贤彬考研飞跃计划院校选择模拟测试卷--线性代数

校区：__________ 班主任：__________ 姓名：__________ 分数：__________

一、选择题：1~8 小题，每小题 4 分，共 32 分，下列每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的.

(1) 下列 n 阶行列式中，取值必为 -1 的是 【 】

(A) $\begin{vmatrix} & & & & 1 \\ & & & 1 & \\ & & \iddots & & \\ & 1 & & & \\ 1 & & & & \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & & & \\ & 1 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & 1 \\ 1 & & & & 1 \end{vmatrix}$

(C) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$

(2) 已知 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$，则 A 的伴随矩阵 $A^*=$ 【 】

(A) $\begin{pmatrix} 14 & 3 & 12 \\ 0 & 28 & -5 \\ 9 & -2 & 16 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 7 & -1 & -3 \\ 3 & 7 & 2 \\ 12 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 7 & 3 & 12 \\ 1 & 7 & 5 \\ -3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 7 & -3 & 12 \\ -1 & 7 & -5 \\ -3 & -2 & 8 \end{pmatrix}$

(3) 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & a & a & a \\ a & 1 & a & a \\ a & a & 1 & a \\ a & a & a & 1 \end{pmatrix}$，若 A 的伴随矩阵 A^* 的秩为 1，则 $a=$ 【 】

(A) 1 (B) -1 (C) $-\dfrac{1}{3}$ (D) 3

(4) 设A是3阶方阵，将A的第一列与第二列交换得B，再把B的第二列加到第三列得C，则满足$AQ=C$的可逆矩阵Q为　　【　】

(A) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　(B) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　(C) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$　(D) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(5) 已知向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，则下列向量组中，线性无关的是　　【　】

(A) $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3-\alpha_1$　　(B) $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_1+2\alpha_2$

(C) $\alpha_1+2\alpha_2,2\alpha_2+3\alpha_3,3\alpha_3+\alpha_1$　(D) $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,2\alpha_1-3\alpha_2+22\alpha_3,3\alpha_1+5\alpha_2-5\alpha_3$

(6) 设A为3阶矩阵，将A的第二行加到第一行得B，再将B的第一列的-1倍加到第二列得C，记$P=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则　　【　】

(A) $C=P^{-1}AP$　(B) $C=PAP^{-1}$

(C) $C=P^{T}AP$　(D) $C=PAP^{T}$

(7) 设A，B，C均为n阶矩阵，E为n阶单位矩阵，若$B=E+AB,C=A+CA$，则$B-C$为　　【　】

(A) E　(B) $-E$　(C) A　(D) $-A$

(8) 设$A=\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$，则下列向量是$A$的特征向量的是　　【　】

(A) $[1,2,1]^T$　(B) $[1,-2,1]^T$　(C) $[2,1,2]^T$　(D) $[2,1,-2]^T$

二、填空题：9~14小题，每小题4分，共24分.

(9) 齐次线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1+x_2+x_3=0 \\ x_1+\lambda x_2+x_3=0 \\ \lambda^2 x_1+2x_2+\lambda x_3=0 \end{cases}$$

有非零解，则$\lambda=$__________.

(10) 设 A,B 均为 3 阶方阵，A^*,B^* 是其伴随矩阵，已知 $|A|=2,|B|=3$, 则 $\left|(AB)^*\right|=$____________.

(11) 已知 $A=\begin{bmatrix} 2 & -3 & 8 & 2 \\ 2 & 12 & -2 & 12 \\ 1 & 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$，那么 $R(A)=$____________.

(12) 已知向量组 $a_1=(1,3,2,a)^T,a_2=(2,7,a,3)^T,a_3=(0,a,5,-5)^T$ 线性相关，则 $a=$____________.

(13) 方程组 $\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ 有无穷多解，则 $a=$____________.

(14) 已知 $\xi=[1,-1,-1]^T$ 是矩阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & a \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ 的特征向量，则参数 $a=$__________.

三、解答题：15~23 小题，共 94 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(15) (本题满分 10 分)

求 $f(x)=\begin{vmatrix} 2x & x & 1 & 2 \\ 1 & x & 1 & -1 \\ 3 & 2 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix}$ 中 x^4 与 x^3 的系数.

(16) (本题满分 10 分)

若 $\begin{vmatrix} x-1 & 1 & 2 \\ 1 & x-5 & 0 \\ 2 & 0 & x-5 \end{vmatrix}=0$，求 x 的值.

(17) (本题满分 10 分)

$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix},B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix},C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，求矩阵 X，使 $AXB=C$.

(18) (本题满分 10 分)

设 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & c \\ b & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$，问

(I) a、b、c 满足什么条件时，矩阵 A 的秩为 3；

(II) a、b、c 取何值时，A 是对称矩阵.

(19) (本题满分 10 分)

求线性方程组 $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+x_4=3 \\ x_1+4x_2+5x_3+2x_4=2 \\ 2x_1+9x_2+8x_3+3x_4=7 \\ 3x_1+7x_2+7x_3+2x_4=12 \end{cases}$ 的通解.

(20) (本题满分 11 分)

解方程组

$$\begin{cases} 2x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5=1 \\ x_1+2x_2-x_3+x_4-2x_5=1 \\ 4x_1-10x_2+5x_3-5x_4+7x_5=1 \\ 2x_1-14x_2+7x_3-7x_4+11x_5=-1 \end{cases}$$

(21) (本题满分 11 分)

求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1-x_2+5x_3-x_4=0, \\ x_1+x_2-2x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-x_2+8x_3+x_4=0, \\ x_1+3x_2-9x_3+7x_4=0 \end{cases}$ 的通解.

(22) (本题满分 11 分)

线性方程组 $Ax=\beta_1+k\beta_2$，其中

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix},\beta_1=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix},\beta_2=\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

讨论 k 为何值时方程组无解，有解，若有解，求出其通解.

(23) (本题满分 11 分)

k 为何值时，线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+kx_3=4 \\ -x_1+kx_2+x_3=k^2 \\ x_1-x_2+2x_3=-4 \end{cases}$,有唯一解，无解，有无穷多组解？

若有解时，求出其全部解.