 5, y el resultado de esta sucesión es 120.

II. CONTENIDO

La operación de factorial aparece en muchas áreas de las matemáticas, particularmente en combinatoria y análisis matemático. De manera fundamental el factorial de *n* representa el número de formas distintas de ordenar *n* objetos distintos (elementos sin repetición). Este hecho ha sido conocido desde hace varios siglos, en el siglo XII por los estudiosos hindúes.

La definición de la función factorial también se puede extender a números no naturales manteniendo sus propiedades fundamentales, pero se requieren matemáticas avanzadas, particularmente del análisis matemático.

La notación matemática actual *n*! fue usada por primera vez en 1808 por Christian Kramp (1760–1826), un matemático francés que trabajó en especial sobre los factoriales toda su vida.

El factorial del número entero positivo *n*, denotado n!, se define como el producto de todos los números enteros positivos menores o iguales que n.

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \ldots \times (n-1) \times n.$$

Figura 2. Para calcular cualquier factorial n, se multiplican todos los números positivos que son menores o iguales que n.

Las propiedades de los factoriales son los siguientes:

- Si m y n son enteros positivos se cumple que m <n implica m! < n!
- Si m < n resulta que m! es factor o divisor los cuales .. de n! y se tiene: n! = n(n-1)...(m+1).m! (1)
- El número n(n-1)...(m+1) es el producto de los n-m factores expuestos mayores de n!
- Si n-m es menor que n y reemplazando en (1) se obtiene n! = n(n-1)...(n-m+1).(n-m)!

Los factoriales se usan mucho en la rama de la matemática llamada combinatoria, a través del binomio de Newton, que da los coeficientes de la forma desarrollada de $(a + b)^n$:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \cdots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$

Figura 3. Construcción del binomio de Newton a partir del uso del factorial.

Por medio de la combinatoria, los factoriales intervienen en el cálculo de las probabilidades. Intervienen también en el ámbito del análisis, en particular a través del desarrollo polinomial de las funciones (fórmula de Taylor). Se generalizan a los reales con la *función gamma*, de gran importancia en la teoría de números.

Para valores grandes de n, existe una expresión aproximada para el factorial de n, dado por la [fórmula de Stirling]:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n \left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2} + \cdots\right)$$

Figura 4. Fórmula de Stirling.

A continuación, se presenta el siguiente ejemplo de un programa realizado en lenguaje JavaScript donde se puede demostrar el cálculo para hallar el factorial de un número n (en este caso, n = 5) por medio de un concepto conocido como Recursividad: Es una forma de atajar y solventar problemas. De hecho, la recursión es una de las ideas centrales de ciencia de computación. Resolver un problema mediante recursión significa que la solución depende de las soluciones de pequeñas instancias del mismo problema.

```
<html>
    <body>
        <script>

        // La función factorial recibe el
valor x
        // El primer paso consiste en
preguntar si dicho valor es cero
        // En caso afirmativo, retorna el
valor 1
        // Este es el caso límite
        // En caso contrario, el proceso
debe continuar, y para ello
        // llama nuevamente a la función
factorial, pero disminuyendo en 1
        // el valor de x, y multiplicando
lo que reciba por el núnmero x
        function factorial (x) {
            if (x <= 0)
                return 1;
            else
                return x * factorial(x-
1);
        }

        // Aquí se prueba la función
recursiva
        var numero = 5;
        var resultado;

        resultado = factorial(5);
        document.write(resultado);

////////////////////////////////////////
////////

        </script>
    </body>
</html>
```

III. CONCLUSIONES

En el campo de las ciencias de la computación, es importante comprender ciertos conceptos que dan origen a temas más complejos de la materia. También, es importante arrancar desde los principios básicos para la resolución de problemas propuestos aplicando la matemática discreta, y en este caso, la resolución de un problema aplicando algoritmos de sucesión o repetición (recursividad) en lenguajes de programación como JavaScript, porque si se comprenden las bases de las ciencias de computación, no será una tarea difícil comprender lo más complejo de esta área.

REFERENCIAS

Referencias en la Web:

[1] https://es.wikipedia.org/wiki/Factorial

[2] http://www.redesep.com/materias/informatica/