

Blatt 05 - Diskrete Fouriertransformation

Abgabe: Bis Mittwoch, 26. November 2014, 10:00 Uhr

An: Tobias Rothenberger, <rothenb@informatik.uni-frankfurt.de>

Aufgaben:	Aufgabe 5.1	Aufgabe 5.2	Aufgabe 5.3
	5.1a 5.1b		5.3a 5.3b

Aufgabe 5.1 Signalverbesserung mit DFT

- a. Lesen Sie das Signal der Datei `dft_frequencies.dt` ein. Dieses enthält ein starkes Zufallsrauschen, auf das einige Kosinussignale aufaddiert sind. Diese haben die allgemeine Form

$$f(t) = \alpha \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t}{n} \cdot \gamma + \beta\right), t \geq 0$$

wobei α die Amplitude, β der Phasenwinkel und γ die Anzahl der Wellen des Kosinussignals angibt. Der Parameter n ist dabei die Länge des Signals und t der betrachtete Zeitpunkt.

Die Amplituden der Kosinussignale sind so klein, daß sie nicht ohne weiteres sichtbar sind. Verwenden Sie nun eine DFT, um die Parameter α , β , γ der Kosinussignale herauszufinden. Aufgrund der starken Rauschanteile lassen sich Phasenwinkel und Amplitude allerdings nur bis auf die erste Nachkommastelle genau bestimmen. Dazu ist es hilfreich, daß Sie nach Anwenden der DFT als erstes die Beträge der transformierten Koeffizienten in

einem geeigneten Plot darstellen.

nach oben

- b. Eine weitere nützliche Anwendungsmöglichkeit der DFT ist das Entrauschen von Signalen. Lesen Sie dazu das Signal der Datei `dft_signal_noisy.dt` ein. Das Signal besteht aus einem Polynom vom Grad 5, dem ein in der Amplitude schwankendes Rauschsignal überlagert ist. Verwenden Sie nun die Diskrete Fouriertransformation, um das Signal aufzubessern und die Rauschanteile zu entfernen.

Stellen Sie anschließend das verrauschte Ausgangssignal, die Beträge der transformierten Koeffizienten nach der Fouriertransformation und das entrauschte Signal graphisch dar. Um zu sehen, wie gut das Signal entrauscht wurde, können Sie zum Vergleich anschließend das echte Signal aus der Datei `dft_signal.dt` einlesen und in einem Plot darstellen.

nach oben

Aufgabe 5.2 AdaLinE und DFT

Warum aber beschäftigen wir uns im Rahmen Neuronaler Netze mit der Diskreten Fouriertransformation? In dieser Aufgabe wollen wir uns einmal den Zusammenhang ansehen.

Zeigen Sie, daß ein Adaline in der Lage ist, das Problem aus

Aufgabenteil 5.1b zu lösen, indem es die Diskrete Fouriertransformation anwendet. Vergleichen Sie beide die Funktion von AdaLinE und DFT, geben Sie die notwendigen Gewichte dieses Netzes für gleiche Ergebnisse an und berechnen Sie mit Hilfe Ihres AdaLinE die Ausgabe des Netzes bei Eingabe des verrauschten Signals aus Aufgabe 5.1b. Stellen Sie diese anschließend graphisch dar und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus Aufgabe 5.1b.

nach oben

Aufgabe 5.3 AdaLinE als linearer Filter

Mit linearen Netzen wie AdaLinE lassen sich bereits eine ganze Menge interessanter Probleme lösen. Eine klassische Anwendung etwa sind adaptive lineare Filter, wie wir sie vorher bei der DFT kennengelernt haben. In der Tat ist es nicht schwer zu zeigen, daß AdaLinE bereits in der Lage ist, *jede beliebige* lineare Abbildung beliebig genau zu lernen, vorausgesetzt, man verfügt über genügend Trainingsbeispiele. In dieser Aufgabe werden wir ein AdaLinE dazu verwenden, ein kleines Problem aus dem Graphikbereich zu lösen.

- a. Entwickeln Sie mit Hilfe eines AdaLinE ein Verfahren, um die Bildschärfe eines Fotos zu verbessern. Verwenden Sie als Foto die Datei **adaline_lego.jpg**. Generieren Sie dann mit Hilfe Ihres Verfahrens eine geschärfte Version dieses Fotos als Bitmap-Datei.

nach oben

- b. Was Sie hier machen bezeichnet man auch als *deblurring*. Es kann dazu eingesetzt werden, brennweitenbedingte, verwacklungsbedingte oder aufgrund von mittelmäßigen Sensoren bedingte Unschärfen in Fotos zu vermindern. Ein besonderer Einsatzbereich sind auch Aufnahmen aus der

Astronomie und es gibt eine Reihe mathematischer Modelle, die versuchen, optimale lineare Abbildungen zur Verminderung des Blurring-Effekts zu konstruieren. Können Sie sagen, unter welchen Bedingungen das von Ihnen entwickelte Verfahren sogar optimal ist?

nach oben