La carga $q1 = 7_m C$ [microCulombios], situado en $r_1'(2,5,7)$ **Física**

¿F? que se ejerce en $q = 10\, nC$ [Nano] en $r(1,0,0)$

$$\vec{F} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q}{|r - r_1'|^3} \cdot (r - r_1') = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 7 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^{-9}}{|\sqrt{75}|^3} \cdot (-1,-5,-7) =$$

$$= 9'7 \cdot 10^{-7}(-1,-5-7) \Rightarrow \text{Módulo} = 8'4 \cdot 10^{-6}$$

$1m = 1 \cdot 10^{-6}$

$1n = 1 \cdot 10^{-9}$

$1\mu = 1 \cdot 10^{-}$

Tema -1- Electroestática en el vacío

- Distribuciones continuas de carga $\to$ en ocasiones a nivel macroscopico las cargas son tan numerosas y están tan juntas que se distribuyen de forma uniforme.

  Por el contrario, cuando el número de cargas es bajo se tratan individualmente como cargas puntuales.

  Las distribuciones pueden ser de tipo lineales, superficiales o volumétricas.

- Lineales $\to$ Son distribuciones a lo largo de una linea (curva)

$$\lambda = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \quad C/m$$

- Superficiales $\to$ Se caracterizan por una densidad superficial de carga

$$\sigma = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} = \frac{dq}{ds} \quad C/m^2$$

- Volumétrica $\to$ se caracteriza por una densidad superficial volumétrica

$$\rho = \lim_{\Delta \tau \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta \tau} = \frac{dq}{d\tau} \quad C/m^3$$

- **Ley de coulomb** → La fuerza que ejerce una carga q_1 sobre otra q_2 es directamente proporcional al valor de las cargas. Si ambas cargas son del mismo signo, es repulsiva.

$$\vec{F}_{12} = \frac{k_e q_1 q_2}{d_{12}^2} \cdot \vec{u}_{12} \qquad k_e = 8'99 \cdot 10^9 \; N m^2/c^2$$

Para calcular el módulo $\vec{u}_{12} = \frac{\vec{d}_{12}}{|\vec{d}_{12}|}$ por lo que si sustituimos:

$$\vec{F}_e = \frac{k_e q_1 q_2}{d_{12}^3} \cdot \vec{d}_{12} \qquad K_e = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0}$$

Cuando existen más de dos cargas, se aplica el principio de superposición que es la fuerza resultante de la suma de las fuerzas individuales ejercida por cada carga

- **Campo eléctrico** → Representa la ación a distancia que puede ejercer un cuerpo sobre otro. Aunque sea una carga positiva muy pequeña, podemos definir el campo eléctrico en cualquier punto del espacio como:

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \frac{k_e Q \cancel{q}}{\cancel{q} \, d^2} \vec{\mu_d} = \frac{k_e Q}{d^2} \vec{\mu_d} \; N/c$$

Es un vector que va dirigido en la misma dirección que la fuerza que sería ejercida sobre una carga positiva.

Para distribuciones continuas de carga (d_q):

$$\vec{E} = k_e \int_l \frac{\lambda \vec{u_d}}{d^2} \, dl \qquad \text{(línea)}$$

$$\vec{E} = k_e \int_s \frac{\sigma \vec{u_d}}{d^2} \, ds \qquad \text{(superficie)}$$

$$\vec{E} = k_e \int_v \frac{\rho \vec{u_d}}{d^2} \, dv \qquad \text{(volumen)}$$

* Para definir la dirección y el sentido del vector que define el campo, tenemos como sentido en cada punto el que seguiría una carga positiva hacia él.

* En el campo eléctrico se suman todos los ejemplos posibles de todas las cargas puntuales o elementales, de esta forma aplicamos el principio de superposición

• **Flujo** → De un campo vectorial $\vec{v}$ a través de una superficie S es un escalar ϕ que viene dado por

$$\phi = \int_S \vec{E}\, \vec{d_S}$$

Consideramos una superficie cerrada si no encierra fuentes ni sumideros del campo en su interior, entrarán tantas líneas como salen, y el flujo será nulo

$$\phi = \oint_S \vec{v} \cdot \vec{ds} = 0$$

El vector normal a superficies cerradas se elige siempre apuntando hacia el exterior de la superficie

Si el flujo a través de una superficie cerrada es positivo, significa que hay más líneas salientes que entrantes

• **Ley de Gauss** → Dada una superficie esférica S de radio A centrada en una carga q y calculemos el flujo del vector campo eléctrico aplicando la ley de Coulomb.

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \varepsilon_0 = 8'85 \cdot 10^{-12}\ F\ m^{-1}$$

• **Potencial eléctrico** → Si un campo $\vec{E}$ es conservativo, la circulación del vector entre 2 puntos A y B es independiente del camino seguido.

$$V = \int \vec{E} \cdot \vec{dl} \Rightarrow V = \frac{q}{4 \pi \varepsilon_0 r} \qquad NM/c$$

$$V_B - V_A = -\int_{r_a}^{r_b} \frac{q}{4 \pi \varepsilon_0 r^2} \cdot \vec{u_r}$$

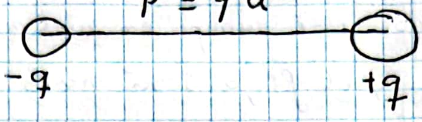
Si definimos un potencial eléctrico en el infinito ⇒

$V \to 0$ si $r \to +\infty$ ⇒ no existe carga

• **Dipolo eléctrico** → Es un sistema formado por 2 cargas iguales de signo opuesto y próximas entre sí.

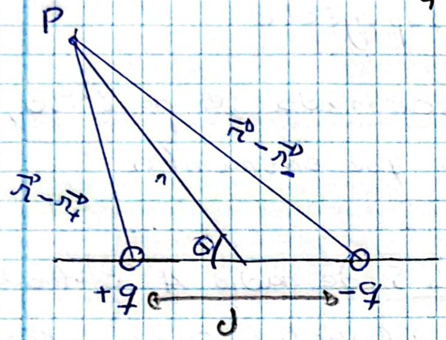
* **Momento dipolar**: su módulo es igual al producto de la distancia que separa a las cargas y el valor absoluto de la carga.

$$\vec{p} = q\,\vec{d}$$



El potencial creado por un dipolo es:

$$V(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_+|} - \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_-|}\right)$$

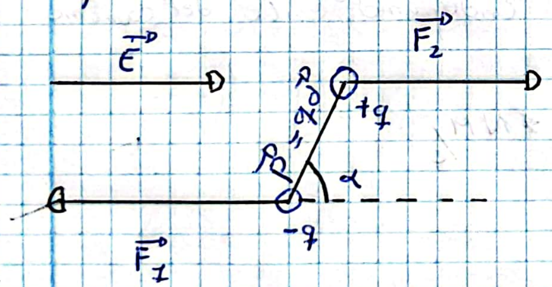


$$V(\vec{r}) \simeq \frac{q\,d\,\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{d\cdot\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

El campo creado por un dipolo se puede aproximar por

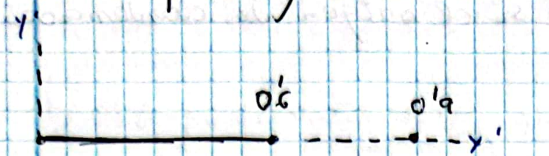
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0|\vec{r}|^3}\left(\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})}{|\vec{r}|^2}\,\vec{r} - \vec{p}\right)$$

Un dipolo expuesto a un campo tiende a rotar hasta orientarse paralelamente a él



$$\vec{\tau} = q\,\vec{d}\times\vec{E} = \vec{p}\times\vec{E}$$

5. Sobre un hilo rectilíneo de 0'6m de longitud se reparte uniformemente una carga de 3 mC.
¿Qué fuerza actuaría sobre una carga puntual de 5 μC situada en la prolongación del hilo a 0'3m de un extremo?



Al ser un hilo, es una distribución de carga continua

$$\vec{E}(\vec{r}) = K_e \left[\cancel{\sum_{i=1}^{n} \frac{q}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}_i')} + \int \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} \cdot dq' \right] \quad \begin{cases} dq' = \rho(\vec{r}')\, dV' \\ dq' = \sigma(\vec{r}')\, ds' \\ dq' = \lambda(\vec{r}')\, dl' \end{cases}$$

$\vec{r}$ → Donde calculamos la acción	
$\vec{r}'$ → Posición de la carga que ejerce la acción	

$\vec{r} = (0'9\, \vec{i})$

$\vec{r}' = (x\, \vec{i})$

$$\vec{E}(\vec{r}) = K_e \cdot \int \frac{(0'9-x)\vec{i}}{|0'9-x|^3} \cdot \lambda \cdot dx$$

$$\vec{E}(0'9\vec{i})\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int \frac{(0'9-x)\vec{i} \cdot \lambda \cdot dx}{|0'9-x|^3}$$

- Saco factor común
- Saco λ fuera

$$\vec{E}(0'9\vec{i})\ \frac{\lambda \cdot 1}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^{0'6} \frac{dx}{|0'9-x|^2}$$

$$\vec{E}(0'9\vec{i})\ \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{1}{0'9-0'6} - \frac{1}{0'9-0'0}$$

$$\vec{E}(0'9\vec{i})\ \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2}{0'9}$$

$$\vec{E}(0'9\vec{i})\ \frac{K \cdot \lambda \cdot 2}{0'9}\, \vec{i} \longrightarrow \lambda = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0'6}$$

$$\vec{E}(0'9\vec{i}) = 10^{8}\, \vec{i}\ N/C$$

$\vec{F} = \vec{E} \cdot q$

$\vec{F} = 10^{8} \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 500\, \vec{i}\ N$

$$\boxed{\frac{1}{0'3} - \frac{1}{0'9} = \frac{3(1)}{3(0'3)} - \frac{1}{0'9} = \frac{3-1}{0'9}}$$

4 Sea un hilo recto, de longitud $2L$ y situado en un eje X orientado hacia la derecha, que está cargado con una densidad lineal que depende de la posición en la forma $\lambda(x) = \lambda_0 (x/L)$.
Calcule la carga total Q del hilo si el origen de coordenadas se encuentra:

a) En el centro del hilo
b) En su extremo izquierdo, o
c) En su extremo derecho

a)
$$Q = \int_{-L}^{L} \frac{\lambda_0 x}{L}\, dx = \frac{\lambda_0}{L}\int_{-L}^{L} x\, dx = \frac{\lambda_0}{L} \cdot \frac{x^2}{2}\Bigg]_{-L}^{L} =$$
$$\left(\frac{\lambda_0}{L} \cdot \frac{L^2}{2}\right) - \left(\frac{\lambda_0}{L} \cdot \frac{(-L)^2}{2}\right) = 0$$

b)
$$Q = \int_{0}^{2L} \frac{\lambda_0 x}{L}\, dx = \frac{\lambda_0}{L}\int_{0}^{2L} x\, dx = \frac{\lambda_0}{L} \cdot \frac{x^2}{2}\Bigg]_{0}^{2L} = \left(\frac{\lambda_0}{\cancel{L}} \cdot \frac{4L^{\cancel{2}}}{\cancel{2}}\right) - \left(\frac{\lambda_0}{L} \cdot \frac{0}{2}\right) = 2\lambda_0 L$$

c)
$$Q = \int_{-2L}^{0} \frac{\lambda_0 x}{L}\, dx = \frac{\lambda_0}{L}\int_{-2L}^{0} x\, dx = \frac{\lambda_0}{L} \cdot \frac{x^2}{2}\Bigg]_{-2L}^{0} = \left(\frac{\lambda_0}{L} \cdot \frac{0}{2}\right) - \left(\frac{\lambda_0}{\cancel{L}} \cdot \frac{4L^{\cancel{2}}}{\cancel{2}}\right) = 2\lambda_0 L$$

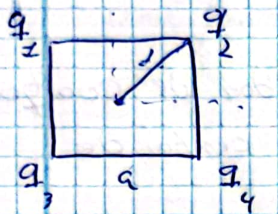
3 4 cargas puntuales están situadas en los vértices de un cuadrado de lado a

a) ¿Cuánto valdrá el campo eléctrico en el centro del cuadrado si las 4 son iguales?

b) Obtenga el valor de q' que ha tener una tercera carga situada en un vértice para que la carga cuarta situada en el vértice opuesto esté en equilibrio

c) ¿Estarán las 4 en equilibrio?

a)



$$d^2 = a^2 + a^2$$

$$d = \sqrt{2} \cdot a$$

$$\vec{E}_{10} = \frac{K_e \cdot q}{d^2}\left(\frac{a}{2}\vec{i} - \frac{a}{2}\vec{j}\right)$$

$$\vec{E}_{20} = \frac{K_e \cdot q}{d^2}\left(-\frac{a}{2}\vec{i} - \frac{a}{2}\vec{j}\right)$$

$$\vec{E}_{30} = \frac{K_e\, q}{d^2}\left(\frac{a}{2}\vec{i} + \frac{a}{2}\vec{j}\right)$$

$$\vec{E}_{40} = \frac{K_e \cdot q}{d^2}\left(-\frac{a}{2}\vec{i} + \frac{a}{2}\vec{j}\right)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_{10} + \vec{E}_{20} + \vec{E}_{30} + \vec{E}_{40} = 0$$

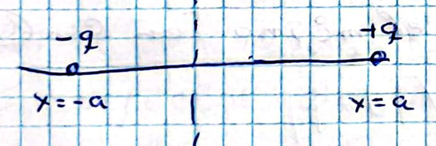
b)

$$\vec{E} = 0 \rightarrow q' = -\sqrt{8}q$$

$$\vec{E} = 0 \rightarrow q_4 = -\sqrt{8}q$$

c) El campo nunca va a ser 0 $\Rightarrow$ tampoco va a estar en equilibrio

2

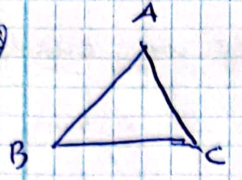


$$\vec{E}(x) = K_e \int_{-a}^{a} \frac{1}{d^2}\, dq'$$

$$\vec{E}(x) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}(x) = \frac{K_e(-q)}{(x-a)^3}(x-a)\vec{u}_x + \frac{K_e\, q}{(x+a)^3}(x+a)\vec{u}_x$$

$$\vec{E}(x) = K q\left(\frac{-1}{(x-a)^2} + \frac{1}{(x+a)^2}\right)\vec{u}_x$$

$$\vec{E}(x) = \frac{K q\, 4ax}{(x^2-a^2)^2}\vec{u}_x \simeq \frac{K_e\, q\, 4ax}{(x^2)^2} = \frac{K_e\, q\, 4a}{x^3}$$

9 

$$W = q \cdot \Delta_+$$

$W_{BA} = 10\,mJ$

$W_{total} = W_{BA} + W_{BC}$

$W_{BC} = 20\,mJ$

$q = 10\,\mu C = 10 \cdot 10^{-6}\,C$

$$\Delta_+ = \frac{W_{BC}}{q} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{3}\,V$$

$$\Delta_+ = \frac{W_{AC}}{q} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 1 \cdot 10^{3}\,V$$

- Simetría esférica

- Es la invariancia frente a rotaciones alrededor de cualquier eje que pase por un cierto punto O, llamado centro de simetría

- Esta simetría la posee cualquier distribución de carga que sea esférica, cuyo centro O es el centro de simetría, el cual, tomaremos como origen de coordenadas, y que sea isótropa

  * Isótropa: propiedad de transmitir igualmente en todas sus direcciones una carga

La dirección del campo eléctrico $\vec{E}$ en cualquier punto de P, de posición $\vec{r}$ va a ser el mismo en cualquier dirección.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}\,\hat{r}$$

Aplicando estos conocimientos y la ley de Gauss, sabemos

$$\vec{E}(\vec{r}) = \left[\left(\frac{Q_e}{4\pi\varepsilon_0}\right) \Big/ r^2\right]\hat{r} \qquad Q_e = q$$

- **Simetría plana**

- Es la invarianza frente a desplazamientos dentro de cualquier plano paralelo a cierto plano Π, llamado plano de simetría.
  - Esto quiere decir que todo efecto de una distribución de carga con simetría plana es igual en todos los puntos de cualquier plano paralelo a ella.

- Plano uniformemente cargado
  - Esta simetría la tiene cualquier plano infinito uniformemente cargado con densidad superficial de carga σ

$$\vec{E} = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{n}$$

$\hat{n}$ vector unitario perpendicular al plano y dirigido en el sentido de alejarse del mismo

- **Continuidad del campo eléctrico**

Toda distribución volúmica de carga tiene la siguiente propiedad:
- El campo eléctrico es continuo en los bordes de la distribución.

Por el contrario, el campo eléctrico de una distribución superficial de carga es discontinuo; su valor da un salto de σ/ε_0 de un lado a otro de la distribución

El campo eléctrico de distribuciones de carga con volumen nulo es discontinuo

- Potencial eléctrico φ
  - La circulación entre 2 puntos es la diferencia de los valores de una función de la posición y lo expresamos como

$$\int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = -\left(\varphi(\vec{r_2}) - \varphi(\vec{r_1})\right)$$

  - Existe una función real de la posición (campo escalar) $\varphi(r)$ llamado Potencial eléctrico, tal que

$$\vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = d\varphi(\vec{r})$$

- Relación entre el campo y el potencial eléctrico
  - Si el desplazamiento $d\vec{r}$ es perpendicular a $\vec{E}$, entonces $\varphi = 0$
  - El campo eléctrico es perpendicular a las superficies equipotenciales
  - Si $d\vec{r}$ y $\vec{E}$ tienen la misma dirección y sentido

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = \vec{E}\,|d\vec{r}|$$

  - $d\varphi < 0 \Rightarrow$ El campo eléctrico apunta hacia potenciales menores

$$E|d\vec{r}| = -d\varphi \Rightarrow -E = \left(d\varphi / |d\vec{r}|\right)$$

- El potencial es una función continua salvo que el campo sea infinito
- Solamente queda definida la variación del valor del potencial cuando nos desplazamos de un punto a otro.

- Cálculo de diferencias de potencial y del potencial electrostático $\varphi(\vec{r})$

- simetría esférica

$$\varphi(\vec{r}) = f(r) + C$$

- El potencial es función de la distancia de r al centro de la simetría O, que tomamos como origen de coordenadas

- simetría plana

$$\varphi(\vec{r}) = f(x) + C$$

- El potencial es función solamente de la coordenada X, estando el origen del eje X en el plano de simetría

EJM

Sean 2 planos cargados infinitos y paralelos: Uno el YZ con densidad σ y el otro está en $X = d$ con densidad -2σ.

El campo de un plano infinito uniformemente cargado con densidad σ es: $\vec{E} = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\hat{n}$

$\hat{n}$ es un vector unitario perpendicular al plano con sentido de alejarse del mismo

Sea una esfera conductora de radio a, cargada con una carga +Q. Determinar las expresiones del campo eléctrico y el potencial para cualquier punto del espacio

$$\vec{E}(r) \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2} \vec{u}_r & \text{Para } r \geq a \\ 0 & \text{Para } r < a \end{cases}$$

$$\vec{V}(\vec{r}) \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r} & \text{Para } r \geq a \\ \dfrac{Q}{4\pi \varepsilon_0 a} & \text{Para } r < a \end{cases}$$

* El campo $\vec{E}$ es mayor en las zonas con menor radio

$\Downarrow$

Las cargas se acumulan en las puntas

Sea cual sea la geometría de un conductor, El potencial es proporcional a la carga

$\Downarrow$

$$Q = C \cdot V$$

* C es una magnitud denominada Capacidad [F] y depende exclusivamente de la geometría del conductor

$$V = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 a}$$ Potencial de una esfera cargada de radio a

$\Downarrow$

$$C = 4\pi \varepsilon_0 a$$

Condensador: 2 conductores próximos (placas) que reciben cargas iguales de signo contrario

* Capacidad de un condensador

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Q = Carga de 1 de las placas

ΔV = Diferencia de potencial entre ambas placas

1 condensador compuesto por 2 placas muy próximas en comparación con su área A, cargada uniformemente $\sigma = \frac{Q}{A}$,

El campo entre las 2 placas es la suma de sus campos

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{u_s}$$

$\vec{u_s}$ vector unitario dirigido desde la placa positiva hacia negativa

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Es posible construir condensadores con otras geometrías

EJE Obtener la capacidad de un condensador esférico, compuesto por una esfera central radio "a" y un exterior de radio "b"

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \vec{u_r}$$

$$\Delta V = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_b^a \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{b-a}{4\pi\varepsilon_0 ab} Q$$

$$Q = C\,\Delta V \Rightarrow C \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a} \; [F]$$

Obtener la capacidad por unidad de longitud de un condensador **CILINDRICO** compuesto por 1 central de radio "a" y una corteza con radio "b".

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r} \vec{u_r}$$

$$\Delta V = \int_b^a E \, d\vec{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{b}{a}$$

$$\frac{Q}{L} = \lambda = \frac{C\,\Delta V}{L} \Rightarrow \frac{C}{L} = \frac{\lambda}{\Delta V} = \frac{2\pi\,\varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}}$$

Fórmulas

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad Q = C \cdot \Delta V \qquad \sigma = \frac{Q}{A} \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\Delta V}{d}$$

$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 \qquad u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

- si el condensador permanece conectado a la batería

$$\Delta V = \Delta V_{batería} = \text{constante}$$

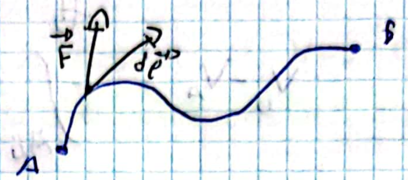
- si el condensador permanece desconectado

$$Q = Q_{inicial} = \text{Constante}$$

Energía electroestática

• Trabajo realizado por una fuerza durante un trayecto AB

$$W = \int_{AB} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$



EJM Fuerza constante según el eje x y desplazamiento de longitud $L = x_2 - x_1$ a lo largo de dicha dirección.

$$W = \int_{x_2}^{x_1} F \cdot dx = F \cdot (x_2 - x_1) = F \cdot L$$

• Si la fuerza pertenece a un campo conservativo, el trabajo no depende de la trayectoria escogida

$\Downarrow$

La energía potencial (U) es la diferencia entre los puntos

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -W_{12}$$

$\rightarrow W > 0 \Rightarrow \Delta U < 0$ { El campo de fuerzas está dirigido a favor del desplazamiento
$\Downarrow$
La energía potencial disminuye

$\rightarrow W < 0 \Rightarrow \Delta U > 0$

EJM En un campo gravitatorio, una manzana cae, el peso hace un trabajo positivo ($W > 0$) y la energía potencial disminuye ($\Delta U < 0$)

• Dada una carga q en un campo electroestático, el trabajo realizado por el campo para recorrer un trayecto AB

$$W_{AB} = \int_{AB} \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

- Como sabemos, la integral que aparece es la circulación del campo eléctrico; y al ser un campo conservativo, su valor es independiente del camino AB

$\Downarrow$

$$V_B - V_A = -\int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$W_{AB} = -(V_B - V_A)\, q$$

- Es decir, podemos definir la energía potencial electrostática (U)

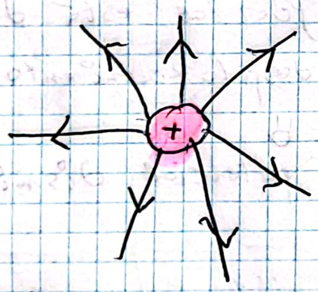
$$\Delta U_{AB} = \underbrace{(U_B - U_A)}_{[J]} = \underbrace{(V_B - V_A)\, q}_{[V]}$$

$\boxed{eV = 1'6 \cdot 10^{-19}\ J}$

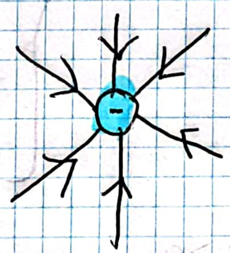
* Una carga positiva se mueve a favor de $\vec{E}$, en sentido decreciente de V

- Para cargas puntuales:

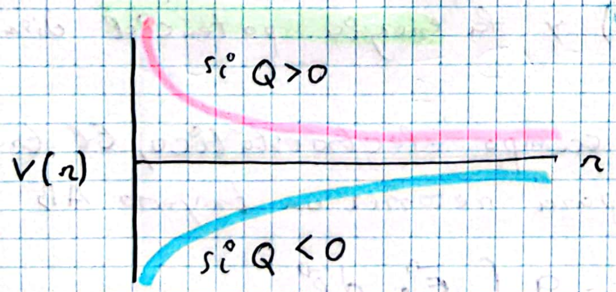
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u_r} \quad y \quad V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$



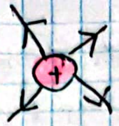
Líneas de campo hacia fuera

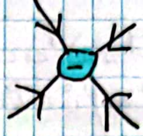


Líneas de campo hacia dentro



* V(r): trabajo por unidad de carga que hay que hacer contra el campo para traer la carga desde el origen de potencial hasta el punto r





si $r \to 0 \Rightarrow V \to +\infty$
si $r \to +\infty \Rightarrow V \to 0$

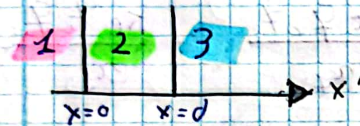
$V > 0$ en todo el espacio

si $r \to 0 \Rightarrow V \to -\infty$
si $r \to \infty \Rightarrow V \to 0$

$V < 0$ en todo el espacio

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r}$$

EJM. Dos planos paralelos igualmente cargados positivamente, distan 1 m. Si damos el valor cero al potencial del plano de la derecha.
Estudiar como variará la energía potencial electroestática de un electrón en función de su posición.



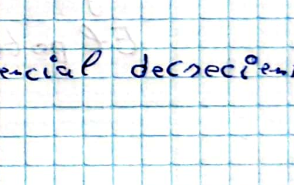
- Como los planos tienen carga positiva, el campo apuntará hacia la IZQ. en el 1.
En el 2 será nulo.
Apuntará hacia la derecha en el 3.

- El campo siempre apunta en dirección del potencial decreciente, V crecerá al moverse a la derecha en el 1.
Será constante en el 2.
Aumentará en el 3 al moverse a la IZQ.

El potencial, al ser una función continua, tendrá valor nulo en la zona 2 y, por tanto, en la 1 y 3 será negativo.

$$\vec{E}(x)\begin{cases} -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{i} & x<0 \\ 0 & 0<x<d \\ +\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{i} & x>d \end{cases}$$

$$V(x)\begin{cases} \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}x & x<0 \\ 0 & 0<x<d \\ -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}(x-d) & x>d \end{cases}$$



EJ14 Sean 3 cargas, q_1 q_2 q_3. El trabajo necesario para traerlas del infinito a r_1 sucesivamente será:

- **1º Carga**: Si no existe un campo previo $W=0$

- **2º Carga**: Se moverá en el potencial creado por la 1º carga.

$$W_2 = q_2 \cdot V_{12} = q_2 \cdot \frac{K_e q_1}{r_{12}}$$

- **3º carga**: Se moverá en el potencial creado por la 1º y 2º

$$W_3 = q_3 \cdot (V_{13}+V_{23}) = q_3 \cdot \frac{K_e q_1}{r_{13}} + \frac{K_e q_2}{r_{23}}$$

Por tanto, la energía potencial del sistema (trabajo necesario para traer las 3 cargas del infinito) será:

$$U = q_2 \cdot V_{12} + q_3 \cdot V_{13} + q_3 \cdot V_{23} = \frac{K_e q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{K_e q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{K_e q_2 q_3}{r_{23}}$$

Para un conductor cargado, podemos expresar la energía electrostática utilizando la capacidad.
Supongamos que vamos añadiendo carga en elementos infinitesimales hasta alcanzar una carga total Q.
El potencial V irá variando según $V = \frac{q}{C}$

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$\Downarrow$$

$$U_{conductor} = \frac{1}{2} C V^2$$

• Podemos hablar de la energía electrostática almacenada en un condensador como la energía del campo electrostático

$$U_{condensador} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{d} d^2 E^2$$

EJM

Sea un condensador de placas-paralelas. Se carga conectándolo a una fuente de tensión constante. Una vez cargado se preparan las placas hasta una distancia triple de la original. Deducir en qué factor cambiará la energía potencial electrostática almacenada en el condensador.

$$U = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{d} V^2$$

$$U' = \frac{1}{2} C' V'^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{3d} V^2 = \frac{1}{3} U$$

La energía se reduce a la tercera parte de su valor inicial.

Como C disminuye, Q disminuye. La energía será devuelta a la batería

EJM Repetir la cuestión anterior suponiendo que la operación de separación se realiza tras desconectar la batería.

$$U = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{d}{\varepsilon_0 A} Q^2$$

$$U' = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C'} = \frac{1}{2} \frac{3d}{\varepsilon_0 A} Q^2 = 3U$$

La energía se triplica

* Como C disminuye, el valor de $V = Q/C$ aumentará.

- El aumento de energía proviene de la fuerza externa que tira de las placas

- teniendo en cuenta que el volumen entre placas es $A \cdot d$

$$U_{condensador} = \frac{1}{2} V \varepsilon_0 E^2$$

- Es decir, la energía por unidad de volumen del campo electrostático en el vacío se puede definir como:

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \qquad U = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int_V E^2 \, d\tau$$

- Para medios materiales (tema dieléctricos):

$$u = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} \qquad U = \frac{1}{2} \int_V \vec{D} \cdot \vec{E} \, d\tau$$

- Las placas de un condensador tienen cargas opuestas y por tanto se atraen y hay que ejercer fuerza para separarlas
  - Al aumentar la separación, C disminuye $C' = \frac{\varepsilon_0 A}{d'} < C$
- Si la separación ocurre en un condensador aislado, U aumenta

$\boxed{Q = cte}$

$$U' = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C'} > U$$

- Si la separación ocurre mientras se permanece conectado a una batería

$\boxed{\Delta V = cte}$ U disminuye

$$U' = \frac{1}{2} C' (\Delta V)^2 < U$$

tema -3-

* Corriente eléctrica en conductores

• La corriente eléctrica es el flujo neto de la carga eléctrica a través de una superficie cualquiera.

ó

Es el movimiento ordenado de carga eléctrica en un medio

$$\text{carga}\begin{cases} e^- \text{ de conducción} \\ \text{iones}\begin{cases} + \\ - \end{cases} \end{cases} \qquad \text{Medios}\begin{cases} \text{conductores} \\ \text{semiconductores} \\ \text{vacío} \end{cases}$$

Mecanismos de generación

• Convección: Movimiento de un cuerpo cargado, debido a gradientes presión o temperatura $\vec{\nabla}_p$ $\vec{\nabla}t$, a través de un medio eléctricamente neutro. (Nubes de tormenta)

• Conducción: Movimiento de partículas cargadas debido a un campo eléctrico, a traves de un medio neutro.

• Difusión: Movimiento de cargas en un medio, debido a un gradiente de concentración $\vec{\nabla}_c$

Sea un conductor, CNDT a temperatura $\neq 0$ y campo eléctrico $= 0$

$$\text{CNDT} = \begin{Bmatrix} e^- \text{ Libres que se mueven con velocidad aleatoria} \\ \text{sobre un fondo de iones positivos fijos} \end{Bmatrix}$$

si elegimos una superficie, S, dentro del conductor, y contamos, durante un intervalo de tiempo (Δt); El número de cargas que lo atraviesan de Derecha a izquierda $\langle N_1 \rangle$, es igual que al contrario $\langle N_2 \rangle$.

$\langle N_1 \rangle = \langle N_2 \rangle$ esto indica que este movimiento aleatorio de las cargas no contribuye a la corriente electrica.

• El flujo neto es nulo

Si al mismo conductor se le aplica un campo eléctrico, todos los electrones de conducción se ven sometidos a una fuerza en sentido contrario al campo.

$\Downarrow$

Uno de los sentidos se ve favorecido $(\langle N_1 \rangle \neq \langle N_2 \rangle)$

$\Downarrow$

El flujo neto no es nulo, aparece una corriente eléctrica que tiene un carácter transitorio que dura mientras existan puntos en el conductor que estén a distinto potencial eléctrico.

$E = 0$

$V_{em} = 0$

$\Delta t >> \tau$

$\tau \sim 10^{-12} - 10^{-15}$ s

$\uparrow$

tiempo medio entre choques

$E \neq 0$

$V_{em} \neq 0$

$V_{em} = -\underbrace{|\mu_e|}\cdot \vec{E}$

Movilidad de los portadores de carga

$\mu_e = \dfrac{|q|}{m} \cdot \tau$

Así pues, si queremos corrientes permanentes hemos de introducir dispositivos que mantengan la diferencia de potencial, llamados Generadores.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Baterías} \Rightarrow \text{Energía Química} \\ \text{Alternadores} \Rightarrow \text{Energía Mecánica} \\ \text{Paneles Solares} \Rightarrow \text{Energía Luminosa} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Energía eléctrica}$$

Si la diferencia de potencial dada por el generador es constante $\Rightarrow$ La corriente es continua.

¿Como evaluar la corriente eléctrica?

Si aplicamos un campo eléctrico a un conductor, cualquier electrón esta sometido a:

- Fuerzas externas: $\vec{F}_{ext} = -|e|\vec{E}$ (Movimiento ordenado)
- Fu. Internas:
  - Interacción $e^- \leftrightarrow e^-$ (Movimiento desordenado)
  - " $e^- \leftrightarrow +$

En promedio, el resultado de estas fuerzas hace que, en primera aproximación, adquiera una velocidad constante ($\vec{v_e}$) en dirección al campo eléctrico.

Esta velocidad se llama, Velocidad de arrastre ($\vec{u}$)

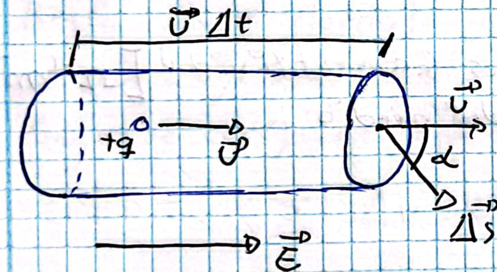
$$u = \left|\vec{v_e} \cdot \frac{\vec{E}}{E}\right|$$ siendo su dirección paralela al campo eléctrico y sentido opuesto

---

¿Cuanta carga (Δq), atraviesa ~~a~~ una superficie (Δs) en un intervalo de tiempo (Δt)?

$$\Delta q = q\, n\, \vec{\Delta s} \cdot \vec{u}\, \Delta t$$

- n portadores de carga por unidad de volumen.
- Cada portador tiene una carga $+q$
- $\vec{u}$ velocidad de arrastre



Intensidad de corriente (I): Carga que pasa a través de la superficie dada en la unidad de tiempo

$$i = nq\,\vec{v} \cdot \vec{\Delta s} \quad \text{tal que} \quad I = \frac{C}{s} \ [\text{Amperios (A)}]$$

Para obtener la intensidad independiente de la superficie, se define la densidad de corriente ($\vec{J}$)

$$J = \sum_{i=1}^{N} n_i q_i \vec{u}_i \quad \text{tal que} \quad J = A \cdot m^{-2}$$

i es una magnitud escalar
J es una magnitud puntual

l : recorrido libre medio
τ : tiempo medio entre choques
$\vec{u}$: velocidad promedio del conjunto de portadores

$$\mu = \frac{q\tau}{m}$$ es la movilidad de los portadores

$$a = \frac{q\vec{E}}{m} \quad y \quad \vec{v} = \vec{a}\cdot\tau \Rightarrow \vec{v} = \mu\vec{E}$$

Ley de ohm

$$\vec{J} = nq\vec{v} = \frac{nq^2\tau}{m}\vec{E} = g\vec{E}$$

n : es el número de portadores

g : es la conductividad $[\Omega^{-1}m^{-1}]$ del medio

Resistividad: (ρ)

$$\rho = \frac{1}{g} = \frac{m}{nq^2\cdot\tau}$$

coeficiente térmico de resistividad

$$\alpha = \frac{1}{\rho} =$$

La conductividad se expresa como: $\sigma = \sigma_0 e^{-E_g/(kT)}$

Potencia suministrada $= P_{sum} = \mathcal{E} I$

$\begin{cases} \mathcal{E} & \text{Fuerza electromotriz} \\ I & \text{corriente} \end{cases}$

Potencia Consumida $= P_{con} = V \cdot I$

$\begin{cases} V & \text{diferencia de potencial} \\ I & \text{corriente} \end{cases}$

$R = \text{Resistencia} = \dfrac{V}{I} \ (\Omega)$

Reglas de Kirchhoff

1° Regla (Ley de Nudos)

En un punto de ramificación o nudo de un circuito en donde pueden dividirse la corriente, la suma de las corrientes es 0

$$\sum_{entran} I - \sum_{salen} I = 0$$

$$\sum_{entran} I = \sum_{salen} I$$

2° Regla (Ley de Mallas)

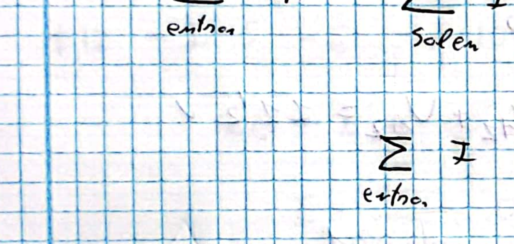
La suma algebraica de las variaciones de potencial a lo largo de cualquier malla es $= 0$

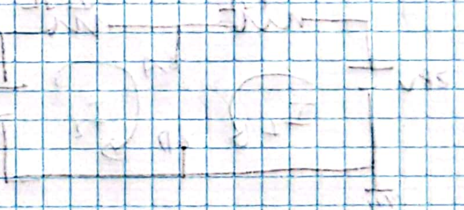
$$\sum \Delta V = 0$$

$$V_{ab} = V_a - V_b$$

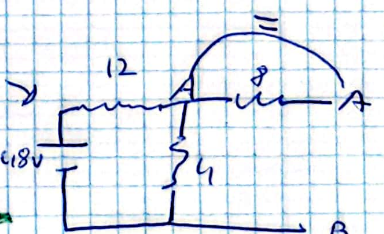
¿tensión en A? $= \dfrac{11 \cdot 5}{11+5}$

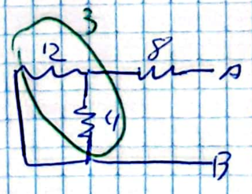
¿corriente? $= \dfrac{12}{16}$





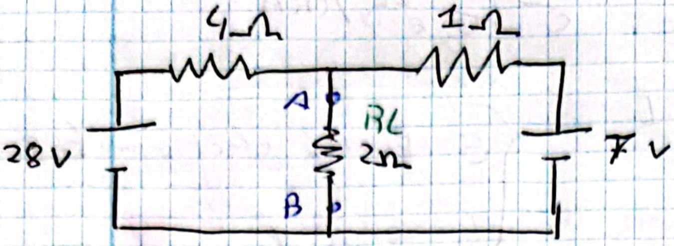
$V_{Th} = V_A - V_B$

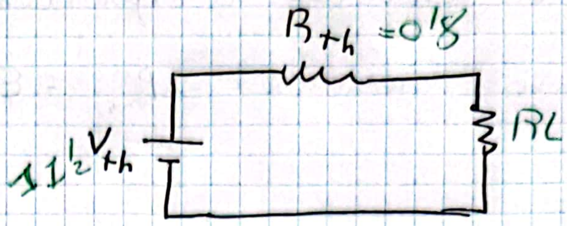




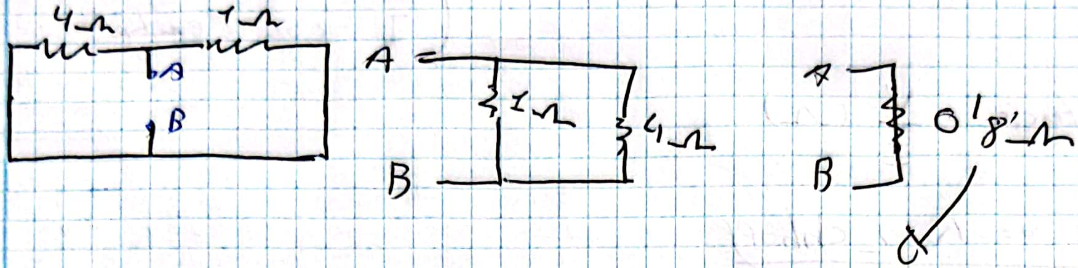
$\dfrac{12 \cdot 4}{12+4} = 3 \Rightarrow 3 + 8 = 11 K$

$V_A = 48 \cdot \dfrac{4}{12+4} = 12V \qquad V_B = 0$



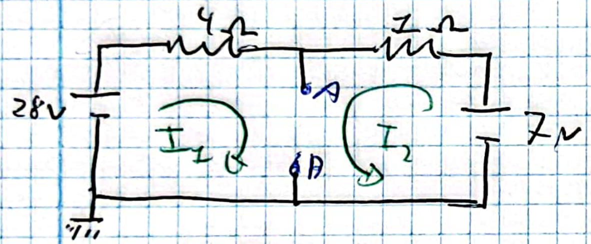


¿Rth?



$$\frac{1 \cdot 4}{1+4} = 0'8$$

¿Vth (tensión de th)?



$V_{th} = V_A - V_B = 11'2\,V$

$V_B = 0$

$V_A = V_{A1} + V_{A2} = 11'2\,V$

$V_{A1} = 28 \cdot \frac{1}{4+1} = 5'6$

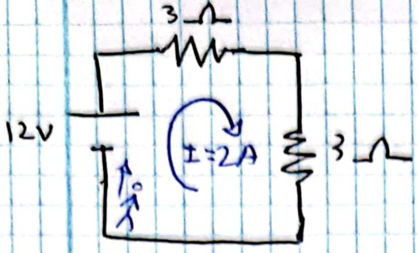
$V_{A2} = 7 \cdot \frac{4}{4+1} = 5'6$

$$\cancel{\begin{cases} +28 - 4I_1 - 2(I_1 + I_2) = 0 \\ +7 - 1I_2 - 2(I_1 + I_2) = 0 \end{cases}}$$

$\cancel{I_1 = 5\,A}$

$\cancel{I_2 = 1\,A}$

$$\cancel{\left.\begin{array}{l} 28 - 4I_1 = 0 \\ 7 - 1I_2 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} I_1 = \frac{28}{4} = 7 \\ I_2 = 7 \end{array}}$$

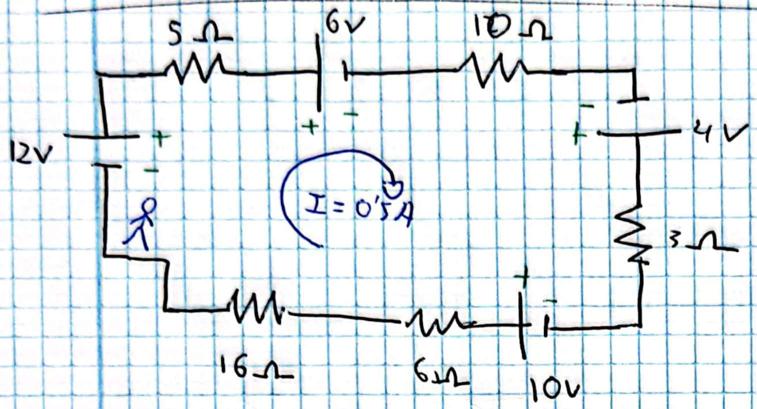


$V = I \cdot R$

$$\underbrace{+12}\ \underbrace{-I \cdot 3}\ \underbrace{-I \cdot 3} = 0$$

$$+12 - 6I = 0$$

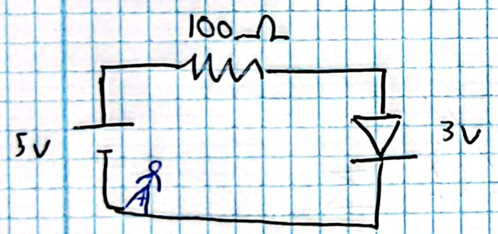
$$I = \frac{12}{6} = \boxed{2}\,[A]$$



$$+12 - I \cdot 5 - 6 - I \cdot 10 + 4 - I \cdot 3 + 10 - I \cdot 6 - I \cdot 16 = 0$$

$$20 - I\,40 = 0$$

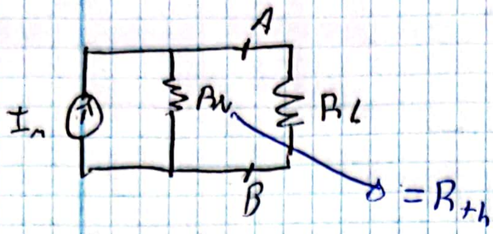
$$I = \frac{20}{40} = 0'5\ A$$



$$+5 - 100 \cdot I - 3 = 0$$

$$I = 20\ mA$$

Teorema de Norton



$$I_n = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$