Teoría de Lenguajes

Primer Cuatrimestre de 2015

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Recuperatorio Trabajo Práctico 1

Grupo Estado Final

Integrante	LU	Correo electrónico
Gorojovsky, Román	530/02	rgorojovsky@gmail.com
Lazzaro, Leonardo	147/05	lazzaroleonardo@gmail.com
Montero, Victor	707/98	vmontero@dc.uba.ar

Organización general del código.

El trabajo se realizó en *Python*. Se crearon tres módulos: `models` contiene la representación del autómata (clases `Automata` y `Node`), `parsers` contiene funciones para leer los archivos según los formatos definidos (regex y autómata) y convertirlos en objetos de clase `Automata`, y `writers` contiene funciones que escriben objetos de dicha clase en formato de texto o `DOT`.

Usando estas clases, se resolvieron los ejercicios en los archivos correspondientes, según el esqueleto provisto por la cátedra. Para cada ejercicio se implemento un breve unit test en `test/test_ejercicio_x`. También se implementaron unit tests para `models` y `parsers`. En algunos casos hay también un script `run_and_plot_ejercicio_x` que ejecuta el ejercicio y presenta gráficamente el resultado.

Clase `Automata`

La clase `Automata` contiene la lista de estados, los símbolos, el estado inicial y el conjunto de finales. Además tiene algunas funciones necesarias para resolver algunos de los ejercicios, que se discutirán oportunamente. En particular, para esta reentrega se corrigió el método `is_deterministic()` para que rechace autómatas con transiciones lambda.

Los estados están representados por la clase `Nodo`, y contienen un nombre y un diccionario cuyas claves son los símbolos y el valor una lista de estados a los que se puede transitar consumiendo ese símbolo. Obviamente un nodo puede carecer de transiciones para un o más símbolo del lenguaje.

Ejercicio a: Minimizar autómatas

Expresiones regulares

Para leer las expresiones regulares y luego convertirlas en autómatas, se parsea el archivo creando un objeto `Tree` o, más precisamente, un objeto de alguna clase que hereda de `Tree`, todos definidos en `parsers.py`. Cada uno de estas clases representan un tipo de operador de la expresión regular (*Concat*, *Star*, *Or*, *Plus*, *Opt*, y *Symbol*) y tienen un método `to_automata()` que devuelve el objeto autómata correspondiente, siguiendo el teorema presentado en *Introduction to Automata Theory...* [1], (pág. 102 y siguientes, teorema 3.7). Los dos casos que no están en el libro, *Plus* y *Opt*, se resolvieron mediante los reemplazos $a^+ = aa^*$ y $a? = a|\lambda$

Este algoritmo crea un autómata no determinístico, que hay que determinizar y luego minimizar. Para esto se usaron los dos algoritmos vistos en clase, el primero definido en `ejercicio_a.py` (la función `nfa_to_dfa()`) y el segundo como método del autómata (`minimize()`).

En cuanto a tests, usamos los ejemplos del libro, el del enunciado del trabajo y uno un poco más largo hallado en wikipedia.

Ejercicio b: Decidir si una cadena pertenece al lenguaje de un autómata

La solucion a este ejercicio usa una de los métodos de la clase `Automata`, `move_sequence()`, que dada una cadena intenta "aplicarle" el autómata y devuelve un booleano indicando si fue se llegó a un estado final o no. Según este resultado se escribe `TRUE` o `FALSE`, según se pide en el enunciado. Para testearlo usamos el autómata que correspondería a la expresión regular `ac*(bf*)?`.

Ejercicio c: Escribir un autómata en formato `.dot`

Para la solucion de este ejercicio tampoco hay demasiada magia. Implementamos una función `save_dot()` en `writers` que toma un `Automata` y escribel el `.dot` correspondiente, y un módico test con un autómata sencillo, verificando el contenido archivo que se generaría.

Ejercicio d: Intersección de autómatas

El cálculo de la intersección fue el ejercicio que, innecesariamente, más dificultad nos causó, debido a que se trabajó primero con una definición errónea y luego con un ejemplo mal interpretado.

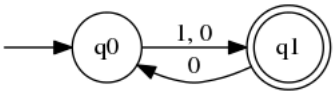
En un principio, dados dos autómatas $M_1 = \langle Q_1, \Sigma, q_0^1, \delta_1, F_1 \rangle$ y $M_2 = \langle Q_2, \Sigma, q_0^2, \delta_2, F_2 \rangle$ (ambos con el mismo alfabeto), definíamos la intersección M_I como:

$$M_I = \langle Q_1 \times Q_2, \Sigma, (q_0^1, q_0^2), \delta_I, \{(q_i^1, q_j^2)/q_i^1 \in F_1 \wedge q_j^2 \in F_2\} \rangle$$

donde

$$\delta_I((q_i^1, q_j^2), \mathrm{a}) = (q_k^1, q_l^2) <=> \delta_1(q_i^1, \mathrm{a}) = q_k^1 \wedge \delta_2(q_j^2, \mathrm{a}) = q_l^2$$

Esta definición genera muchos estados inútiles, es decir, inalcanzables partiendo del inicial consumiendo la misma cadena en los dos autómatas, por así decirlo. Por ejemplo, si tenemos el siguiente autómata:



y queremos calcular su intersección con si mismo, se va a generar un estado (q_0^1, q_1^2) que correspondería a "el primer autómata está en el estado 0 y el segundo en el estado 1", cosa que nunca puede ocurrir.

Para corregir esto, la definición del conjunto de estados en la intersección pasó a ser

$$\{(q_i^1, q_j^2)/(q_i^1, q_j^2) \in Q_1 \times Q_2 \wedge \exists \alpha \in \Sigma^*/\delta_1^*(q_0^1, \alpha) = q_i^1 \wedge \delta_2^*(q_0^2, \alpha) = q_j^2\}$$

Dicho esto, la implementación más sencilla es construír la primer versión y luego eliminar los nodos sobrantes, es decir, aquellos a los que no se llega partiendo del nodo inicial. En el ejemplo, los únicos nodos que quedarían son (q_0^1, q_0^2) y (q_1^1, q_1^2). Al resultado de esta construcción se le aplicó la minimización desarrollada en el ejercicio a.

La otra dificultad, como mencionamos, fue un ejemplo mal interpretado. La intersección entre "las cadenas que empiezan con 010" y "las cadenas que terminan con 010" no es "la cadena `'010'`" sino "las cadenas que empiezan y terminan con 010", y sin embargo eso fue lo que intentamos obtener como salida del algoritmo durante varias horas. Una vez resuelto el problema mental, quedó este ejemplo como uno de los tests, junto al caso evidente de la intersección de un autómata con si mismo que, efectivamente, genera el mismo autómata (usando el autómata del ejemplo) y la de dos autómatas cuya intersección es vacía, o mejor dicho dos autómatas que aceptan lenguajes cuya intersección es vacía.

Para esta reentrega se eliminó la excepción que impedía que se calculara la intersección de dos autómatas con alfabetos distintos.

Ejercicio e: Complemento de un autómata

El complemento de dos autómatas es más sencillo de definir: Dado $M = \langle Q, \Sigma, q0, \delta, F\rangle$, con su estado trampa qT, el complemento es $M^c = \langle Q, \Sigma, q0, \delta, Q - F\rangle$, y el código simplemente hace eso: define un nuevo autómata. Apenas tiene un test sencillo.

Ejercicio f: Equivalencia de autómatas

En este ejercicio explotamos el teorema 4.26 del *Introduction to Automata Theory...* [1], según el cual dado un autómata A y su minimización M, construída según el algoritmo que estamos usando, entonces M tiene menos estados que cualquier autómata determinístico equivalente a A. Por lo que para decidir si dos autómatas son equivalentes:

- Minimizamos los dos autómatas
- Con un DFS recorremos determinísticamente el automata y renombramos los estados según ese orden.
- Verificamos si para cada estado del primer autómata, existe otro del mismo nombre y con tienen las mismas transiciones.

Para este ejercicio implementamos únicamente un unit test con el ejemplo que aparece en el libro.

Referencias

[1] Ullman J Hopcroft J. *Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation*. Addison Wesley, 2001.