UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

JÓISON OLIVEIRA PEREIRA
LAURA LETÍCIA ARAUJO OLIVEIRA CAMPOS
WENDSON CARLOS SOUZA DA SILVA

MODELAGEM E IMPLEMENTAÇÃO DO PROBLEMA DA CADEIA DE SUPRIMENTOS

JOÃO PESSOA – PB
2021

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O problema abordado neste trabalho é a cadeia de suprimentos. Ele pode ser definido como um sistema de organizações, atividades, informações e recursos envolvidos na atividade de transportar produtos ou serviços dos fornecedores aos clientes com intuito de maximizar os lucros de uma empresa. Sendo assim, foi-se proposto pelo professor Teobaldo Bulhões da disciplina "Pesquisa Operacional"a elaboração de um sistema para qualquer conjunto de dados que maximizasse o lucro de uma empresa de cimento que possui n fábricas e deve-se atender a m cidades (regiões metropolitanas). A capacidade anual e o custo de produção de cada fábrica i são conhecidos e dados por CAPi e Ci. Cada cidade j possui um valor Dj de demanda anual estimada. Até Dj toneladas podem ser vendidas a cidade j ao preço de P reais/ton. O transporte das fábricas até as cidades pode ser feito de duas formas. Da primeira forma, caminhões transportam diretamente da fábrica i para a cidade j ao custo de CC reais/ton/km. Da segunda forma, pode-se usar centros de distribuição intermediários, havendo K desses centros. O transporte da fábrica i até o centro k é feito por ferrovia e custa CF reais/ton/km, o transporte do centro k até a cidade j é feito por caminhão e custa CC reais/ton/km. Entretanto, para usar o centro de distribuição k, deve-se pagar uma taxa fixa anual de Fk reais.

1.2 OBJETIVOS

Para a realização desse trabalho almeja-se criar um sistema formado por uma função objetivo que respeite as restrições que são dadas de acordo com as variáveis de decisão e seus dominios, além das próprias delimitações do problema proposto. Tendo com isso, a intenção de maximizar o lucro da empresa de cimento determinando a produção de cada fabrica e a demanda de transporte para cada cidade.

2 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

2.1 DADOS DE ENTRADA

O modelo foi construído a partir dos dados de entrada fornecidos na especificação do problema e as nomenclaturas utilizadas são descritas a seguir.

n - Nº de fábricas

m - Nº de cidades

K - Nº de centros

i - Índice da fábrica

j - Índice da cidade

k - Índice do centro

Fk - Taxa do centro k

P - Preço de venda (reais/ton)

CC - Custo do caminhão (reais/ton/km)

Ci - Custo de produção da fábrica i (reais/ton)

CF - Custo da ferrovia (reais/ton/km)

Dj - Demanda da cidade j em toneladas

Capi - Capacidade da fábrica i em toneladas

dij - Distância de fábrica i para a cidade j em km

dkj - Distância do centro k para cidade j em km

dik - Distância da fábrica i para o centro k em km

2.2 VARIÁVEIS DE DECISÃO

Para o problema da cadeia de suprimentos, se faz necessário o uso de quatro variáveis de decisão, para que uma solução seja elaborada pelo solver utilizado. As variáveis e suas respectivas funções são descritas a seguir.

- *Xij*: descreve a quatidade de produtos, em toneladas, que será enviada da fábrica *i* à cidade *j*.

$$X_{ij} \geq 0; \quad \forall i \in n, \forall j \in m \tag{2.1}$$

- *Yik*: descreve a quatidade de produtos, em toneladas, que será enviada da fábrica *i* ao centro de distribuição *k*.

$$Y_{ik} \geq 0; \quad \forall i \in n, \forall k \in K \tag{2.2}$$

- *Zkj*: descreve a quatidade de produtos, em toneladas, que será enviada do centro de distribuição *k* à cidade *j*.

$$Z_{kj} \geq 0; \quad \forall k \in K, \forall j \in m \tag{2.3}$$

- Wk: variável binária de decisão, utilizada para contabilizar o custo fixo de cada centro de distribuição k, caso este seja utilizado.

$$0 \leq W_k \leq 1; \quad \forall k \in K \tag{2.4}$$

2.3 FUNÇÃO OBJETIVO

O problema abordado tem como objetivo maximizar o lucro da empresa, tendo em vista o valor de locação de cada centro de distribuição e os custos, por tonelada de produto, de transporte, considerando a distância entre dois pontos, e de produção de cada fábrica. Logo, a função objetivo formulada consiste na subtração dos gastos descritos da receita total de todas as fábricas, obtida através da venda de cada tonelada de produto. A função descrita é apresentada a seguir.

$$\begin{aligned} Maximizar \quad Z = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} P.X_{ij} + \sum_{i=0}^{n}\sum_{k=0}^{K} P.Y_{ik} - \sum_{k=0}^{K} F_k.W_k \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} C_i.X_{ij} - \sum_{i=0}^{n}\sum_{k=0}^{K} C_i.Y_{ik} - \\ \sum_{i=0}^{n}\sum_{k=0}^{K} CF.Y_{ik}.d_{ik} - \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} CC.d_{ij}.X_{ij} - \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} CC.d_{kj}.Z_{kj} \end{aligned}$$

2.4 RESTRIÇÕES

- Restrição de capacidade:

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} X_{ij} + \sum_{i=0}^{n}\sum_{k=0}^{K} Y_{ik} \geq Cap_i \tag{2.5}$$

  Garante que a capacidade de produção de cada fábrica i não seja excedida.

- Restrição de demanda:

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} X_{ij} + \sum_{k=K}^{n}\sum_{j=0}^{m} Z_{kj} = D_i \tag{2.6}$$

Garante que a demanda de produtos de cada cidade j seja integralmente atendida.

- Restrição de conservação de fluxo:

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{k=0}^{K} Y_{ik} = \sum_{k=0}^{K}\sum_{j=0}^{m} Z_{kj} \tag{2.7}$$

Garante que todos os produtos que chegam ao centro de distribuição k sejam enviados a uma ou mais cidades j.

- Restrição de associação da variável de decisão:

$$Y_{ik} \leq Cap_i.W_k \tag{2.8}$$

Atribui o valor 1 à variavel Wk quando o centro de distribuição k receber produtos de qualquer fábrica i. Atribui o valor 0 quando nenhuma fábrica enviar produtos ao centro de distribuição k, fazendo com que, na função objetivo, não seja considerado o custo fixo desse centro.

A partir da criação da função objetivo e da adição das restrições do problema, o *solver* será capaz de obter o lucro máximo da empresa, além de fornecer a quantidade de produtos, em toneladas, que será enviada de cada fábrica i para cada cidade j ou centro de distribuição k e de cada centro de distribuição k para cada cidade j.

3 INSTRUÇÕES

3.1 MODELAGEM DO PROBLEMA

A modelagem do problema da cadeia de suprimentos foi desenvolvida com o auxilio da biblioteca PuLP, um modelador de problemas de programação linear escrito em Python. Esse biblioteca possui a capacidade de integração com os principais solvers como o GUROBI, GLPK, COIN-OR CLP/CBC e CPLEX. O PuLP pode ser facilmente instalado utilizando o gerenciador de pacotes PIP a partir do seguinte comando:

```
pip install pulp
```

A biblioteca dispõe de classes e funções que estabelecem o modelo do problema e o configuram baseado nos parâmetros inseridos. No trecho de código abaixo é exibido a criação simplificada do modelo para otimização do problema da cadeia de suprimentos. No código-fonte é possível verificar a leitura da instância, alocação das variáveis em listas ou inteiros e diversos outros mecanismos utilizados para modelar o problema. Utilizou-se o solver CBC (Coin-or Branch and Cut) integrado ao PuLP para encontrar a solução ótima e os valores de cada arco.

```
#Criacao das variaveis do problema
for i in range(int(nFabricas)):
    for j in range(int(mCidades)):
        var_x[(i,j)]= LpVariable(name = f x{i}{j} , lowBound=0)

#Definicao do modelo
model = LpProblem("Cadeia_suprimentos", LpMaximize)

#Adicao das restricoes
for i in range(int(nFabricas)):
    model += lpSum(lista_rest1[i]) + lpSum(lista_rest2[i]) <= cap_Fabrica[i]
for j in range(int(mCidades)):
    model += lpSum(lista_rest3[j]) + lpSum(lista_rest4[j]) == lista_demanda[j]
for k in range(int(kCentros)):
    model += lpSum(lista_rest5[k]) == lpSum(lista_rest6[k])
```

```

#Funcao objetivo
model +=int(pTonelada)*lpSum(lista_x) + int(pTonelada)*lpSum(lista_y) - lpSum(lista_custos_x) - lpSum(lista_custos_y) - float(cc)*lpSum(lista_distancia_x) - float(cf)*lpSum(lista_distancia_y) - float(cc)*lpSum(lista_distancia_z)
```

3.2 INSTÂNCIA

```
#P, CC, CF, n, k e m
600
0.1
0.04
4
3
26
#Fabrica i, Ci, Capi
1 2 2000
2 3 3000
3 4 4500
4 3 3500
#Centro k, Ck
1 420
2 375
3 265
#Cidade j, Dj
1 600
2 400
3 150
...
24 450
25 200
26 150

```

```
#Fabrica 1, cidade j, dij
1 1 2826.41
1 2 3266.12
...
1 25 3166.62
1 26 1865.15
#Fabrica 2, cidade j, dij
2 1 2176.94
2 2 2842.72
...
2 25 2600.03
2 26 953.70
#Fabrica 3, cidade j, dij
3 1 308.12
3 2 1876.63
...
3 25 1037.25
3 26 1089.84
#Fabrica 4, cidade j, dij
4 1 1752.69
4 2 594.33
...
4 25 616.31
4 26 2618.31
#Fabrica i, centro k, dik
1 1 1343.02
1 2 1482.62
1 3 2883.28
2 1 1493.72
2 2 916.05
2 3 2233.82
3 1 2520.78
3 2 1383.22
3 3 398.97
4 1 2142.07
```

```
4 2 1389.86
4 3 1251.74
#Centro 1, cidade j, dkj
1 1 2831.48
1 2 2738.44
...
1 25 2626.08
1 26 2125.26
#Centro 2, cidade j, dkj
2 1 1689.90
2 2 1966.74
...
2 25 1720.05
2 26 1252.72
#Centro 3, cidade j, dkj
3 1 478.51
3 2 1667.72
...
3 25 643.23
3 26 1489.61
```

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos concluir que o projeto final da disciplina foi concluído com exito. A modelagem matemática foi descrita como um problema de programação linear inteira/mista e implementada em Python com o auxilio da biblioteca PuLP. Após a leitura da instância (em anexo), o solver apresenta um lucro máximo de **3916162.674** baseado nas restrições determinadas no modelo. Também são apresentadas todas as rotas entre as fábricas e as cidades.

REFERÊNCIAS

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. Introdução à Pesquisa Operacional. 8. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

O PROBLEMA DO FLUXO MÁXIMO. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/ pf/algoritmos_para_grafos/aulas/flow/>. Acesso em 26 abr. 2021.

PESQUISA OPERACIONAL: COMO UM RECURSO COM ORIGEM NA GUERRA PODE NOS AUXILIAR A TOMAR DECISÕES MAIS INTELIGENTES. Disponível em: <https://www.voitto.com.br/blog/artigo/pesquisa-operacional/>. Acesso em 26 abr. 2021.

PROBLEMA DE FLUXO DE CUSTO MÍNIMO. Disponível em: <https://www.ufjf.br/epd015/files/2010/06/fluxo_custo_minimo.pdf>. Acesso em 27 abr. 2021.

PULP 2.4. Disponível em: <https://pypi.org/project/PuLP/>. Acesso em 29 abr. 2021.