《电路信号与系统》练习题（2025）

电路部分

1、 理想电压源内阻<u> 无穷小 </u>（无穷大、无穷小）；理想电流源内阻<u> 无穷大 </u>（无穷大、无穷小）。

2、 理想电压源可以<u> 串联 </u>（串联、并联）；理想电流源可以<u> 并联 </u>（串联、并联）。

3、 叠加定理适用于线性电路，可以用来求线性电路的<u> 电压、电流 </u>（电压、功率、电流）。

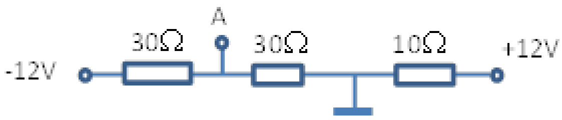
4、 一个实际的电阻器能否抽象成集总电阻模型要考虑的因素有<u> 电阻的大小、工作频率 </u>（电阻的大小、形状、工作频率、工作电压、消耗功率）。

5、 假设的正电荷运动方向称为电流的<u> **参考** </u>（实际、**参考**）方向。

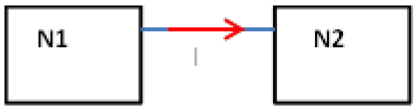
6、 理想电压源内阻<u> **无穷小** </u>（无穷大、**无穷小**）。

7、 A 点的电位为<u> -6V </u>；

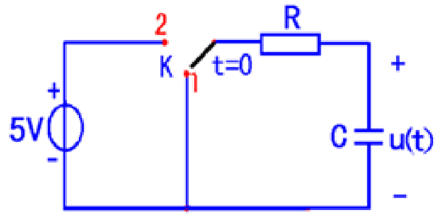
-12V 电压源的输出功率为<u> 2.4W </u>



8、 如图，N1 和 N2 为两个独立的电路网络。N1 和 N2 之间导线上的电流 I=<u> 0 </u>。



9、 如图电路：R = 1KΩ、C = 10 μF。t < 0，K 位于“2”， 电路稳定；t => 0 时 K 位于“1”。求电容上的电压 u(t)。

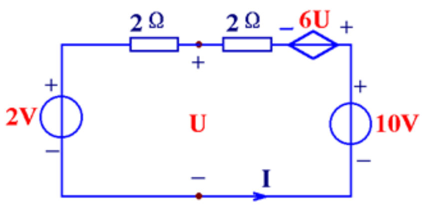


解： t<0 时，$U_c(0_-)=U_c(0_+)=5V$

t>0 时，$U_c(\infty)=0V$；$\tau=RC=0.01s$

$\therefore U(t)= U_c(\infty)+[U_c(0_+)]-U_c(\infty)]e^{-t/\tau}=5e^{-100t}$ V

10、 如图，求电流 I。说明两个独立电压源输出功率的情况。



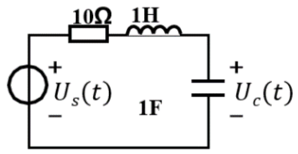
解：

$$\begin{cases} U = 2I + 2 \\ 6U + 4I + 2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I = -0.25A \\ U = 1.5V \end{cases}$$

对 2V 的电压源：（关联）$P_1 = 2I = -0.5W$（输出）

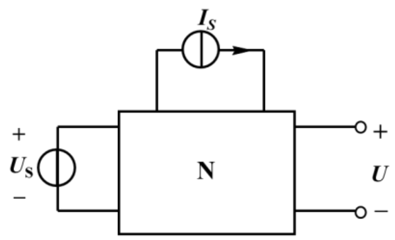
对 10V 的电压源：（非关联）$P_2 = -10I = 2.5W$（吸收）

11、 如图所示电路，，请列出以电压源$u_s(t)$为激励，$u_C(t)$为输出的微分方程。



解：$u''_c(t) + 10u'_c(t) + u_c(t) = u_s(t)$

12、 如图所示电路，图中 N 为不含独立源的线性电阻电路，当 U_S =1V，I_S =1A 时，开路电压 U =2V; 当 U_S = 5V，I_S = 1A 时，开路电压 U = 6V。当 U_S = 1 V，I_S =10A 时，开路电压 U 为多少？

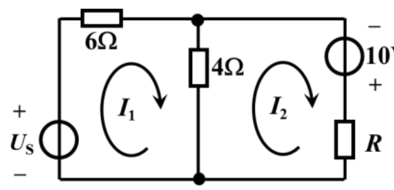


$u = aIs + bUs$

解：$\begin{cases} a + b = 2 \\ a + 5b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1\Omega \\ b = 1 \end{cases}$

$u = Is + Us = 1 + 10 = 11(V)$

13、 如图已知网孔电流 I_1 = 4A、I_2 = 2A，求 U_s 和 R。



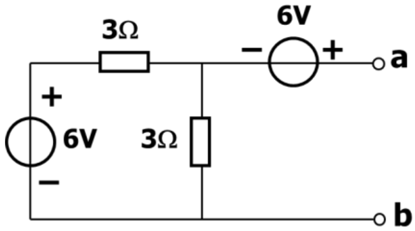
$$Us = 4(I_1 - I_2) + 6I_1 = 32(V)$$

$$R = \frac{10 + 4(I_1 - I_2)}{I_2} = 9\Omega$$

14、 如图所示电路，

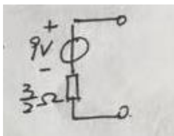
（1） 求电路 ab 端的戴维南等效电路或诺顿等效电路;

（2） 若在电路 ab 端接入电阻 R，求电阻 R 为多少时可获最大功率？最大功率为多少？

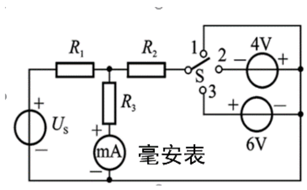


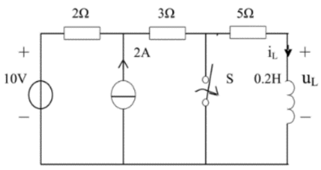
解：开路电压$Uoc = 6 + 3 \times \frac{6}{3+3} = 9V$，除源内阻$R_0 = \frac{3}{2}\Omega$

等效电路为 9V 电压源串联 1.5 欧姆电阻，或 6A 电流源并联 1.5 欧姆电阻。

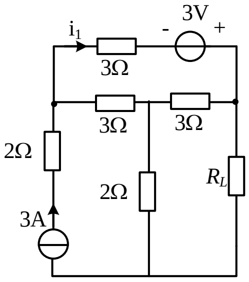


R=1.5 欧姆时，取得最大功率，$P_{\max} = \frac{27}{2}W$

15、 如图所示电路，，  当开关位置在“1”时，毫安表读数为 20mA，当开关位置在“2”时，毫安表读数为-80mA，当开关位置在“3”时，毫安表的读数为__170mA__

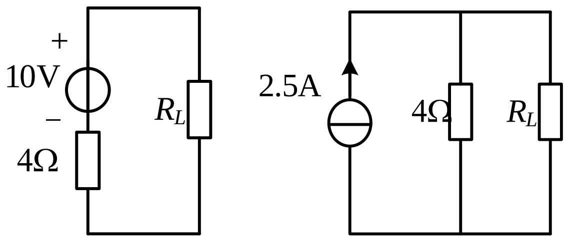
16、 如图所示电路中，  开关 S 在 t=0 时刻断开，则电感两端电流$i_L(t)$为 $\underline{1.4(1-e^{-50t})A}$

17、 如图示电路，负载电阻 R_L 可调，求（1）求 *ab* 端口的开路电压u_{oc}及等效（除源）内阻；（2）画出 *ab* 端口的戴维南等效电路和诺顿等效电路；（3）给出 R_L 取得最大功率的条件，并计算 R_L 取得的最大功率。



(1)
$$3i_1-3+3i_1-3(3-i_1)=0$$
$$i_1=\frac{4}{3}A$$
$$u_{OC}=4+2\times3=10V$$
$$R_{ab}=3//(3+3)+2=4\Omega$$

（2）



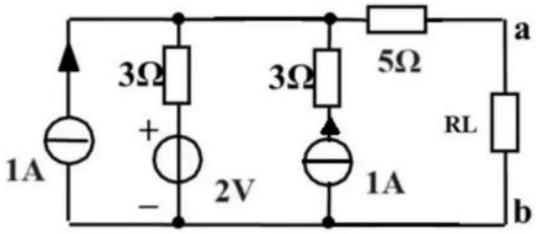
(3) 当 $R_L=R_0$，$P=\frac{U_{OC}^2}{4R_0}=\frac{10^2}{4\times4}=6.25W$

18、 如图所示电路，R_L 为负载。

（1）求负载 R_L 两端的开路电压和等效电阻；

（2）画出负载 R_L 以外电路的戴维南或诺顿等效电路；

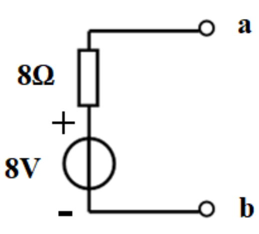
（3）当 R_L 取何值时，电路取得最大传输功率；最大传输功率为多少？

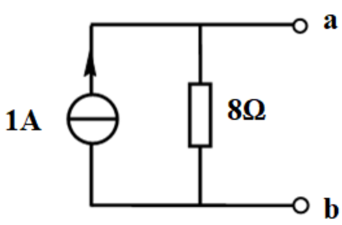


解：（1）开路电压：U_{oc}=3(1+1)+2=8 (V)

等效电阻：R_0 = 5+3=8 (Ω)

(2) 戴维南等效电路及诺顿等效电路分别如下：





(3) $R_L=R_0=8\Omega$；

\ 最大传输功率：$P_{max}=\frac{U_{oc}{}^2}{4R_o}=2$（W）

时域部分

1、 $f(t)=Sa^2(100t)$是___**能量信号**___（功率信号、能量信号、既非功率亦非能量信号）。

2、 $\boldsymbol{f(t)=2+\cos(t)}$是___**功率信号**___（功率信号、能量信号、既非功率亦非能量信号）。

3、 $f(t)=100\sin(t)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-5)]$是___**能量信号**___（功率信号、**能量信号**）。

4、 $f(t)=2Sa(6\pi t)$是___非周期___（周期、非周期）信号，是___能量___（能量、 功率、既非功率也非能量）信号。

5、 $$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3t}[\delta(t)+\delta'(t)]dt=4$$

6、 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2t}[\delta'(t)+\delta(t)]dt=2+1=3$

7、 $\int_{-\infty}^{t} 4\sin\tau\cdot\delta(\tau-\frac{\pi}{6})d\tau=$ ___$2\varepsilon(t-\pi/6)$___;

8、 $\int_{-4}^{4}\{(t^2+1)[\delta(t+5)+\delta(t)+\delta\ \ (t-2)]\}dt=$___6___;

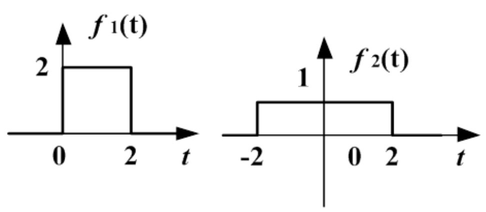
9、 已知 f (t) = ε (t-1) - ε (t-3), x (t) = δ (t-3),则 f(t)*x (t) =___ε (t-4) - ε (t-6)___。

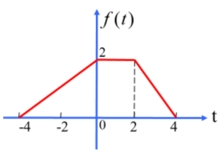
10、 多级子系统级（串）联时，系统冲激响应是___子系统冲激响应的卷积___。

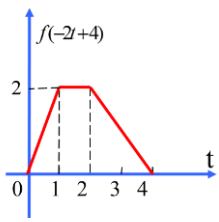
11、 $\int_{-\infty}^{t} 2\cos(\tau)\delta(\tau-\frac{\pi}{3})d\tau=$___$\varepsilon(\mathrm{t}-\frac{\pi}{3})$___ 。

12、 已知 $f(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)$, $x(t)=\delta(t-3)$,则 $f(t)*x(t)=$___$\varepsilon(t-3)-\varepsilon(t-5)$___ 。

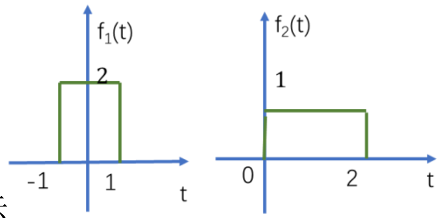
13、 信号$f_1(t)$和$f_2(t)$的波形如图所示，$f(t)=f_1(t)*f_2(t)$，$f(0)=$___4___。



14、 信号$f(t)$如图所示，

，则$f(-2t+4)$的图形为

15、 信号$f_1(t)$、$f_2(t)$的波形如图所示



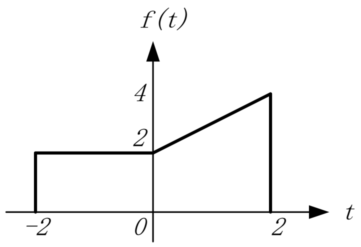
，$f(t)=f_1(t)*f_2(t)$，则$f(0)$为_2____。

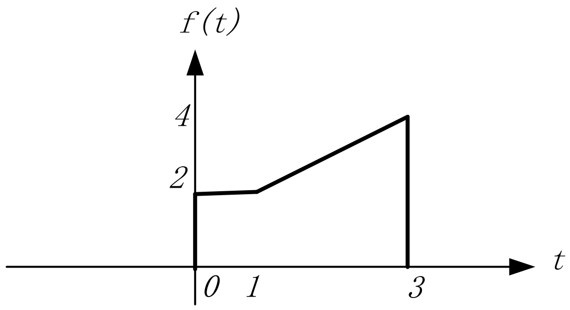
16、 若有系统 $y(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-(t-x)} f(x-2)dx$，则其冲激响应 $h(t)=$__$e^{-(t-2)}\varepsilon(t-2)$____。

17、 若线性系统的单位阶跃响应 $g(t)=5e^{-t}\varepsilon(t)$，则其单位冲激响应 $h(t)=$ $5\delta(t)-5e^{-t}\varepsilon(t)$。

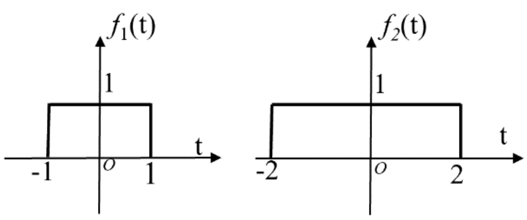
18、 由单位冲激函数$\delta(t)$所引起的___**零状态**____（零输入、**零状态**、全）响应称为系统的单位冲激响应，简称冲激响应。

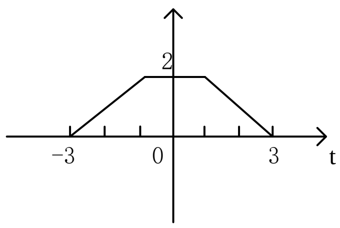
19、 已知$f(t)$如图所示，画出 $f(t-1)\varepsilon(t)$的波形（标出关键值）。





20、 信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 如图所示，请画出两个信号的卷积 $y(t)$ 的波形（标出关键值）





频域部分

1、 已知周期信号 $f(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2Sa^2\left(\frac{\pi}{2}k\right)e^{jk\frac{\pi}{8}t}$。求 f(t)的周期 T 和$f(t)$ 的直流、一次和二次谐波分量；（T=16s； 直流：k=0, f(t)=2；一次谐波：k=1，$f(t)=\frac{16}{\pi^2}\cos(\frac{\pi}{8}t)$；二次谐波：k=2, f(t)=0；）

2、 非周期、连续时间信号具有_**连续**_、非周期频谱；周期、连续时间信号具有离散、非周期_频谱；

3、 连续周期信号的频谱是 **离散** （离散、非离散）的，随频率增大而 **衰减** （衰减、增长）。

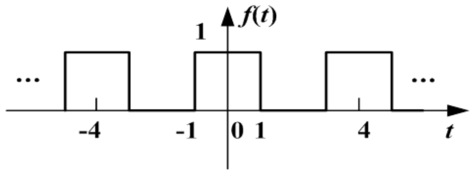
4、 周期信号 $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{\sin(n\pi/2)}{n}e^{j2n\pi t}$，此信号的周期为 1s、直流分量为 $\pi/2$ 、频率为 5Hz 的谐波分量为 0.4 cos (10 πt) 。

5、 连续周期信号 $f(t)$ 的周期为 0.1s，傅里叶级数系数 $F_0=3$、$F_1=F_{-1}^*=j$、其余为 0，求 $f(t)$。

$$\Omega=\frac{2\pi}{T}=20\pi$$
$$\begin{aligned}f(t)&=3+je^{j20\pi t}+(-j)e^{-j20\pi t}=3+e^{j(20\pi t+\pi/2)}+e^{-j(20\pi t+\pi/2)}\\&=3+2\cos(20\pi t+\pi/2)=3-\sin(20\pi t)\end{aligned}$$

6、 已知f(t)的周期为 1s、其傅立叶级数系数 $F_0=5$　$F_1=F_{-1}^*=2e^{j0.5\pi}$　$F_2=F_{-2}^*=e^{j\pi/3}$、其余为 0，则该信号的表达式为 $f(t)=5+4\cos\left(2\pi t+\frac{\pi}{2}\right)+2\cos(4\pi t+\frac{\pi}{3})$。

7、 周期信号 *f*(*t*)如图所示，



，则该信号的频谱的基波角频率为（$\frac{\pi}{2}$ rad/s）。

8、 已知周期信号$f_T(t)$的周期为T，则信号$g(t)=f_T(t)-f_T\left(t+\frac{5T}{2}\right)$的谐波中仅包含奇次谐波分量。

9、 周期信号，$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{\sin(\frac{n\pi}{2})}{n}e^{j2n\pi t}$直流分量为（$\frac{\pi}{2}$），频率为 3Hz 的谐波分量为 $-\frac{2}{3}\cos(6\pi t)$。

10、 周期信号 f (t) 的周期为 0.1s、傅立叶级数系数 $F_0=5$　$F_3=F_{-3}^*=3$　$F_5=F_{-5}^*=2j$、其余为 0。试写出此信号的时域表达式 f (t) = 5 + 6 cos (60π t) - 4 sin (100π t) 。

11、 f(t) 的周期为 0.1s、傅立叶级数系数 $F_0=5$　$F_1=F_{-1}^*=3$　$F_3=F_{-3}^*=2+2j$、其余为 0。试写出此信号的三角级数表达式 f (t) = $5+6\cos\left(20\pi t\right)+4\cos\left(60\pi t\right)-4\sin\left(60\pi t\right)$。

12、 已知 *f*(*t*)的周期为 1s、其傅里叶级数的系数 $F_0=6$，$F_1=F_{-1}^*=4e^{j0.3\pi}$，其余为 0，则该信号三角函数形式的傅立叶级数为 $f(t)=6+8\cos(2\pi t+0.3\pi)$ 或

$6+8\cos(0.3\pi)\cos(2\pi t)-8\sin(0.3\pi)\sin(2\pi t)$。

13、 已知连续周期信号 $f(t)=5+6\cos t+2\cos(2t+\pi/3)$，则该信号分解为复指数形式（$\sum F_n e^{jn\Omega t}$）为：$\underline{f(t)=5+3e^{jt}+3e^{-jt}+e^{j(2t+\pi/3)}+e^{-j(2t+\pi/3)}}$；该信号的平均功率为 <u>45W</u>。

14、 $\boldsymbol{f(t)}$ 的周期为 0.01s、傅立叶级数系数 $\boldsymbol{F_0=5}$　$\boldsymbol{F_1=F_{-1}^*=1}$　$\boldsymbol{F_2=F_{-2}^*=j}$、其余为 0。试写出 $\boldsymbol{f(t)}=\underline{5+2\cos(200\pi t)-2\sin(400\pi t)}$，其平均功率为 <u>**29** W</u>。

15、 已知 $f(t)$ 的傅里叶变换为 $F(j\omega)$，则 $f(2t+5)$ 的傅里叶变换为 $\underline{\frac{1}{2}e^{j\frac{5}{2}\omega}F(j\frac{\omega}{2})}$。

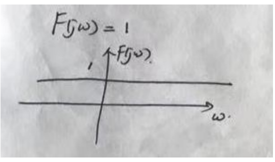
16、 已知 $f(t)\Leftrightarrow F(j\omega)$,则 f(4-3t)的傅立叶变换为 $\underline{\frac{1}{3}F(-j\frac{\omega}{3})e^{-j\frac{4}{3}\omega}}$。

17、 已知 $g_2(t)=\begin{cases}1 & |t|<1\\ 0 & |t|>1\end{cases}$，求卷积积分 $g_2(t)*g_2(t)$ 的傅里叶变换。

$g_2(t)\Leftrightarrow 2Sa(\omega)$

$g_2(t)*g_2(t)\Leftrightarrow 2Sa(\omega)\cdot 2Sa(\omega)=4Sa^2(\omega)$

18、 已知信号 $f(t)=\delta(t)$，画出信号的频谱图 $F(j\omega)$。

解：$F(j\omega)=1$，

19、 已知信号$f(t)$的傅里叶变换$F(j\omega)=\delta(\omega-\omega_0)$，则信号为 $\underline{f(t)=\frac{1}{2\pi}e^{j\omega_0 t}}$。

20、 已知 $f(t)\Leftrightarrow F(j\omega)$，则 $t\frac{df(t)}{dt}$ 的傅立叶变换为 $\underline{-F(j\omega)-\omega\frac{dF(j\omega)}{d\omega}}$。（作业）

21、 抽样信号 Sa(2πt)的傅立叶变换为 $\underline{\frac{1}{2}G_{4\pi}(\omega)=\frac{1}{2}\left[\varepsilon(\omega+2\pi)-\varepsilon(\omega-2\pi)\right]}$。

22、 求$[Sa(\pi t)]^2$ 的傅立叶变换；直接利用性质

23、 已知 $f(t)\Leftrightarrow F(\omega)$,则 f(t) cos (200t)的傅立叶变换为 <u>[F(ω+200)+ F(ω-200)]/2</u>。

24、 已知周期信号 $f_T(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}F_n e^{jn\frac{2\pi}{T}t}$，则其傅立叶变换为 $2\pi\sum_{-\infty}^{+\infty}F_n\delta(\omega-n\frac{2\pi}{T})$.

25、 已知信号$f(t)=4+2\cos(2t)-2\sin(4t)+2\cos(6t)$,则该周期信号的平均功率为22 W。

26、 信号$f(t)=\frac{sin2t}{\pi t}$的能量为$2/\pi$ J。

27、 $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-j\omega t}dt=$ $2\pi\,\delta\,(\omega)$ 。

28、 已知 $f(t)=\frac{\sin 2\pi(t\text{-}1)}{2\pi(t\text{-}1)}$，其傅里叶变换为 $\frac{1}{2}G_{4\pi}(\omega)e^{-j\omega}$ 。

29、 $\int_{-\infty}^{\infty}Sa(t)*Sa(2t)dt=F[Sa(2t)*Sa(t)]|_{\omega=0}=\frac{\pi}{1}G_2(\omega)\times\frac{\pi}{2}G_4(\omega)|_{\omega=0}=0.5\pi^2$

30、 $\int_{-\infty}^{\infty}[Sa(t)*Sa(2t)]^2\,dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F[Sa(t)*Sa(2t)]|^2\,d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{\pi}{1}G_2(\omega)\times\frac{\pi}{2}G_4(\omega)\right|^2d\omega=\frac{1}{2\pi}\frac{\pi^4}{4}\int_{-1}^{1}1d\omega=\frac{\pi^3}{4}$

利用能量等式$\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{f^2\,(t)dt}=\boldsymbol{\frac{1}{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}|\boldsymbol{F(j\omega)}|^{\boldsymbol{2}}\,\boldsymbol{d\omega}$

31、 $f(t)=Sa(2t)*Sa(t)$，则$f(0)=$? 解：根据$f(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(j\omega)\,d\omega$

$$f(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F[Sa(2t)*Sa(t)]\,d\omega=\frac{1}{2\pi}\frac{\pi^2}{2}=\frac{\pi}{2}$$

32、 求信号 $f(t)=Sa(t)\cdot Sa(4t)$ 的傅立叶变换 $F(j\omega)$，并求该信号的能量 $E=\int_{-\infty}^{+\infty}f^2(t)dt$ 。

思路：时域相乘，频域卷积，再利用能量等式$\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{f^2\,(t)dt}=\boldsymbol{\frac{1}{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}|\boldsymbol{F(j\omega)}|^{\boldsymbol{2}}\,\boldsymbol{d\omega}$

33、 求信号 $f(t)=\frac{\sin(\pi\ t)}{t}$ 的傅立叶变换 $F(j\omega)$ 并求该信号的能量 $E=\int_{-\infty}^{+\infty}f^2(t)dt$ 。

$$f(t)=\frac{\sin(\pi\ t)}{t}=\pi Sa(\pi\ t)\Longleftrightarrow\pi g_{2\pi}(\omega)$$

$$\therefore E=\int_{-\infty}^{+\infty}f^2(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}f^2(\omega)d\omega=\pi^2$$

34、 已知$f(t)\Leftrightarrow F(\omega)$,以 Ts 为间隔进行冲激抽样后的频谱为: $F_s(\omega)=\frac{1}{T_s}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F(\omega-k\frac{2\pi}{T_s})$；

35、 已知 f(t)$\Leftrightarrow$F(ω)，以 0.1s 为间隔进行冲激抽样后的频谱为: __$10\sum_{k=-\infty}^{\infty}F(\omega-20k\pi)$__。

36、 周期信号 $f_T(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}F_n e^{jn\frac{2\pi}{T}t}$ 的傅立叶变换为__$2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_n\delta\left(\omega-n\frac{2\pi}{T}\right)$__。

37、 已知频带有限信号 $f(t)$ 的频率上限为 10 Hz，则对 $f(t)$ 进行抽样时，其奈奎斯特频率为____20____Hz，最大抽样间隔为____0.05____秒。

38、 信号 f(t)的占有频带为 0-10KHz,被均匀采样后,能恢复原信号的最大采样周期为__5×10^{-5} s__.

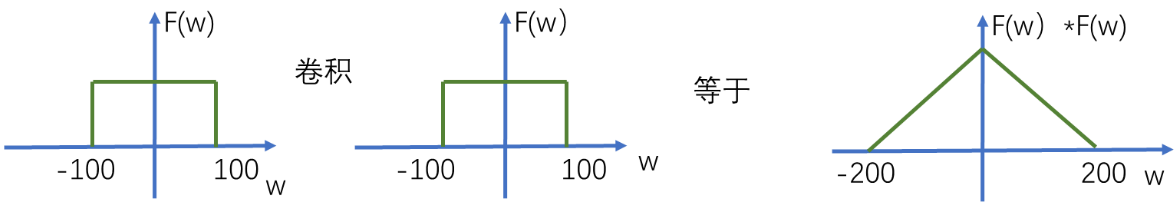
39、 已知 $f(t)$的最高频率分量为 100π rad/s，则 2$f(t$-2)的奈奎斯特采样间隔为_0.01s___

40、 激励 $f(t)=Sa(5t)$ 经过某无失真传输系统后的输出 $y(t)=2Sa\left[5(t-1)\right]$，则系统的单位冲激响应 $h(t)$ 为_____$2\delta(t-1)$______，频响特性 $H(j\omega)$ 为$2e^{-j\omega}$___

41、 已知 $Sa(t)$ 为带限信号，其傅里叶变换的频率区间上限为$\frac{1}{2\pi}$Hz，则对 $Sa(t)$ 进行抽样时，其奈奎斯特频率为_____$\frac{1}{\pi}Hz$_。

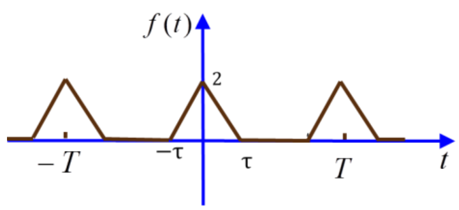
42、 对信号 $f(t)=Sa^2(100t)$ 均匀抽样时,其最低抽样频率 f_S =____200/π__Hz___。

解： $Sa(100t)\leftrightarrow\frac{\pi}{100}g_{200}(\omega)$，卷积前，信号占有的带宽 W_m=100rad/s，卷积后，信号的最高频率为 200rad/s，所以奈奎斯特采样频率$f_s=2\times\frac{200}{2\pi}=200/\pi$。



43、 连续信号 $f(t)=\frac{\sin100\pi(t-2)}{100(t-2)}$，其占有的最高频率为____50____Hz。

44、 已知信号 $f(t)=\frac{\sin10\pi t}{\pi t}$，能恢复原信号的最大抽样周期为____0.1s________。

45、 频率为 100Hz 的周期三角波，如图所示，，其中

$\tau=T/4$，若保证主瓣恰好不混叠，对该信号的最低采样频率为800Hz。

46、信号 f(t) 的频率上限为 100KHz,信号 $f_1(t)=3f(t-3)$ 的最小采样频率为 200KHz.

47、信号 $f(t)$ 的频率上限为 100KHz,信号 $f_1(t)=3f(t-3)*f(t)$ 的最小采样频率为 200KHz.

48、求 $f_1(t)=Sa(20\pi t), f_2(t)=f_1^2(3t), f_3(t)=f_1(0.5t), f_4(t)=5f_1(t-1)$ 的奈奎斯特抽样频率 f_{s1}、f_{s2}、f_{s3}、f_{s4}。

解：由抽样定理，$f_s=2f_m$。

$$f_1(t)=Sa(20\pi t)\leftrightarrow F_1(\omega)=\frac{1}{20}G_{40\pi}(\omega),\qquad \therefore \omega_{1m}=20\pi, f_{1m}=10Hz, \therefore f_{s1}=20Hz;$$

$$f_2(t)=f_1^2(3t)\leftrightarrow F_2(\omega)=\frac{1}{2\pi}\times\frac{1}{3}F_1(\frac{\omega}{3})*\frac{1}{3}F_1(\frac{\omega}{3})\qquad \therefore f_{2m}=2\times 3f_{1m}=60Hz, \therefore f_{s2}=120Hz$$

$$f_3(t)=f_1(0.5t)\leftrightarrow F_3(\omega)=2F_1(2\omega),\qquad \therefore f_{3m}=0.5f_{1m}=5Hz, \therefore f_{s3}=10Hz;$$

$$f_4(t)=5f_1(t-1)\leftrightarrow F_4(\omega)=5F_1(\omega)e^{-j\omega},\qquad \therefore f_{4m}=f_{1m}=10Hz, \therefore f_{s4}=20Hz$$

49、信号 $f(t)$ 的频率上限为 10Hz,求信号 $f_1(t)=f(t-4)$、$f_2(t)=f(3t)$、$f_3(t)=f(3t)f(t-4)$ 的最低采样频率 f_{s1}、f_{s2}、f_{s3}。

解：（1）$f_1(t)=f(t-4)$，由 $f(t)$ 时移得到，而时移特性不改变信号带宽，所以其频率上限仍为 10Hz，所以其最低采样频率为 $f_{s1}=20Hz$；

（2）$f_2(t)=f(3t)$，$f_2(t)$ 由 $f(t)$ 尺度变换获得，时域压缩，频率展宽，所以其频率上限为 30Hz，所以其最低采样频率为 $f_{s2}=60Hz$；

（3）$f_3(t)=f(3t)f(t-4)$，由频域卷积定理—两个信号在时域代数相乘，频域作卷积。所以其频率上限为 40Hz，所以其最低采样频率为 $f_{s3}=80Hz$。

50、求 $f_1(t)=Sa(100\pi t), f_2(t)=f_1^2(t), f_3(t)=3f_1(3t), f_4(t)=3f_1(t-4)$ 的最小抽样频率 f_{s1}、f_{s2}、f_{s3}、f_{s4}。(100, 200, 300, 100 Hz)

51、描述 RC 电路的微分方程为 $\frac{du_c(t)}{dt}+4u_c(t)=8\varepsilon(t)$，则系统的时间常数为 0.25s，$u_c(t)$ 的稳态响应为 $2\varepsilon(t)$

52、 已知某周期信号的傅立叶变换 $F(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{\sin(n\pi/2)}{n}\delta(\omega-n\pi/2)$，求此周期信号的平均功率。

$$F(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{\sin(n\pi/2)}{n}\delta(\omega-n\pi/2)=\frac{2\pi}{4}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/2}\delta(\omega-n\pi/2)$$

可知，$\Omega=\frac{\pi}{2}$　$T=4$，根据周期信号的 FT 与其傅里叶级数之间的关系，可知：

$F_n=\frac{\sin(n\pi/2)}{n2\pi}=\frac{1}{4}Sa\left(n\frac{\pi}{2}\right);F_0(\omega)=Sa(\omega)\leftrightarrow f_0(t)=\frac{1}{2}g_2(t)$，再以 T 为周期进行扩展得到周期信号 $f(t)=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}g_2(t-n4)$，即原信号为周期为 4，宽度为 2，高度为 0.5 的周期方波信号，其平均功率为 1/8W。

53、 已知信号 $f(t)=1-5\sin(2\pi t)+3\cos(6\pi t)$，写出其指数形式的傅立叶级数并计算其平均功率。

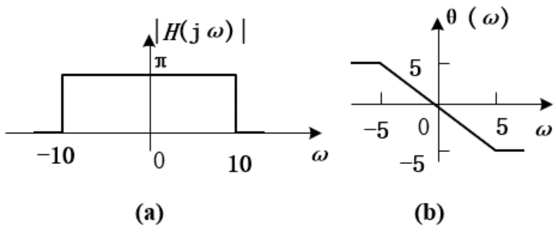
$$\begin{aligned}f(t)&=1-5\frac{e^{j2\pi t}-e^{-j2\pi t}}{2j}+3\frac{e^{j6\pi t}+e^{-j6\pi t}}{2}\\&=1.5e^{-j6\pi t}-2.5je^{-j2\pi t}+1+2.5je^{j2\pi t}+1.5e^{j6\pi t}\end{aligned}$$

$$\bar{\mathrm{P}}=(\boldsymbol{a}_0)^2+\frac{1}{2}\sum_{\boldsymbol{n}=1}^{\infty}\left(\boldsymbol{a}_{\boldsymbol{n}}^2+\mathrm{b}_{\boldsymbol{n}}^2\right)=1+\left(25+9\right)/2=18$$

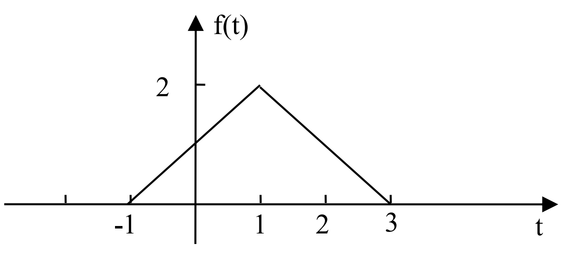
54、 已知某系统的幅频、相频特性如下图（a）（b）所示，求信号 $f(t)=1+3\cos(6t)+\sin(12t)$ 经过该系统后的输出 $y(t)$，并指出产生了何种失真。

解：$$\begin{aligned}y(t)&=1\bullet\pi+3\bullet\pi\cos(6t-5)+1\bullet0\sin(12t-5)\\&=\pi+3\pi\cos(6t-5)\end{aligned}$$

幅度失真和相位失真

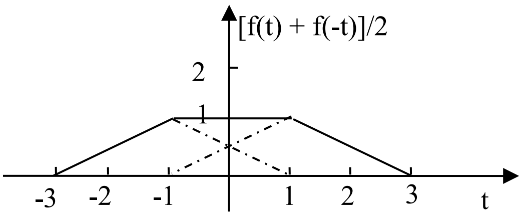


55、 设有如图所示信号且 $f(t)\Leftrightarrow F(\omega)$。求① $\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)d\omega$；② $\mathrm{Re}\{F(\omega)\}$原函数的图形（不必写出其表达式）。



① $\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)d\omega = 2\pi f(0) = 2\pi$；

② $\mathrm{Re}\{F(\omega)\} = \frac{1}{2}\left(F(\omega) + F(-\omega)\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(f(t) + f(-t)\right)$



56、 求信号 $f(t) = \frac{\sin(\pi t)}{t}$ 的傅立叶变换 $F(j\omega)$ 并求该信号的能量 $E = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t)dt$ 。

$$f(t) = \frac{\sin(\pi t)}{t} = \pi Sa(\pi t) \leftrightarrow \pi\left[\varepsilon(\omega+\pi) - \varepsilon(\omega-\pi)\right]$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \pi^2$$

57、 利用傅立叶变换计算卷积积分 $f(t) = \frac{\sin(8\pi t)}{\pi t} * \frac{\sin(4\pi t)}{\pi t}$，并求 $f(t)$ 的能量 E。

解： 已知，$Sa(t) \leftrightarrow \pi g_2(\omega)$，由尺度变换特性有：

$$\frac{\sin(8\pi t)}{\pi t} = 8Sa(8\pi t) \leftrightarrow g_{16\pi}(\omega)$$

$$\frac{\sin(4\pi t)}{\pi t} = 4Sa(4\pi t) \leftrightarrow g_{8\pi}(\omega)$$

由时域卷积定理有：

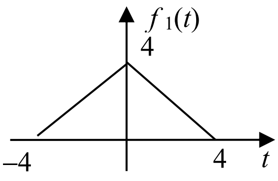
$$f(t) = \frac{\sin(8\pi t)}{\pi t} * \frac{\sin(4\pi t)}{\pi t} \leftrightarrow g_{16\pi}(\omega) \bullet g_{8\pi}(\omega) = g_{8\pi}(\omega)$$

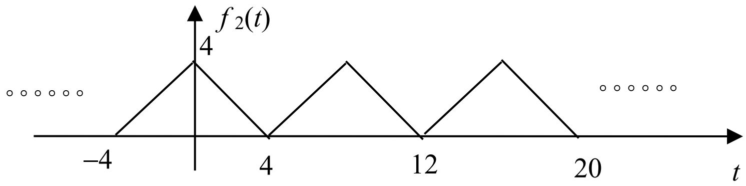
$$\therefore \quad f(t) = \frac{\sin(4\pi t)}{\pi t}$$

由能量守恒定律，可求 $f(t)$ 的能量为:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-4\pi}^{4\pi} 1d\omega = 4$$

58、 信号 f_1(t)、f_2(t) 如图所示。求 F_1(jw) 和 F_2(jw)、大致画出频谱图并进行比较。





解：

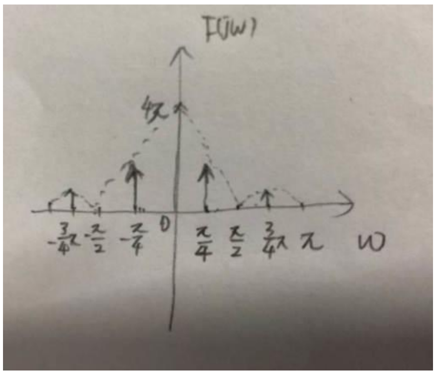
三角脉冲函数 $f_1(\mathrm{t})=\begin{cases}4-|t|, & |t|<4\\ 0, & |t|>4\end{cases}=g_4(t)*g_4(t)$，$\Rightarrow F_1(\mathrm{j}\omega)=16Sa^2(2\omega)$

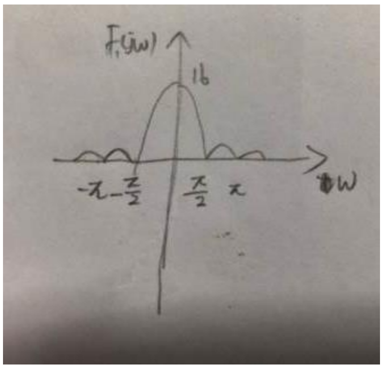
周期延拓后，$f_2(\mathrm{t})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f_1(\mathrm{t-nT})$ 频谱为离散频谱

$$F_2(\mathrm{j}\omega)=\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_0(\mathrm{j}\omega)\big|_{\omega=n\Omega}\,\delta(\omega-n\Omega)$$

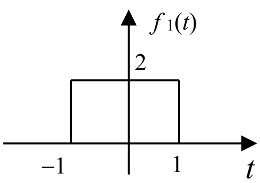
$$\Omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{4}$$

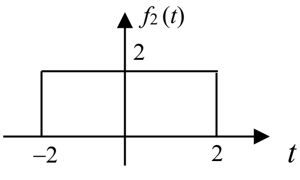
$$=2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}2Sa^2(\frac{\pi}{2}n)\delta(\omega-n\frac{\pi}{4})$$

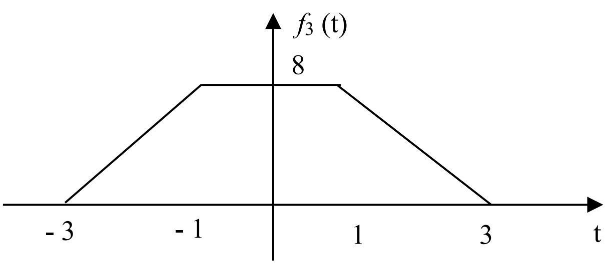




59、 已知两矩形脉冲 $f_1(t)$与 $f_2(t)$。$f_3(t)=f_1(t)*f_2(t)$。 (1)画出 $f_3(t)$的图形；（2）求信号 $f_3(t)$的傅氏变换 $F_3(\omega)$ = 32 Sa (ω) Sa (2ω)。

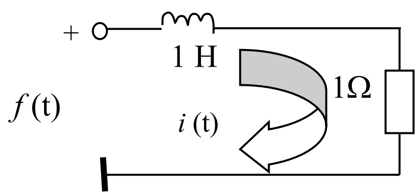






60、 求矩形脉冲 G(t)= ε (t + 5) - ε (t - 5)经冲激抽样后的傅里叶变换。抽样间隔 1/5。大致画出 F (ω)的图形。 $F(\omega)=50\sum_{k=-\infty}^{+\infty}Sa\left[5(\omega-10\pi k)\right]$

61、 已知如图所示 LC 电路的端电压为周期信号 $f(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}2Sa^2\left(\frac{\pi}{2}k\right)e^{jk\frac{\pi}{4}t}$ 。



求：（1）f (t)的周期 T 和 f (t) 的直流、一次和二次谐波分量；

（2）电流 $i(t)$ 的直流、一次和二次谐波分量；

（3）大致画出 t = 0 到 T 的 f (t) 的波形。

解：$(1)\,\Omega=\frac{\pi}{4}\rightarrow T=8s$，傅里叶系数 $F_n=2Sa^2(\frac{\pi}{2}n)=2Sa^2(2n\Omega)$ 。

直流分量即 k=0， $F_0=2$；直流分量为 2。

一次谐波分量，k=1， $F_1=2Sa^2(\frac{\pi}{2})=\frac{8}{\pi^2}$，一次谐波分量为 $2\times\frac{8}{\pi^2}\times\cos(\frac{\pi t}{4})$

二次谐波分量，k=2， $F_2=2Sa^2(\frac{\pi}{2}2)=0$，二次谐波分量为 0。

（2） $i(t)=\frac{f(t)}{1+j\omega}$ ， 直流： $\omega=0$ ， $H(j\omega)=1$ ， $i(t)|_{\omega=0}=2$ ；一次谐波： $\omega=\frac{\pi}{4}$ ，

$$H(j\omega)=\frac{1}{1+j\frac{\pi}{4}}，\ i(t)|_{\omega=\frac{\pi}{4}}=\frac{2\times\frac{8}{\pi^2}\times\cos(\frac{\pi t}{4})}{1+j\frac{\pi}{4}}；\ 二次谐波：i(t)=0。$$

（3） $F_n=2Sa^2(2n\Omega)$，且 $F_n=\frac{1}{T}F_0(j\omega)|_{\omega=n\Omega}$，所以 $F_0(j\omega)=\mathrm{T}\cdot F_n=8\times 2Sa^2(2\omega)$。频域相乘，对应时域卷积， $4Sa(2\omega)\Leftrightarrow G_4(t)$，所以 $f(t)=G_4(t)*G_4(t)$，图略。

62、 计算 f (t) =$[\varepsilon(t+\pi/4)-\varepsilon(t-\pi/4)]*[\cos t\delta(\sin t)]$ 并画出其波形。

解： $f(t)=g_{\pi/2}(t)*\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\delta(t-n\pi)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n g_{\pi/2}(t-n\pi)$

63、 现有系统函数 $H(s)=\frac{s}{s^2-3s+2}$ ，其频响特性 H (jω)=__不存在__。

64、 现有系统冲激函数 $h(t)=5\ e^{3t}\varepsilon(t)$，其频响特性 H (jω) = __不存在__。

65、 现有系统冲激函数 $h(t)=2e^{-3t}\varepsilon(t)$，其频响特性 H(jω)=__$\frac{2}{3+j\omega}$__.

66、 某 LTI 系统的 $H(j\omega)=j\omega$，若输入 $f(t)=2+\cos(2t)$，则输出 $y(t)=$ __-2 sin (2t)__ 。

67、 若输入与输出之间满足$y(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-(t-x)} f(x)\,dx$，则其冲激响应$h(t)=$ $\underline{e^{-t}\varepsilon(t)}$

68、 若有系统 $y(t)=\int_{-\infty}^{t} f(t)dt$，则其 $h(t)=$ $\underline{\varepsilon(t)}$ 、 $H(j\omega)=$__$\dfrac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)$___。

69、 若有系统 $y(t)=\dfrac{df(t)}{dt}$，则其 $h(t)=$__$\delta'(t)$____、 $\underline{H(j\omega)=j\omega}$_。

70、 若有系统 $y(t)=k\ f(t-2)$，则其 $h(t)=$__$k\delta(t-2)$____、 $\underline{H(j\omega)=ke^{-j2\omega}}$_。

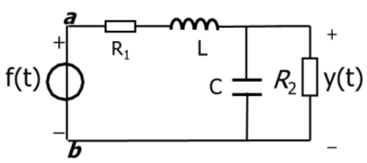
71、 某 LTI 系统的冲激响应为$\boldsymbol{h(t)=\delta(t)-e^{-t}\varepsilon(t)}$，系统的频率响应$\boldsymbol{H(j\omega)=1-\dfrac{1}{1+j\omega}}$。

若输入 $\boldsymbol{f(t)=2+\cos(t)}$，则输出 $\boldsymbol{y(t)=}$ $\underline{\boldsymbol{\cos(t)-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos(t-45^o)}}$.

72、 已知系统的频率响应特性$H(j\omega)=\frac{j\omega}{1+j\omega}$，激励$f(t)=2+cos(t+\pi/3)$，则系统的输出$y(t)=$______$\frac{1}{\sqrt{2}}cos(t+7\pi/12)$________。

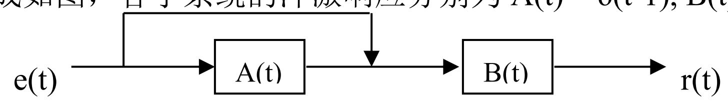
73、 已知系统频率响应$H(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega}$，当输入为$f(t)=sin(t)\varepsilon(t)$时，系统的稳态响应为：$\underline{\ \ y_{ss}(t)=\frac{1}{\sqrt{2}}sin(t-45^{\circ})}$

74、 如图所示电路



，输入是激励电压 f(t)，输出是电容电压 y(t)，求系统频率响应为：【$H(j\omega)=\dfrac{1/(j\omega C+\frac{1}{R2})}{R1+j\omega L+1/(j\omega C+\frac{1}{R2})}$】。

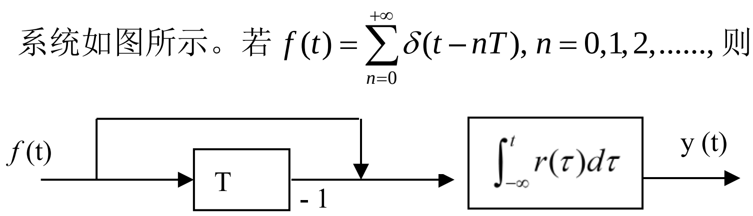
75、 已知系统构成如图，各子系统的冲激响应分别为 A(t) = δ(t-1), B(t) = $\varepsilon(t)-\varepsilon(t-3)$,



则总的冲激响应为_$\underline{\varepsilon(t)-\varepsilon(t-3)+\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-4)}$__。

76、 已知系统描述$y''(t)+5y'(t)+6y(t)=2f'(t)$，且$f(t)=\sin(t)\varepsilon(t)$，$y(0\_)=0$，$y'(0\_)=3$，则$y(0_+)$和$y'(0_+)$分别为 0, 3。

77、 系统如图所示。若 $f(t)=\sum_{n=0}^{+\infty}\delta(t-nT), n=0,1,2,......$, 则零状态响应 y(t)= $\underline{\varepsilon(t)}$。



78、已知一系统的微分方程为$y''(t)+3y'(t)+2y(t)=f''(t)+cf(t)$，当$f(t)=\varepsilon(t)$时，系统的稳态响应$y_{ss}(t)=\varepsilon(t)$，则系数 c 为<u>　2　</u>。

79、已知系统描述 $2\frac{d^2r(t)}{dt^2}+3\frac{dr(t)}{dt}+4r(t)=\frac{de(t)}{dt}$，且 $e(t)=\cos(t)\varepsilon(t)$，$r(0^-)=0$

$r'(0^-)=1$，则 $r(0^+)=$<u>　0　</u>，$r^{'}(0^+)=$<u>　1.5　</u>。

80、已知系统描述 $2\frac{d^2r(t)}{dt^2}+3\frac{dr(t)}{dt}+4r(t)=\frac{de(t)}{dt}$，且 $e(t)=\sin(t)\varepsilon(t)$，$r(0^-)=0$,

$r'(0^-)=1$，则 $r(0^+)=$<u>　0　</u>，$r^{'}(0^+)=$<u>　1　</u>。

81、已知系统的频率响应特性 $H(j\omega)=\begin{cases}4e^{-j2\omega}, |\omega|<20\ rad/s\\ 0\quad, |\omega|>20\ rad/s\end{cases}$，则激励信号$f(t)=S_a(5t)$经过该系统后，<u>　无　</u>失真（无/相位/幅度）。

82、写出信号 f (t) = 10 +2cos (100t+π/6)+ 4cos(300t+π/3)经过截止频率 150 rad s^{-1} 的理想低通滤波器$H(j\omega)=5G_{300}(\omega)e^{-j2\omega}$后的表达式为：<u>　f (t) = 50 +10cos [100（t - 2）+ π/6]　</u>。

83、理想低通滤波器的截止频率为 100Hz、增益为 2、延时为 3，其频响特性为$H(j\omega)=$

<u>$2G_{400\pi}(\omega)e^{-j3\omega}$　　　　　　</u>。

84、已知信号 $f(t)=1+\sin(6t)+\cos^2(20t)$。能够无失真地传输此信号的理想低通滤波器的频率特性$H(j\omega)=$<u>　$kG_{2\omega_c}(\omega)e^{-j\omega t_d}$，其中 k、td 为常数、　$\omega_c>40rad/s$　</u>。

85、理想低通滤波器：截止频率 50Hz、增益 5、延时 3，则其频响特性 H(jω)=<u>$5G_{200\pi}(\omega)e^{-j3\omega}$　.</u>

86、激励信号 f(t) = 1 +2 Sa (50πt)+ 4 cos (300πt+π/3) + 4 cos (600πt+π/3)通过理想低通滤波器后的响应为 y(t) = 10+20 Sa[50π (t -6)] + 40 cos [300π (t-6)+π/3]。请写出此想低通滤波器的频率响应特性 H (jω) = <u>$10G_{2\omega_c}(\omega)e^{-j6\omega}$　,$600\pi>\omega_c>300\pi$　rad / s　</u>。

87、已知滤波器的频率特性 $H(j\omega)=\begin{cases}[4-|\omega|]e^{-j\omega} & |\omega|<4\quad rad/s\\ 0 & |\omega|\geq 4\quad rad/s\end{cases}$，输入为 $f(t)=2+\cos(t)+0.2\cos(3t+\pi/6)+0.1\cos(5t+\pi/3)$。写出滤波器的响应 <u>$y(t)=8+3\cos(t-1)+0.2\cos(3t+\pi/6-3)$</u>。问信号经过滤波器后是否有失真？（有）

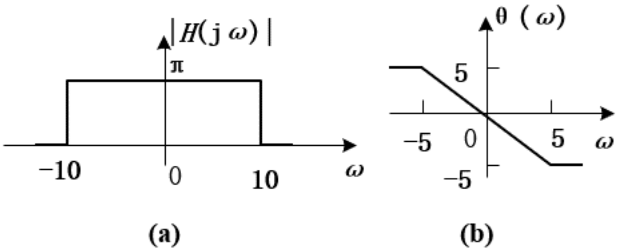
若有失真，是幅度失真还是相位失真？或是幅度、相位皆有失真？<u>（幅度失真）</u>

88、 某 LTI 系统的输入为 $f(t)=-6\sin(10\pi t)+3\cos(60\pi t)$，输出信号为

$y(t)=-2\sin(10\pi t-0.5\pi)+\cos(60\pi t-0.5\pi)$。输入信号经过该系统后幅度<u>　不失真　</u>（失真、**不失真**），相位<u>　**失真**　</u>（**失真**、不失真）。

89、 某 LTI 系统的输入和输出分别为$f(t)=sin(60\pi\, t)-2\cos(120\pi t)$和$y(t)=2\,sin(60\pi\, t-0.2\pi)-4\cos(120\pi t-0.4\pi)$，该系统：<u>相位幅度均无失真</u>

90、 系统的幅频特性|H(jω)|和相频特性如图所示，信号$f(t)=\sin(2t)+\sin(4t)$通过该系统时，是否存在失真？（否）



91、 已知系统的频率特性 $H(j\omega)=\begin{cases}5\ e^{-j\,2},\omega>0\\5\quad,\ \omega=0\\5\ e^{j\,2},\omega<0\end{cases}$，输入为

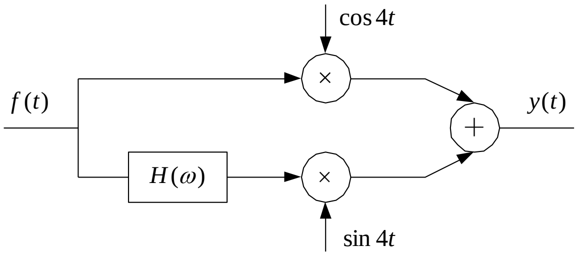
$f(t)=2+\cos(t)+0.2\cos(3t)+0.1\cos(5t)$。（1）求系统响应 y(t)；(2) 问信号经过系统后是否有失真？若有失真，是幅度失真还是相位失真？或是幅度、相位皆有失真？

解：（1） $y(t)=10+5\cos(t-2)+\cos(3t-2)+0.5\cos(5t-2)$

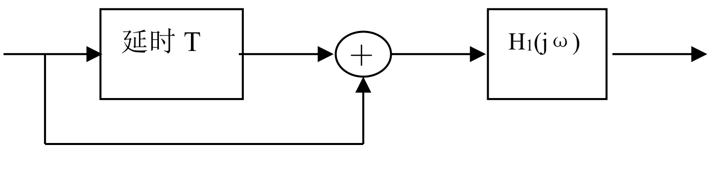
（2）信号经过系统后有失真。

$|H(j\omega)|=5$，故幅度不失真；$\varphi(\omega)=\begin{cases}-2,\omega>0\\2,\omega<0\end{cases}$，不与 ω 成正比，故有相位失真。

92、 如图所示系统，已知$F(\omega)=\begin{cases}1,\quad |\omega|\le 2\\0,\quad |\omega|\succ 2\end{cases}$，$H(j\omega)=j\,\mathrm{sgn}(\omega)$，求系统的零状态响应 $y(t)$ 。（建议用图解法）<u>$y(t)=\dfrac{2}{\pi}Sa(t)\cos(5t)$</u>



93、 如图所示, $H_1(j\omega)$为理想低通滤波器,



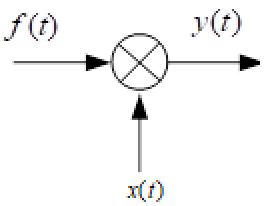
$$H_1(j\omega)=\begin{cases} e^{-j\omega t_0} & |\omega|\le 1, \\ 0 & |\omega|>1, \end{cases}$$

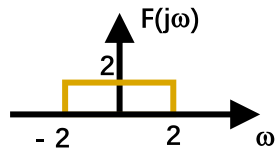
求系统的阶跃响应. (提示：$Si(y)=\int_0^y \frac{\sin x}{x}dx$).

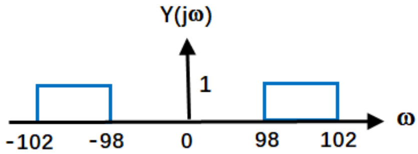
$h_1(t)=\frac{1}{\pi}Sa(t-t_0)$； $g(t)=1+\frac{1}{\pi}Si(t-t_0)+\frac{1}{\pi}Si(t-T-t_0)$

94、 已知系统对激励 $f(t)=\sin(t)\cdot\varepsilon(t)$的零状态响应 $y(t)=[\frac{1}{5}e^{-2t}-\frac{1}{5}\cos(t)+\frac{2}{5}\sin(t)]\varepsilon(t)$，求系统的冲激响应 h(t) $=e^{-2t}\varepsilon(t)$.

95、 如图所示调幅系统，已知输入信号 $f(t)=\frac{2\sin(2t)}{\pi t}$，载波信号 $x(t)=\cos 100t$，输出 $y(t)=f(t)x(t)$。 画出 $f(t)$ 及 $y(t)$ 的频谱图，并简要说明如何从 $y(t)$)中恢复 $f(t)$。



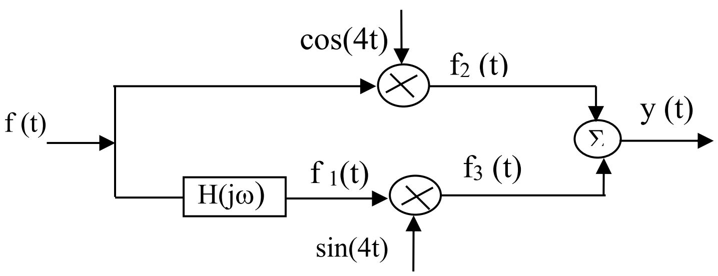


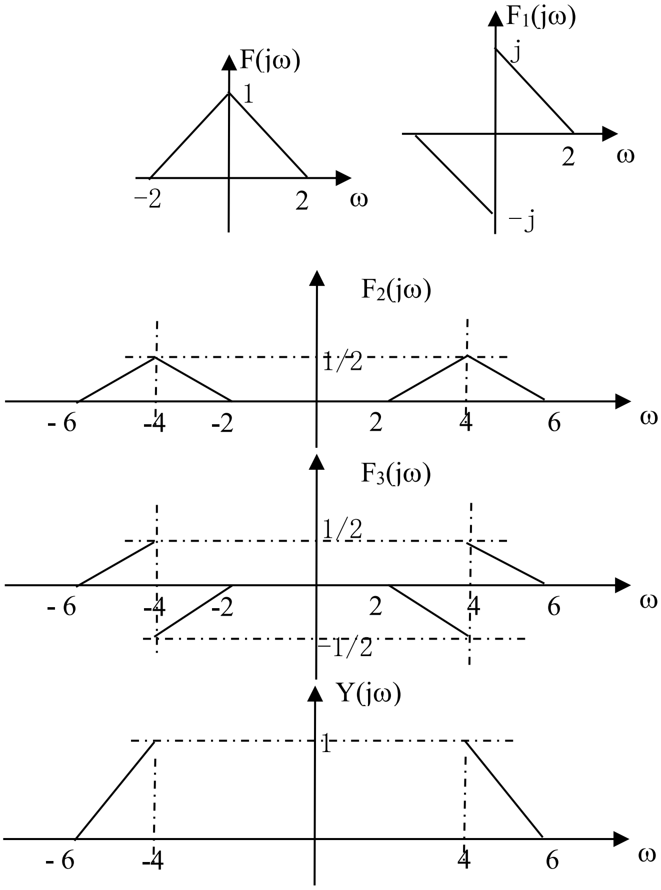


解： $\mathcal{F}(j\omega)=\mathcal{F}[f(t)]=2G_4(\omega)$， $Y(j\omega)=\mathcal{F}[y(t)]=\frac{F(\omega+100)+F(\omega-100)}{2}$

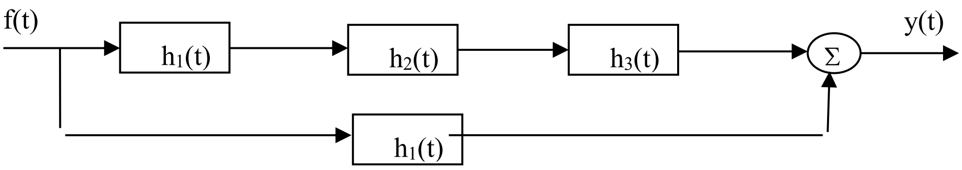
将 $y(t)$ 与 $x(t)=\cos 100t$ 相乘，再经过低通滤波器 $2G_{2\omega_C}(\omega)(2<\omega_C<198)$ 输出得到 $f(t)$。

96、 如图所示系统，已知 $f(t)=\frac{1}{\pi}[Sa(t)]^2$， $H(j\omega)=j\,\mathrm{sgn}(\omega)$，（1）试画出 f(t)、$f_1(t)$、$f_2(t)$、$f_3(t)$和 y(t)的频谱图；（2）说明信号经此系统转换后再传输的意义；（3）说明由 y(t)恢复 f(t)的方法。

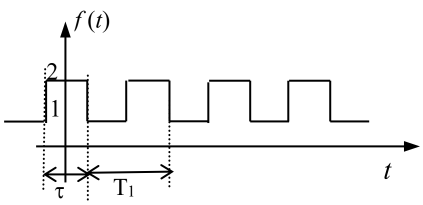


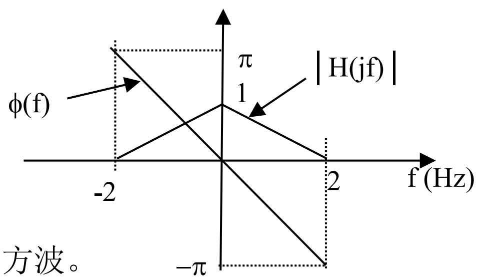


97、 系统构成如图所示。各子系统的冲击响应分别为：$h_1(t) = \varepsilon(t)$，$h_2(t) = \delta(t-1)$，$h_3(t) = -\delta(t)$。求总的冲激响应 h (t)。<u>$h(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)$</u>



98、 设有周期矩形方波信号 f(t)如图（a）所示。其周期 T1= 1s, 脉冲宽度 τ = 0.5 s。求 f(t)经过一理想低通滤波器后的输出信号 y(t)。理想低通滤波器的幅频、相频特性如图（b）所示。





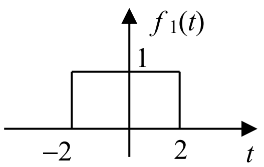
$f(t) = 1+ f_1(t)$，$f_1(t)$为周期 1 s 的对称矩形方波。

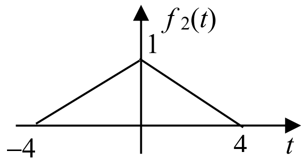
$$f_1(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}0.5Sa(k0.5\pi)e^{-k2\pi t}=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}[\cos(2\pi t)-\frac{1}{3}\cos(6\pi t)+\frac{1}{5}\cos(10\pi t)-........]$$

由低通滤波器的幅频、相频特性可知，f = 0 时，增益为 1；f = 1 时，增益为 1/2、相移

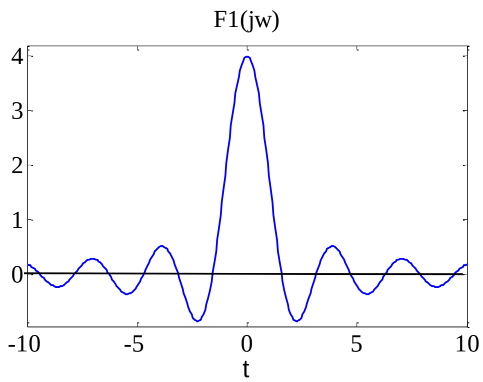
为 -0.5 ；f >=2, 增益为 0。所以，$\underline{y(t)=\frac{3}{2}+\frac{1}{\pi}\cos\left(2\pi t-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3}{2}+\frac{1}{\pi}\sin(2\pi t)}$.

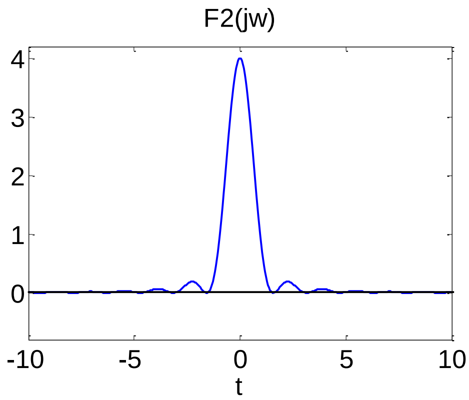
99、 信号 $f_1(t)$、$f_2(t)$ 如图所示。求 $F_1(j\omega)$ 和 $F_2(j\omega)$、大致画出频谱图并进行比较。





$\underline{F_1(j\omega)=4\,\mathrm{Sa}\,(2\omega\,)}$；又因为， $f_2(t)=f_1(t)*f_1(t)/4$，和 $\underline{F_2(j\omega)=4\,\mathrm{Sa}^2\,(2\omega\,)}$.



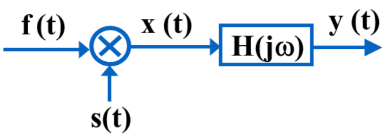


(图中 t 应为 w)比较 $F_1(j\omega)$ 和 $F_2(j\omega)$可以发现，三角脉冲的高频成分要比矩形脉冲的高频成份少，即随着频率的增大，幅频特性的幅值更快地得到收敛。从时域上看，三角脉冲是连续（其一阶导数有断点），而矩形脉冲本身就有断点。

100、 对上题中的 $f_1(t)$ 以 0.5 秒为间隔进行冲激抽样得到 $f_{1s}(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} f_1(kT_s)\delta(t-kT_s)$，

试求 $f_{1s}(t)$的傅立叶变换 $F_{1s}(j\omega)=\underline{\frac{1}{0.5}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} F_1\left(\omega-k\frac{2\pi}{0.5}\right)}$并大致画出其频谱图为 $\underline{F_1(j\omega)}$ 以 4 π为周期的周期延拓；（将上题中的 $f_2(t)$与 cos (4πt)相乘得到 $f_3(t)$，试求 $f_3(t)$的傅立叶变换 $\underline{F_3(j\omega)=[F_2(\omega+4\pi)-F_2(\omega-4\pi)]/2}$ 大致画出其频谱图。

101、 如图所示系统中，

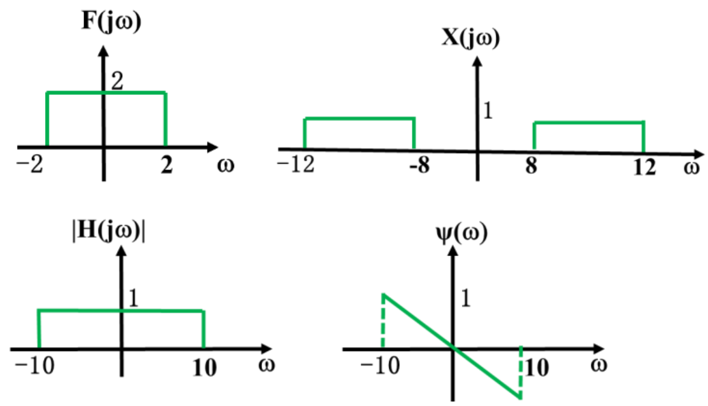


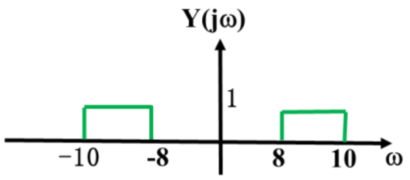
，已知输入信号

$$f(t)=\frac{2\sin(2t)}{\pi t},s(t)=\cos(10t)，\text{子系统频响特性 } H(j\omega)=\begin{cases}e^{-j\omega}, & |\omega|<10\ rad/s\\ 0, & |\omega|>10\ rad/s\end{cases}。$$

（1）画出 $F(j\omega)$的频谱； （2）画出 $X(j\omega)$的频谱； （3）画出 $H(j\omega)$的频谱； （4） 画出 $Y(j\omega)$的频谱； （5）写出输出信号 $y(t)$的表达式。

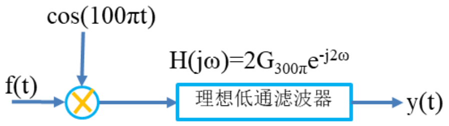
$$f(t)=\frac{2\sin(2t)}{\pi t}\Leftrightarrow F(j\omega)=\frac{4}{\pi}\times\frac{\pi}{2}G_4(\omega)=2G_4(\omega)$$



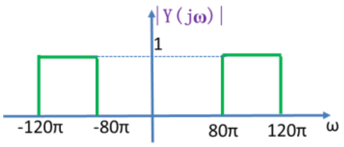


$$y(t)=\frac{2\sin t}{\pi t}\cos(9t)$$

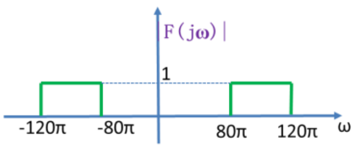
102、 频谱为$F(j\omega)=G_{40\pi}(\omega)$的信号 f(t)，经过如图所示系统后，



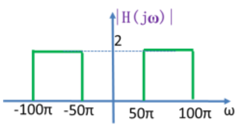
，请画出输出信号 y(t)的频谱



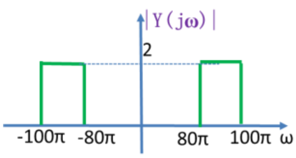
103、 信号 f(t)的频谱如图所示，



，其经过某幅频特性如图



，相频特性$\varphi(\omega)=0$的理想带通滤波器后，输出信号的 y(t)的频谱为：



S 域部分（含系统的基本概念）

1、 已知 $F(s)=\dfrac{e^{-(s-2)}}{s+2}$,其原函数 $f(t)=$ $\underline{e^{2}e^{-2(t-1)}\varepsilon(t-1)}$.

2、 系统传递函数$H(s)=\dfrac{K_p s}{s^2+2\alpha s+\omega_0^2}$，则使系统稳定的 α 的取值范围为___α> 0____。

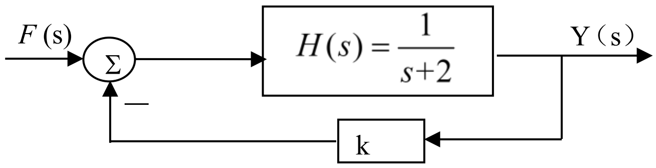
3、 信号$\mathrm{f(t)}=\sin[\omega_0(t-2)]\varepsilon(t-2)$的拉氏变换为_$\dfrac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}e^{-2s}$_

4、 若信号的单边拉氏变换为$F(s)=\dfrac{2}{(s+3)^2}$，则$\underline{f(t)=\ 2te^{-3t}\varepsilon(t)}$

5、 已知信号 $f(t)=t^n e^{-at}\varepsilon(t)$,其拉普拉斯变换和收敛域为$F(s)=\dfrac{n!}{(s+a)^{n+1}}\quad \sigma>-\alpha$ 。

6、 $F(s)=\dfrac{1-e^{-2s}}{s+1}$的原函数为____$e^{-t}\varepsilon(t)-e^{-(t-2)}\varepsilon(t-2)$____。

7、 反馈系统构成如图。求使系统稳定（不包括临界稳定）的反馈系数 k 的取值范围。



$$Y(\mathrm{s})=(\mathrm{F(s)}-k\,\mathrm{Y(s)})\bullet\mathrm{H(s)}$$
$$\frac{Y(\mathrm{s})}{F(\mathrm{s})}=\frac{H(\mathrm{s})}{1+kH(\mathrm{s})}=\frac{1}{s+k+2}$$
极点$s=-k-2,\quad s<0\Rightarrow k>-2$

8、 若系统的输入$f(\mathrm{t})$、输出$y(\mathrm{t})$ 满足$\boldsymbol{y(t)=4e^{3t}f(t)}$，则系统为__**线性的**__（线性的、非线性的）、__**时变的**__（时变的、时不变）、__**非稳定的**__（稳定的、非稳定的）。

9、 若系统的输入$f(\mathrm{t})$、输出$y(\mathrm{t})$满足$\boldsymbol{y(t)=f(t)\cos(\omega_c t)}$，则系统为__**线性的**__（线性的、非线性的）、__**时变的**__（时变的、时不变）、__**稳定的**__（稳定的、非稳定的）。

10、 若系统的输入$f(\mathrm{t})$、输出$y(\mathrm{t})$ 满足$\boldsymbol{y(t)=4e^{-3t}f(t)}$，则系统为__**线性的**__（线性的、非线性的）、__**时变的**__（时变的、时不变）、__**稳定的**__（稳定的、非稳定的）。

11、 系统的阶跃响应$g(t)=\varepsilon(t)+t\varepsilon(t)$，该系统是__**不稳定**__（稳定、**不稳定**）的。

12、 若系统的输入f (t)、输出$y(\mathrm{t})$ 满足$\boldsymbol{y(t)=4e^{-3t}f^2(t)}$，则系统为__**非线性的**__（线性的、非线性的）、__**时变的**__（时变的、时不变）、__**稳定的**__（稳定的、非稳定的）。

13、 微分方程$\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}+4\dfrac{dy(t)}{dt}+4y(t)=f(t)$描述的系统为__线性__（线性、非线性）

14、 __时不变__（时变、时不变）系统

15、 $e^{3t}\varepsilon(t)$的单边拉普拉斯变换为__$\dfrac{1}{s-3}$__，傅里叶变换为__不存在__

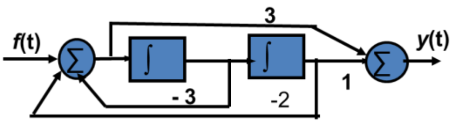
16、 某系统函数 $H(s)=\dfrac{s}{s^2-3s+2}$，则该系统为___不稳定__（稳定、不稳定）系统，其频响特性 $H(j\omega)=$___不存在___________。

17、 已知某 LTI 系统的冲激响应 $h(t)=2e^{-t}\varepsilon(t)$，则系统对激励 $f(t)=\varepsilon(t)$ 的零状态响应为__$y_f(t)=2\left(1\text{-}e^{-t}\right)\varepsilon(t)$_______ 。

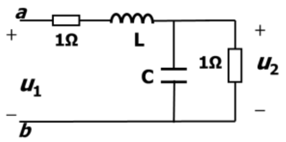
18、 某 LTI 系统单位冲激响应 $h(t)=e^{-t}\varepsilon(t)$，若输入为 $f(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)$，其零状态响应为：

$$y_{zs}(t)=(1-e^{-t})\varepsilon(t)-(1-e^{-t+1})\varepsilon(t-1)$$

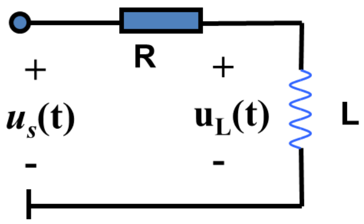
19、 冲激响应 $\boldsymbol{h(t)=\delta(t)+\varepsilon(t)}$，阶跃响应 $\boldsymbol{g(t)=}$ $\underline{\varepsilon(t)+t\varepsilon(t)}$；系统为_不稳定_（稳定、不稳定）。

20、 如图所示系统，

系统的微分方程为 $\underline{y''(t)+3y'(t)+2y(t)=3f''(t)+f(t)}$

21、 如图所示电路中，

电压比函数 $\mathrm{H(s)}=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}$，其极点在 $-2\pm \mathrm{j}2$，C 和 L 分别为：_0.5F，0.5H_

22、 如图所示的电路中 

，电阻 R=2 欧姆，L=20mH，则该系数属于（高通）滤波器，截止角频率为 ωc=100rad/s。

23、 某电路的系统函数为 $H(s)=\frac{2s}{s^2+8s+10000}$，则该电路的固有谐振频率为（100rad/s）和品质因数 Q 为（12.5）。

24、 已知时间连续系统的系统函数有极点 $p_{1,2}=-\alpha\pm j\omega_0$，（$\alpha,\omega_0$ 均为正实数），零点 z＝0，该系统 为___带通_ 滤波器。

25、 已知 $H(s)=\dfrac{1}{s+1}$；y (0^-)=2；激励 f (t) = sin(3t)ε (t)，试求零输入响应 y_x(t)、零状态响应 y_f(t)，并指出瞬时响应 y_{tr}(t)和稳态响应 y_{ss}(t)。

解：（1） $y_x(t)=Ce^{-t}$，由 y_x (0^+)= y (0^-)=2 得：C=2， 故：零输入响应为：

$y_x(t)=2e^{-t},t\geq 0$。

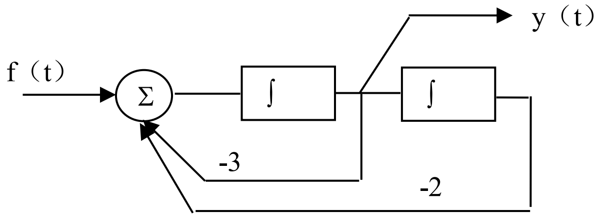
（2） $F(s)=\dfrac{3}{s^2+9}$， $Y_f(s)=H(s)\cdot F(s)$

$$Y_f(s)=\frac{1}{s+1}\frac{3}{s^2+9}=\frac{0.3}{s+1}+\frac{0.3(1-s)}{s^2+9}=\frac{0.3}{s+1}+0.1\frac{3}{s^2+9}-0.3\frac{s}{s^2+9}$$

$$y_f(t)=0.3e^{-t}\varepsilon(t)+0.1\sin(3t)\varepsilon(t)-0.3\cos(3t)\varepsilon(t)$$

该系统为稳定系统，故：

$$y_{tr}(t)=0.3e^{-t}\varepsilon(t),\ y_{ss}(t)=0.1\sin(3t)\varepsilon(t)-0.3\cos(3t)\varepsilon(t)$$



26、 系统结构如图所示，，求其系统函数 $H(s)=\dfrac{s}{s^2+3s+2}$，单位冲激响应 $h(t)=(-e^{-t}+2e^{-2t})\varepsilon(t)$。

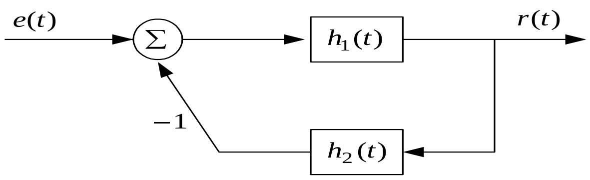
27、 两线性时不变系统分别满足下列描述：

$h_1(t)$： $r_1'(t)+2r_1(t)=e_1'(t)+3e_1(t)$ $h_2(t)$： $r_2'(t)+3r_2(t)=ke_2(t)$

① 求 $H_1(s)$, $H_2(s)$； $H_1(s)=\dfrac{s+3}{s+2}$， $H_2(s)=\dfrac{k}{s+3}$

② 两系统按图示方式组合，求组合系统的系统函数 $H(s)$；$H(s)=\dfrac{s+3}{s+2+k}$

③ k 为何值时，系统 $H(s)$ 稳定？k >-2



28、 连续时间系统 $H(s)=H_0\dfrac{s+3}{s^2+3s+2}$， H_0 为常数，已知 $sH(s)\big|_{s\to\infty}=3$，

① 求 H_0； = 3

② 若给定激励 $(1+e^{-3t})\varepsilon(t)$ 时，系统的完全响应为 $(\dfrac{9}{2}+2e^{-t}-e^{-2t})$ $t>0$，求系统的

零输入响应（ $y_x(t)=y(t)-y_f(t)=5e^{-t}+\dfrac{1}{2}e^{-2t},t>0$ 、零状态响应

$y_f(t)=\frac{9}{2}\varepsilon(t)-3e^{-t}\varepsilon(t)-\frac{3}{2}e^{-2t}\varepsilon(t)$ 及 系 统 起 始 状 态 $y(0^-), y'(0^-)$ 。

$\because y(0^-)=y_x(0^+),\quad y'(0^-)=y_x'(0^+)$

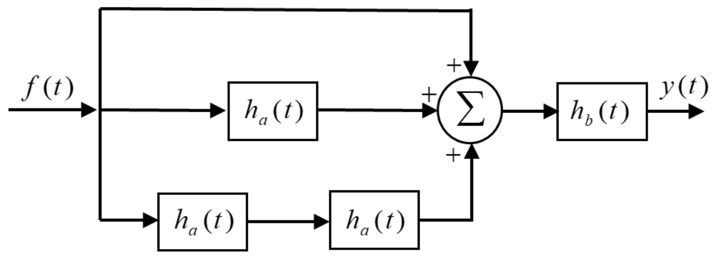
$\therefore y(0^-)=5.5,\quad y'(0^-)=-6$

29、 已知系统函数 $H(s)=\frac{s}{s^2+2s+100}$ 。1）画出其零、极点图并粗略画出其幅频特性曲线，指出系统的滤波特性。（带通滤波器）极点：$-1\pm j\sqrt{99}$；零点：0。

30、 已知 $H(s)=\frac{1}{s+1}$; $y(0^-)=2$；激励 $f(t)=\varepsilon(t)$，试求零输入响应 $y_x(t)=2e^{-t}\varepsilon(t)$、零状态响应 $y_f(t)=(1-e^{-t})\varepsilon(t)$、瞬时响应 $y_{tr}(t)=e^{-t}\varepsilon(t)$、稳态响应 $y_{ss}(t)=\varepsilon(t)$。

如图所示系统，它由几个子系统组合而成，各个子系统的冲激响应分别为：

$h_a(t)=\delta(t-1), h_b(t)=e^{-t}\varepsilon(t)$。求复合系统的冲激响应 h(t)。



解：$y_{zs}(t)=\left[f(t)+f(t)*h_a(t)+f(t)*h_a(t)*h_a(t)\right]*h_b(t)$

$$
\begin{aligned}
h(t)&=\left[\delta(t)+h_a(t)+h_a(t)*h_a(t)\right]*h_b(t)\\
&=\left[\delta(t)+\delta(t-1)+\delta(t-1)*\delta(t-1)\right]*e^{-t}\varepsilon(t)\\
&=e^{-t}\varepsilon(t)+e^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)+e^{-(t-2)}\varepsilon(t-2)
\end{aligned}
$$

或者：$Y_{zs}(s)=\left[\mathrm{F}(s)+F(s)H_a(s)+F(s)H_a(s)H_a(s)\right]H_b(s)$

$$
\begin{aligned}
H(s)&=\frac{Y_{zs}(s)}{F(s)}=\left[1+H_a(s)+H_a^2(s)\right]H_b(s)\\
&=\left(1+e^{-s}+e^{-2s}\right)\frac{1}{s+1}
\end{aligned}
$$

$$h(t)=e^{-t}\varepsilon(t)+e^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)+e^{-(t-2)}\varepsilon(t-2)$$

31、 已知 LTI 系统在输入 $e_1(t)=\varepsilon(t)$作用下的全响应为 $y_1=(6e^{-2t}-5e^{-3t})\varepsilon(t)$；在输入 $e_2(t)=3\varepsilon(t)$下的全响应为 $y_2=(8e^{-2t}-7e^{-3t})\varepsilon(t)$。系统的初始状态不变。求：1）系统的零输入响应 $y_0(t)$；2) 当输入 $e_3(t)=2\varepsilon(t)$时的零状态响应 $y_{e3}(t)$。

$y_0(t)==(5e^{-2t}-4e^{-3t})\varepsilon(t)$；$y_{e3}(t)=(2e^{-2t}-2e^{-3t})\varepsilon(t)$

32、 线性系统对激励 $f_1(t)=\varepsilon(t)$、起始状态 $y_1(0^-)=2$ 的完全响应为 $y_1(t)=(e^{-t}+1)\varepsilon(t)$；对激励 $f_2(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)$、起始状态 $y_2(0^-)=1$ 的完全响应为 $y_2(t)=(2e^{-t}-e^{-2t})\varepsilon(t)$。

求，（1）该系统的传递函数 $H(\mathrm{S})$；（2）单位冲激响应 $h(t)$；（3）输入为 $f(t)=\varepsilon(t)$ 时的零状态响应 $y_{zs}(t)$ 并指出其瞬时响应 $y_{tr}(t)$ 和稳态响应 $y_{ss}(t)$。

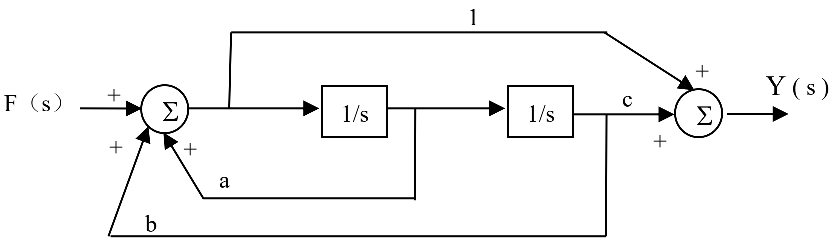
$$Y_1(s)=H(s)\frac{1}{s}+Y_{x1}(s)=\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1};$$

$$Y_2(s)=H(s)\left(\frac{1}{s+2}\right)+Y_{x2}(s)=\frac{2}{s+1}-\frac{1}{s+2} \qquad Y_{x1}(s)=2Y_{x2}(s)$$

$$\therefore H(s)=\frac{1}{s+1} \qquad h(t)=e^{-t}\varepsilon(t)$$

$$f(t)=\varepsilon(t)\to Y(s)=\frac{1}{s+1}\frac{1}{s}=\frac{-1}{s+1}+\frac{1}{s}\leftrightarrow y(t)=\left(1-e^{-t}\right)\varepsilon(t); \qquad y_{tr}(t)=-e^{-t}\varepsilon(t); \qquad y_{ss}(t)=\varepsilon(t)$$

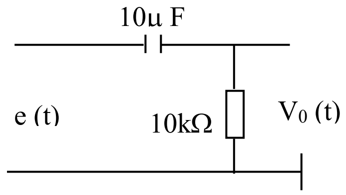
33、 系统结构如图所示。已知当 $f(t)=\varepsilon(t)$ 时，其全响应 $y(t)=\left(1-e^{-t}+2e^{-2t}\right)\varepsilon(t)$，求系数 a、b、c 和系统的零输入响应 $y_x(t)=$ $\underline{(2e^{-t}-e^{-2t})\ \varepsilon(t)}$； $\underline{a=-3、b=-2、\ c=2}$。



34、 如图所示电路

（1）写出电压转移函数 $H(s)=\dfrac{V_0(s)}{E(s)}$。

（2）画出幅频、相频特性。指出电路属何种滤波器，确定其截止角频率 ω_c。



（3）若 $e(t)=(10\sin 500t)\varepsilon(t)$，求 $v(t)$。

指出其自由、强迫、暂态、稳态响应。

$$H(s)=\frac{V_0(s)}{E(s)}=\frac{10^4}{10^4+\dfrac{1}{10^{-5}s}}=\frac{s}{s+10}; \qquad \omega_c=10\,rad/s \qquad \text{高通}$$

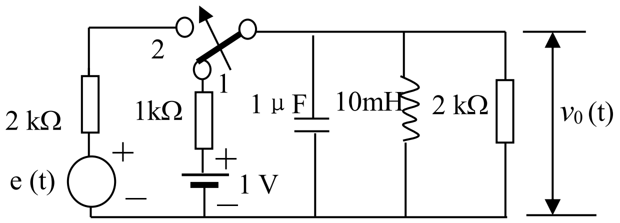
稳态响应约等于输入，即 $\underline{(10\sin 500t)\varepsilon(t)}$。（ 因为 500>>50 ）

35、 如图所示电路。t = 0 以前电路处于稳态，t = 0 时开关自 1 转至 2。

(1) 写出电路的传递函数 H(s)，画出零、极点图；

(2) 画出幅频响应、相频响应特性曲线；

(3) 分别求 $e_1(t)=0$, $e_2(t)=2\cos(\omega_{01}t)$, $\omega_{01}=10$ rad/s 时的输出信号 $v_0(t)$。

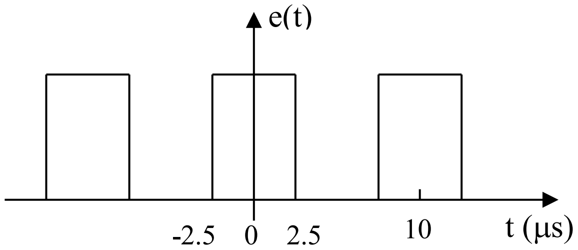


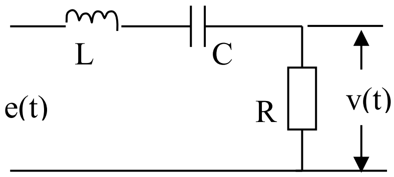
解：先求出 Uc（0-）=0V，$I_L(0\text{-})=1A$

$$H(s)=\frac{V_0(s)}{e(s)}=\frac{\frac{1}{sc}//sL//2k}{2k+\frac{1}{sc}//sL//2k}$$

可参考后面的几题

36、 图示电路系统中 R=10Ω, L=1/（200π）H, C=1/（200π）μF。求，（1）系统函数 H(s)；（2）系统频率特性 H(jω)，粗略画出其幅频特性曲线，指出系统的滤波特性（低通、高通或带通等）并说明系统的主要参数；（3）图示对称矩形周期信号 e (t) 作用下该系统的响应 v (t)。（其中 e(t)的最大幅度为 1）



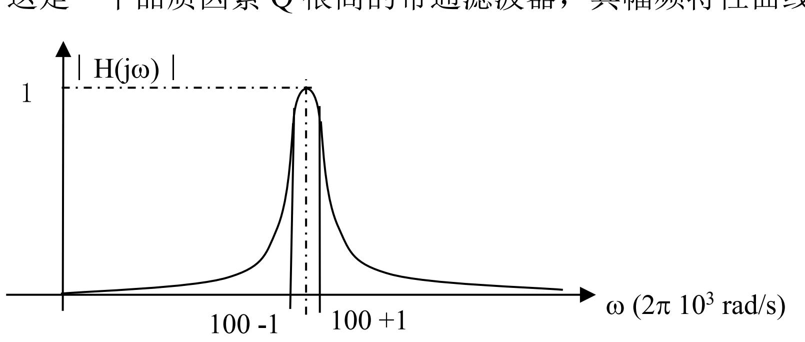


$$H(s)=\frac{R}{R+Ls+\frac{1}{sC}}=\frac{\frac{R}{L}s}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}=\frac{2\alpha s}{s^2+2\alpha s+\omega_0^2};$$

$$\alpha=\frac{R}{2L}=\frac{10}{2\frac{1}{200\pi}}=1000\pi,\qquad \omega_0=\sqrt{\frac{1}{LC}}=\sqrt{200\pi\cdot 200\pi\cdot 10^6}=200\pi\cdot 10^3(rad/s)$$

$$H(j\omega)=\frac{2\alpha j\omega}{-\omega^2+2\alpha j\omega+\omega_0^2};\qquad Q=\frac{\omega_0}{2\alpha}=100$$

这是一个品质因素 Q 很高的带通滤波器，其幅频特性曲线如图所示：



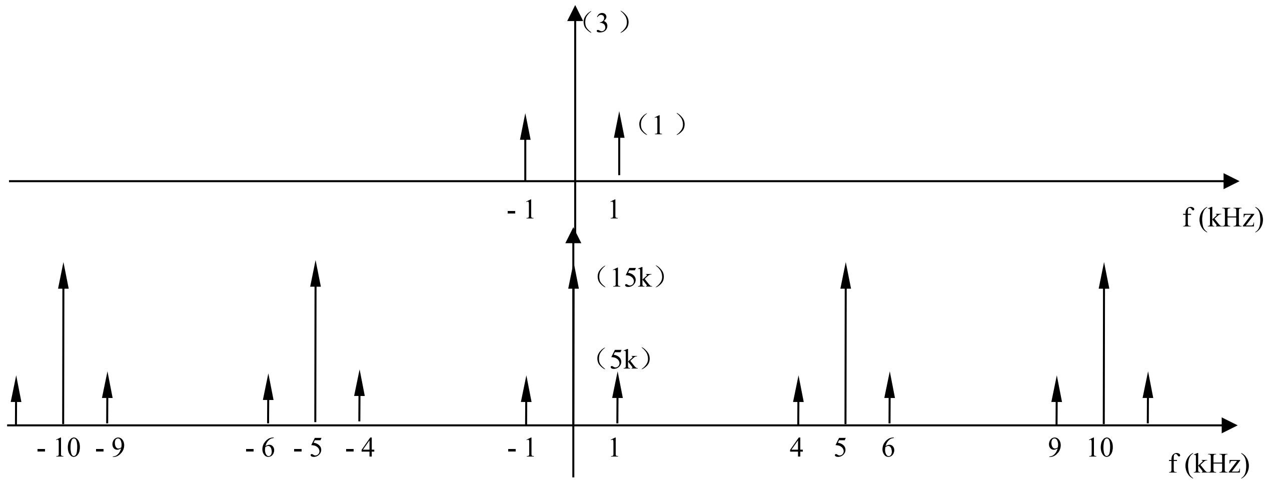
另一方面，图示对称矩形周期信号 $e(t)=1/2+2/\pi[\cos(2\pi 10^5 t)-1/3\cos(6\pi 10^5 t)+1/5\cos(10\pi 10^5 t)-\ldots\ldots]$。其中只有基波信号能够通过题中的滤波器，直流分量以及高次

谐波的响应均可认为是零，而 H(jω)#ω=ω0 =1 因此 $y(t) \approx 2/\pi\cos(2\pi 10^5 t)$ (V)。

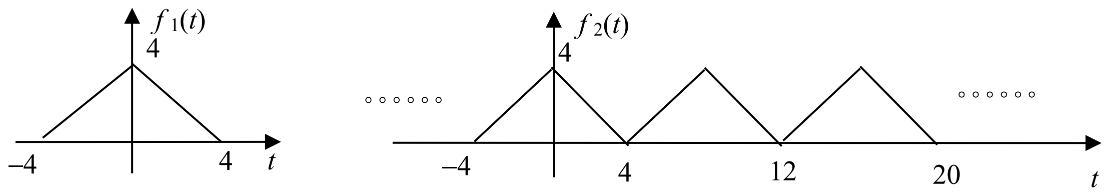
37、 已知系统函数 $H(s)=\dfrac{s}{s^2+2s+2}$，（1）画出其零极点图；（2）大致画出其幅频和相频曲线；（3）求系统在激励 $f(t) = 10\cos(t)\cdot\varepsilon(t)$,作用下的稳态响应 $y_{ss}(t)$。

解：直接写出 H（jw）；令 w=1，$H(1)=\frac{j}{-1+2j+2}=\frac{1}{\sqrt{5}}\angle\frac{\pi}{2}-arctan2$，直接写 yss

38、 用 $f_s = 5$ kHz 的周期单位冲激函数序列对有限频带信号 $f(t) = 3 + 2\cos(2\pi f_1 t)$， $f_1 = 1$kHz，进行取样。（1）画出 $f(t)$以及取样信号 $f_s(t)$在频率区间（- 10kHz, 10 kHz）的频谱图；（2）若由 $f_s(t)$恢复 $f(t)$，理想低通滤波器的截止频率 f_c 应如何确定？<u>4 kHz > f_c > 1 kHz</u>

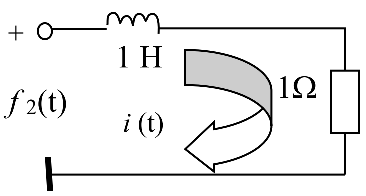


39、 信号 $f_1(t)$、$f_2(t)$ 如图所示。求 $F_1(j\omega)$ 和 $F_2(j\omega)$、大致画出频谱图并进行比较。



$F_1(j\omega)=16Sa^2(2\omega)$ $\qquad$ $F_2(j\omega)=2\pi\sum\limits_{k=-\infty}^{+\infty}2Sa^2\left(\frac{\pi}{2}k\right)\delta\left(\omega-k\frac{\pi}{4}\right)$

40、 写出上题中 $f_2(t)$的指数和三角形式的傅立叶级数表达式。若将 $f_2(t)$作为电压源作用于图示 RL 电路，试求电流 $i(t)$ 的前 3 次谐波分量。



$$f_2(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}2Sa^2\left(\frac{\pi}{2}k\right)e^{jk\frac{\pi}{4}t}=2+\sum_{k=1}^{+\infty}4Sa^2\left(\frac{\pi}{2}k\right)cos\left(k\frac{\pi}{4}t\right)$$

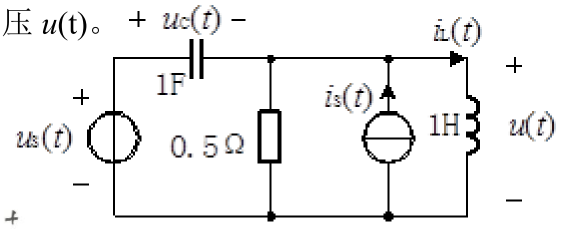
$$H(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega};\omega=0;H(j\omega)=1$$

$$\omega=\frac{\pi}{4};H(j\omega)=\frac{1}{1+j0.25\pi}=0.79\angle-38^0$$
$$\omega=\frac{3\pi}{4};H(j\omega)=\frac{1}{1+j0.75\pi}=0.39\angle-67^0$$

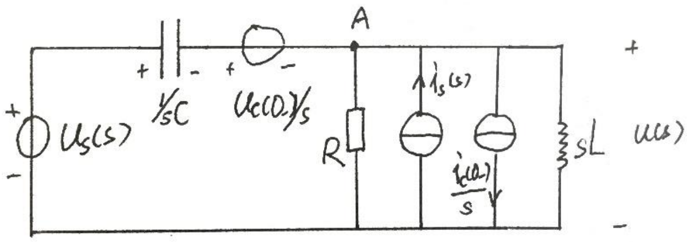
$\therefore$ i (t)*的前* 3 *次谐波分量为* $\quad 2+1.28\cos\left(\frac{\pi}{4}t-38^0\right)+0.14\cos\left(\frac{3\pi}{4}t-67^0\right)$

41、 已知 $u_S(t)=\varepsilon(t)$ ， $i_S(t)=\delta(t)$，$u_C(0\text{-})=1\text{V}$，$i_L(0\text{-})=2\text{A}$。

求（1）画出电路的 S 域模型;（2）求电感两端电压 $u(t)$。



解:（1）电路的 s 域模型为:



（2）以 A 为参考节点，得: $\quad (sC+1/R+1/sL)u_A=\dfrac{u_s(s)-1/s}{1/sC}+i_s(s)-\dfrac{2}{s}$

带入已知条件可解得: $\quad u_A(t)=(e^{-t}-3te^{-t})\varepsilon(t)$

$$\therefore u(t)=u_A(t)=(e^{-t}-3te^{-t})\varepsilon(t)$$

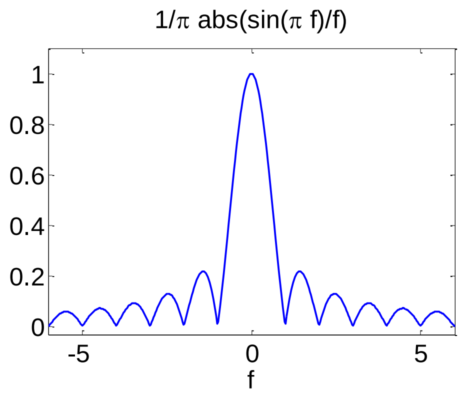
42、 有一 LTI 系统对激励 f(t)= ε(t)的完全响应为 $y(t)=2e^{-t}\varepsilon(t)$, 对激励 f(t)= δ(t)的完全响应为 y(t)=δ(t)。系统的初始状态不变的情况下，求系统的冲激响应 h(t)和零输入响应 $y_{zi}(t)$。

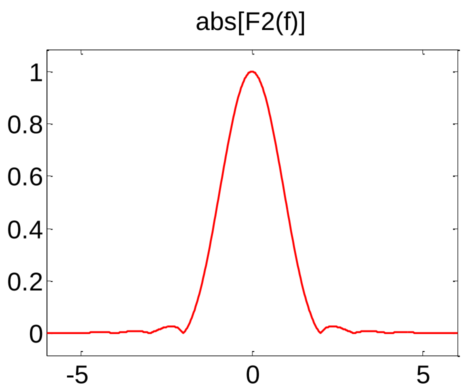
$$h(t)=\delta(t)-e^{-t}\varepsilon(t)$$
$$y_{zi}=e^{-t}\varepsilon(t)$$

43、 现有矩形脉冲和升余弦脉冲 $f_1(t)=g_\tau(t)$ 、$f_2(t)=(1+\cos(2\pi t/\tau))g_\tau(t)$ 。分别求两个信号的傅立叶变换并进行比较。

$F_1(j2\pi f)=\tau\,\mathrm{Sa}(\pi f\tau)=\tau\,\mathrm{sinc}(f\tau)$

$F_2(j\omega)=F_1(j2\pi f)+0.5\,F_1[j2\pi(f-1/\tau)]+0.5\,F_1[j2\pi(f+1/\tau)]$





44、 用宽τ＝20 的门信号 $g_\tau(t)$对抽样信号 Sa (t) 进行截断得到 $f(t)=\mathrm{Sa}(t)\,g_\tau(t)$。求

信号截断前后，即 Sa(t)和 Sa (t) g_τ(t)，的傅立叶变换并加以比较（画图比较），讨论截断长度 τ 对截断信号频谱的影响。。

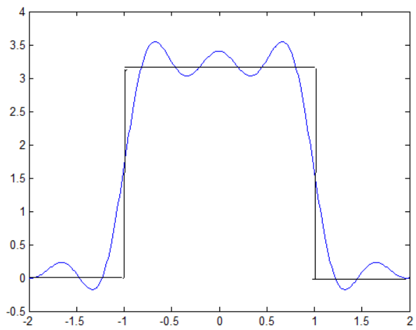
解： ∵ $Sa(t)\leftrightarrow \pi G_2(\omega)$ $G_\tau(t)\leftrightarrow \tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})$

$$\therefore \quad f(t)=G_\tau(t)Sa(t)\leftrightarrow F(\omega)=\frac{1}{2\pi}\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})*\pi G_2(\omega)$$

$$F(\omega)=\frac{\tau}{2}Sa(\frac{\omega\tau}{2})*\left[\varepsilon(\omega+1)-\varepsilon(\omega-1)\right]=\frac{\tau}{2}\int_{\lambda=-\infty}^{\infty}Sa(\frac{\lambda\tau}{2})\left[\varepsilon(\omega-\lambda+1)-\varepsilon(\omega-\lambda-1)\right]d\lambda$$

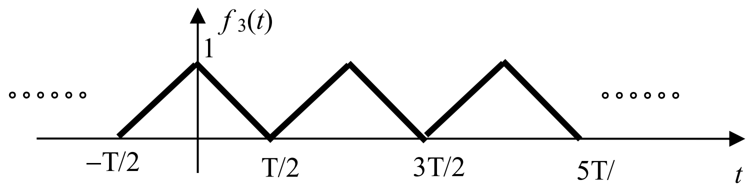
$$=\frac{\tau}{2}\int_{\lambda=\omega-1}^{\omega+1}Sa(\frac{\lambda\tau}{2})d\lambda=\frac{\tau}{2}\left(Si(\frac{\omega+1}{2}\tau)-Si(\frac{\omega-1}{2}\tau)\right)$$

τ=20， $F(\omega)=10\left(Si(10(\omega+1))-Si(10(\omega-1))\right)$。



讨论： τ越大， $Sa(\frac{\omega\tau}{2})$ 的主零点越接近 0， 有效带宽越窄， $F(\omega)$ 的能量在（-1，1）越集中，频谱泄露越少， $F(\omega)$ 的频谱越接近 $\pi G_2(\omega)$。

45、 已知系统函数 $H(s)=\frac{s}{(s+400\pi)}\frac{4000\pi}{(s+8000\pi)}$。求：（1）零、极点分布图；（2）大致画出幅频特性曲线和相频特性曲线；（3）在激励 $f_1(t)=2\sin(20\pi t)+\cos(25\pi t)$作用下的系统响应；（4）在激励 $f_2(t)=2\sin(1000\pi t)+\cos(2000\pi t)$作用下的系统响应；（5）若激励为下图所示三角波信号(T = 0.1 s)，大致画出系统响应的波形。



解：极点 2 个，零点 1 个

带通滤波器，判断信号的频率是否在通带范围内，如果在，就根据增益和相位给出结果；如果不在，就为 0.

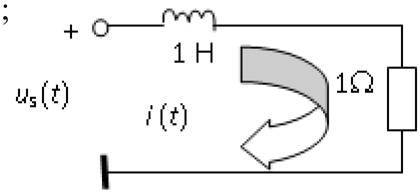
写出周期三角波信号的傅里叶变换，再判断

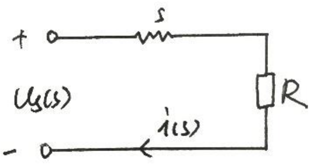
46、 电路如图。

（1）以 $u_s(t)$为输入、$i(t)$为输出的频响特性 H(j);

（2）设激励电压$u_s(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}2Sa^2\left(\frac{\pi}{2}n\right)e^{jn\frac{\pi}{4}}$。试求

$i(t)$的频率和其直流、一次、二次谐波分量。





解：（1）画出电路的 s 域模型

$$i(s)=\frac{u_s(s)}{s+R}，于是可得H(j\omega)=\frac{1}{j\omega+1}$$

（2）由$u_s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}2Sa^2(n\pi/2)\cdot e^{jn\pi t/4}$易得：　$u_s(t)=2+\frac{16}{\pi^2}\cos(\pi t/4)+0+...$

于是$u_s(t)$的直流、一次、二次谐波分别为 2、$\frac{16}{\pi^2}\cos(\pi t/4)$、0。

当$\omega=0$时，$H(j\omega)=1$,即增益为 1，$\varphi=0$；

当$\omega=\pi/4$时，$H(j\omega)=\frac{1}{j\pi/4+1}$，即增益为$\frac{1}{\sqrt{1+\pi^2/16}}$，$\varphi=\arctan(\pi/4)$；

$\therefore i(t)$的直流、一次、二次谐波分别为 2、$\frac{16}{\pi^2}\frac{1}{\sqrt{1+\pi^2/16}}\cos(\pi t/4+\arctan(\pi/4))$、0;

于是可知$i(t)$的频率为一次谐波频率为$\frac{1}{8}$。

47、 某连续时间系统的系统函数 $H(s)=\frac{3(s+3)}{s^2+3s+2}$，若给定激励$(1+e^{-3t})\varepsilon(t)$时，系统的完全响应为$(\frac{9}{2}+2e^{-t}-e^{-2t})$　$t>0$，求系统的零状态响应、零输入响应及系统起始状态$y(0^-)$,　$y'(0^-)$。

解：$f(t)=(1+e^{-3t})\varepsilon(t)\leftrightarrow F(s)=\frac{1}{s}+\frac{1}{s+3}=\frac{2s+3}{s(s+3)}$

$$\therefore Y_f(s)=H(s)F(s)=\frac{3(s+3)}{s^2+3s+2}\cdot\frac{2s+3}{s(s+3)}=\frac{3(2s+3)}{s(s+1)(s+2)}=\frac{9/2}{s}+\frac{-3}{s+1}+\frac{-3/2}{s+2}$$

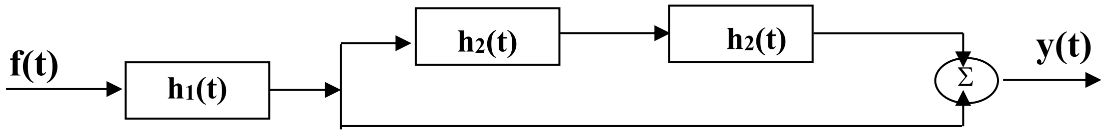
零状态响应：　$y_f(t)=\frac{9}{2}\varepsilon(t)-3e^{-t}\varepsilon(t)-\frac{3}{2}e^{-2t}\varepsilon(t)$

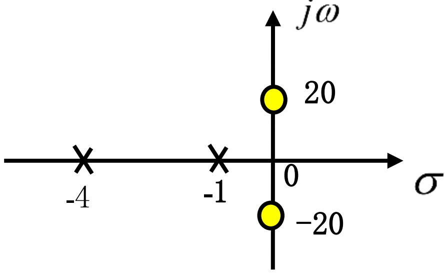
零输入响应：$y_x(t)=y(t)-y_f(t)=5e^{-t}+\frac{1}{2}e^{-2t},t>0$

$\because y(0^-)=y_x(0^+),\quad y'(0^-)=y_x'(0^+)$

$\therefore y(0^-)=5.5,\quad y'(0^-)=-6$

48、 如图所示，已知 $h_1(t)=\delta(t);\ h_2(t)=-\delta(t)+6e^{-3t}\varepsilon(t)$ 。求：1）系统函数 $H(s)$；2）画出 $H(s)$ 的零极点分布图；3）粗略画出系统的幅频、相频响应特性曲线，指出其滤波特性。

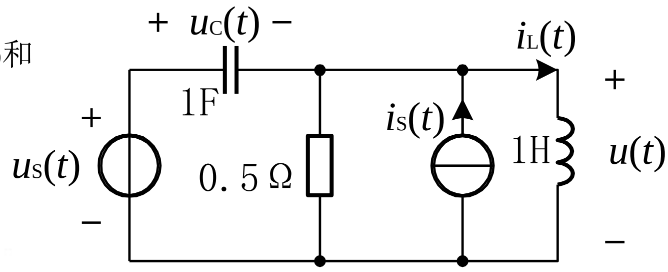


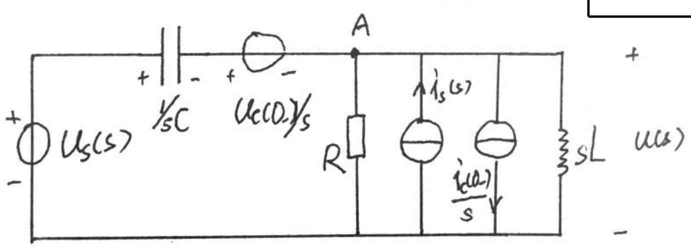


49、 如图，已知 $u_S(t)=\varepsilon(t)$ ，$i_S(t)=\delta(t)$，$u_C(0-)=1V$，$i_L(0-)=2A$。

求：（1）画出电路的 S 域模型；

（2）求电感两端电压零输入响应 $u_x(t)$和零状态响应 $u_f(t)$。





（2）以 A 为参考节点，得：

$$(sC+1/R+1/sL)u_A=\frac{u_s(s)-u_c(0_-)/s}{1/sC}+i_s(s)-\frac{i_L(0_-)}{s}$$

与独立电压源、电流源有关的为零状态响应、即：

$$U_{Af}(S)=\frac{scU_s(S)+I_s(S)}{SC+1/R+1/SL}=\frac{1+1}{S+2+1/S}=\frac{2s}{S^2+2S+1}$$

$$\therefore u_{Af}(t)=(2e^{-t}-2te^{-t})\varepsilon(t)$$

与初始状态有关的为零输入响应、即：

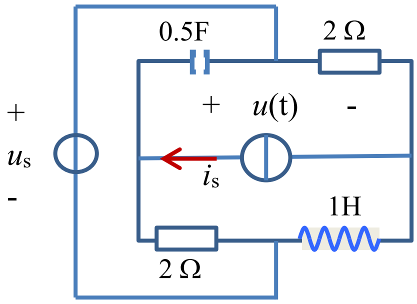
$$U_{Ax}(S)=\frac{-cu_c(0_-)+i_s(0_-)/s}{SC+1/R+1/SL}=\frac{-1-2/s}{S+2+1/S}=-\frac{s+2}{S^2+2S+1}$$

$$u_{Ax}(t)=\left[-(e^{-t}-te^{-t})-2te^{-t}\right]\varepsilon(t)=-e^{-t}-te^{-t},\qquad t>0$$

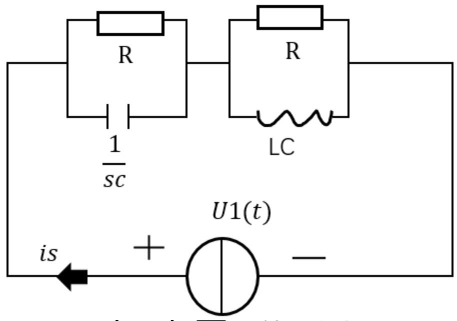
$\therefore$ 电感两端电压为 $u(t)=e^{-t}-3te^{-t}\qquad t>0$

50、 如图，求 $u(t)$。已知：$\boldsymbol{u_s(t)=10+10\cos(t)}$、$\boldsymbol{i_s(t)=5+5\cos(2t)}$。

（提示：利用叠加定理）



解：当电流源单独作用时，等效电路为：

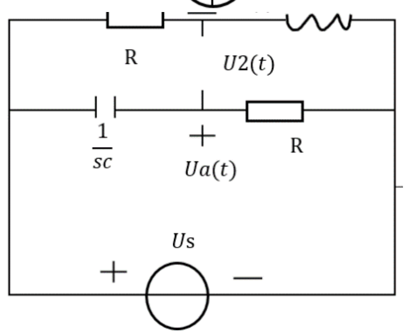


$$U1(j\omega)=Is(j\omega)\bullet R1(j\omega)$$

$$=Is(j\omega)\bullet\left(\frac{R\bullet\frac{1}{j\omega c}}{R+\frac{1}{j\omega c}}+\frac{R\bullet j\omega L}{R+j\omega L}\right)$$

$$H_1(j\omega)=\frac{U_1(j\omega)}{I_s(j\omega)}=\frac{2}{j\omega+1}+\frac{2j\omega}{j\omega+2}$$

当电压源单独作用时，等效电路为：



$$Ua(j\omega)=\frac{R}{R+1/j\omega C}U_s(j\omega)=\frac{j\omega}{j\omega+1}U_s(j\omega)$$

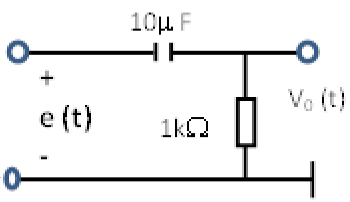
$$Ub(j\omega)=\frac{j\omega L}{R+j\omega L}U_s(j\omega)=\frac{j\omega}{j\omega+2}U_s(j\omega)$$

$$U2(j\omega)=Ua(j\omega)-Ub(j\omega)=\left(\frac{j\omega}{j\omega+1}-\frac{j\omega}{j\omega+2}\right)U_s(j\omega)$$

$$H2(j\omega)=\frac{U2(j\omega)}{Us(j\omega)}=\frac{j\omega}{j\omega+1}-\frac{j\omega}{j\omega+2}$$

$$U(j\omega)=H1(j\omega)Is(j\omega)+H2(j\omega)Us(j\omega)$$

$$U(t)=10+5\bullet\sqrt{2}\cos(2t+8.13^{\circ})+10\bullet\sqrt{1/10}\cos(t+18.43^{\circ})$$



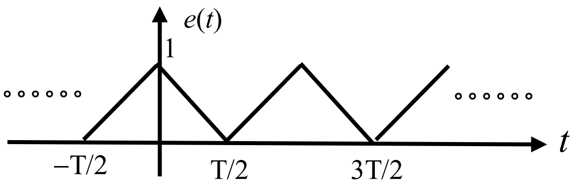
51、 电路如图

（1）求系统函数 $H(s)=\frac{V_0(s)}{E(s)}$，画出其零、极点分布图；

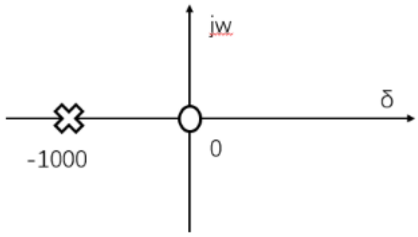
（2）大致画出幅频、相频特性。指出电路属何种滤波器、确定其截止角频率ω_c。

（3）当 $e(t) = 2 + \cos(100t)$时电路的输出 $V_o(t)$;

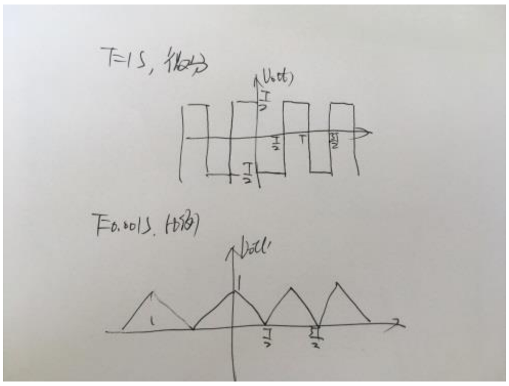
（4）设 $e(t)$为右图所示三角波信号，大致画出当 T = 1 s 和 T = 0.001 s 时 $U_o(t)$的波形。



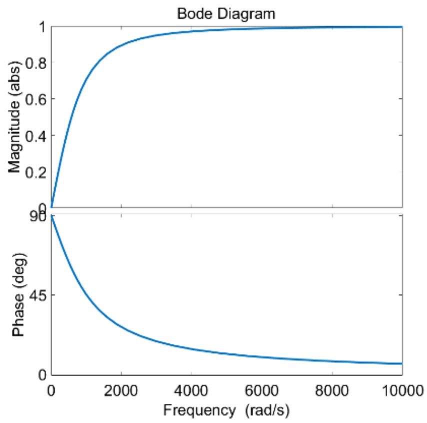
解：（1）$H(s)=\dfrac{V_0(s)}{E(s)}=\dfrac{R}{R+\dfrac{1}{SC}}=\dfrac{s}{s+100}$



（2）



（3）$|H(j\omega_c)|=1/\sqrt{2},\Rightarrow \omega_c=100$



$$\mathrm{H}(j\omega)=\mathrm{H(s)}\Big|_{s=j\omega}=\frac{j\omega}{j\omega+100},$$

$$H(j100)=\frac{j100}{j100+100}=\frac{1+j}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\angle 45°$$

$$V_0(\mathrm{t})=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(100\,\mathrm{t}+\frac{\pi}{4})$$

(4) T = 1 s，基波角频率为 2　，远小于截止频率系统输出大约原信号的微分波形再除以 100；T = 0.001 s 时，基波角频率为 2000　，远大于截止频率，系统输出波形基本与输入波形一致。

52、描述某连续系统的方程为$y''(t)+3y'(t)+2y(t)=f'(t)+2f(t)$，已知当激励信号$f(t)=2\varepsilon(t)$时，$y(0\_)=2, y'(0\_)=-3$。请写出系统的暂态解$y_{tr}(t)$和稳态解$y_{ss}(t)$;

解：　方程两边进行拉氏变换，

$$s^2Y(s)-sy(0\_)-y'(0\_)+3sY(s)-3y(0\_)+2Y(s)=sF(s)+2F(s)$$

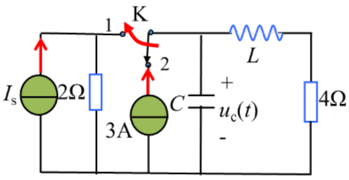
整理得：$(s^2+3s+2)Y(s)=(s+2)F(s)+sy(0\_)+y'(0\_)+3y(0\_)$

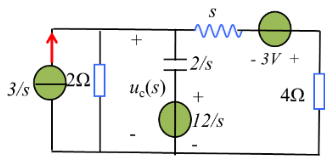
$$Y_{zs}(s)=\frac{(s+2)F(s)}{s^2+3s+2}=\frac{(s+2)\cdot\frac{2}{s}}{s^2+3s+2}=\frac{2}{s(s+1)}=\frac{2}{s}-\frac{2}{s+1}$$

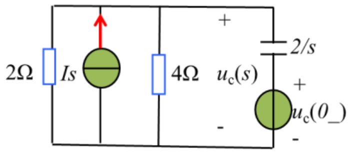
$$Y_{zi}(s)=\frac{sy(0\_)+y'(0\_)+3y(0\_)}{s^2+3s+2}=\frac{2s+3}{(s+1)(s+2)}=\frac{1}{s+1}+\frac{1}{s+2}$$

所以有 $y_{zs}(t)=(2-2e^{-t})\varepsilon(t)$； $y_{zi}(t)=(e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)$

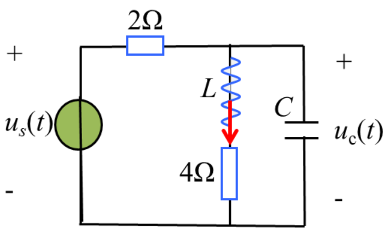
有 $y_{ss}(t)=2\varepsilon(t)$； $y_{tr}(t)=(-e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)$

53、 如图电路，

开关在 t>0 时刻从 2 切换到 1，已知 C=0.5F，L=1H，Is= $3\varepsilon(t)$ A，请画出电路的 s 域模型；

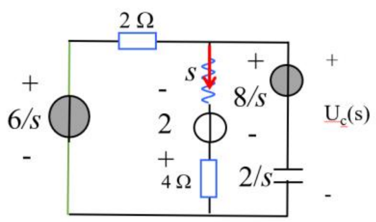
54、 如图所示电路中，

，已知 C=0.5F，输入信号 *Is*= $3\varepsilon(t)$ A，电容电压的初始值$u_c(0_)=12V$，则电容电压 Uc(t)的零状态响应为：【$u_{czs}=(4-4e^{-1.5t})\varepsilon(t)$】 ，电容电压 Uc(t)的零输入响应为： 【$u_{czi}=12e^{-1.5t}\varepsilon(t)$】 。

55、 如图所示电路中，

，已知 C=0.5F，L=1H，输入信号$u_s(t)$ =$6\varepsilon(t)$ V，电容电压的初始值$u_c(0_)=8V$，电感电流的初始值$i_L(0_)=2A$。（1）画出电路的 S 域模型； （2）写出电容两端电压$u_c(t)$的零输入响应；（3）写出电容两端电压$u_c(t)$的零状态响应。

解：（1）初始状态都表示成电压源，也可以画成电流源形式，仅供参考。



（2）列写方程，其中，蓝色部分表示初始状态，与它们有关的解就是零输入响应

$$\frac{6/s-Uc(s)}{2}=\frac{Uc(s)+2}{s+4}+\frac{Uc(s)-8/s}{2/s}$$

$$\frac{3}{s}+4-\frac{1}{s+4}=(\frac{1}{s+4}+\frac{s}{2}+\frac{1}{2})Uc(s)$$

$$\frac{3}{s}+4-\frac{1}{s+4}=\frac{(s+2)(s+3)}{2(s+4)}Uc(s)$$

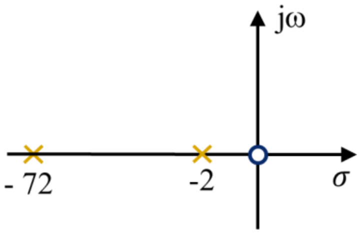
$$Uc(s)_{zs}=\frac{\frac{3}{s}\times 2(s+4)}{(s+2)(s+3)}=\frac{4}{s}+\frac{-6}{s+2}+\frac{2}{s+3}$$

$$Uc(s)_{zi}=\frac{4-\frac{1}{s+4}}{(s+2)(s+3)}=\frac{12}{s+2}+\frac{-4}{s+3}$$

反变换得到：

$$Uc(t)_{zs}=(4-6e^{-2t}+2e^{-3t})\varepsilon(t)V$$

$$Uc(t)_{zi}=(12e^{-2t}-4e^{-3t})\varepsilon(t)V$$

56、 某系统函数的零极点分布如图所示，

，已知

$sH(s)|_{s\to\infty}=7.4$，

（1） 写出$H(s)$表达式；

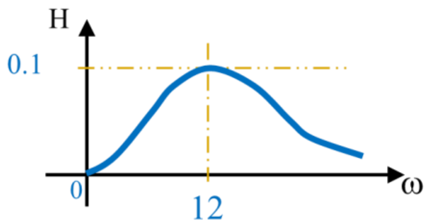
（2） 大致画出 $H(j\omega)$ 的幅频特性，并指出滤波器类型；

（3） 写出信号 $f(t)=2\cos(12t+\pi/4)$ 通过该系统后的输出$y_1(t)$；

（4） 写出信号 $f(t)=2\cos(500t+\pi/6)$ 通过该系统后的大致输出$y_2(t)$。

解：（1） $H(s)=\dfrac{7.4s}{(s+2)(s+72)}=\dfrac{7.4s}{s^2+74s+144}$

（2）带通滤波器



（3） $H(j\omega)=\dfrac{7.4j\omega}{-\omega^2+74j\omega+144}$

$H(j12)=\dfrac{j12\times7.4}{-144+j12\times74+144}=0.1$ 即增益为 1。

所以 $y_1(t)=0.2\cos(12t+\pi/4)$

(4) $H(j500)=\dfrac{j500\times7.4}{-500^2+j500\times74+144}\approx0$，可近似认为信号衰减严重，输出为 0；

也可大概写出一个表达式。

57、 已知连续时间系统 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=f'(t)+f(t)$，初始状态 $y(0\_)=1$，$y'(0\_)=-3$。当激励信号 $f(t)=\varepsilon(t)$ 时，求全响应，并指出暂态响应和稳态响应。

解：解法一：时域方法

特征方程 $\lambda^2+3\lambda+2=0\Rightarrow\lambda_1=-1,\lambda_2=-2$

齐次解： $y_h(t)=c_1e^{-t}+c_2e^{-2t}$；

特解： $y_p(t)=P$ 　　代入原方程得到 $2P=1\Rightarrow P=0.5$

系统的全解 $y(t)=y_h(t)+y_p(t)=c_1e^{-t}+c_2e^{-2t}+0.5 \qquad t>0$

由于方程右边= $\delta(t)+\varepsilon(t)$，所以 $y''(t)$ 含有 $\delta(t)$，所以

$y'(0_+)=y'(0\_)+1=-2; y(0_+)=y(0\_)=1$，即 $\begin{cases}c_1+c_2+0.5=1\\-c_1-2c_2=-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c_1=-1\\c_2=1.5\end{cases}$

所以 $y(t)=-e^{-t}+1.5e^{-2t}+0.5 \qquad t>0$

其中，稳态响应 $y_{ss}(t)=0.5 \qquad t>0$；暂态响应 $y_{tr}(t)=-e^{-t}+1.5e^{-2t} \qquad t>0$

解法二：S 域方法

方程两边进行拉氏变换，

$s^2Y(s)-sy(0\_)-y'(0\_)+3sY(s)-3y(0\_)+2Y(s)=sF(s)+F(s)$

整理得： $(s^2+3s+2)Y(s)=(s+1)F(s)+sy(0\_)+y'(0\_)+3y(0\_)$

$$Y_{zs}(s)=\frac{(s+1)F(s)}{s^2+3s+2}=\frac{(s+1)\cdot\frac{1}{s}}{s^2+3s+2}=\frac{1}{s(s+2)}=\frac{0.5}{s}-\frac{0.5}{s+2}$$

$$Y_{zi}(s)=\frac{sy(0\_)+y'(0\_)+3y(0\_)}{s^2+3s+2}=\frac{s}{(s+1)(s+2)}=\frac{-1}{s+1}+\frac{2}{s+2}$$

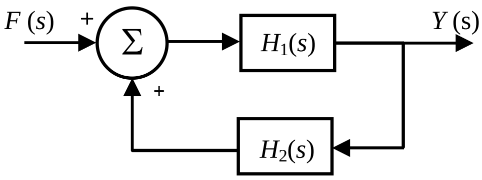
所以有 $y_{zs}(t)=(0.5-0.5e^{-2t})\varepsilon(t)$； $y_{zi}(t)=(-e^{-t}+2e^{-2t})\varepsilon(t)$

有 $y_{ss}(t)=0.5\varepsilon(t)$； $y_{tr}(t)=(-e^{-t}+1.5e^{-2t})\varepsilon(t)$

58、 求如图所示复合系统，其中子系统 $H_1(\mathrm{s})=\dfrac{1}{s+2}$， $H_2(\mathrm{s})=\dfrac{3}{s+4}$

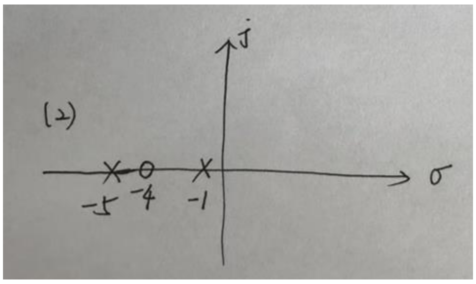
（1） 求系统函数 $H(s)$；

（2） 画出其零极点分布图。

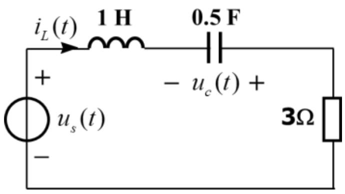


解：$[F(s)+Y(s)\cdot H_2(s)]H_1(s)=Y(s)$

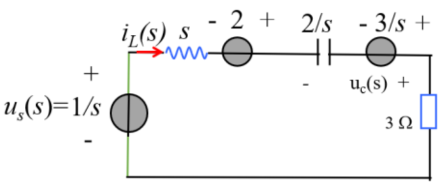
$$H(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{H_1(s)}{1\text{-}H_1(s)H_2(s)}=\frac{s+4}{s^2+6s+5}$$



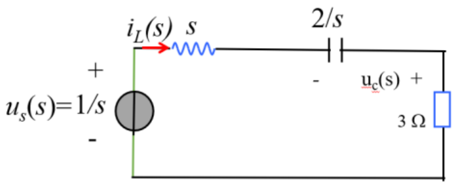
59、 如图所示的电路，已知输入信号$u_s(t)=\varepsilon(t)$ V，电容电压的初始值$u_c(0_)=3V$，电感电流的初始值$i_L(0_)=2A$，（电压电流方向如图所示）（1）画出电路的 S 域模型； （2）写出电容两端电压$u_c(t)$的零状态响应。



解：（1）S 域模型，也可画成电流源形式



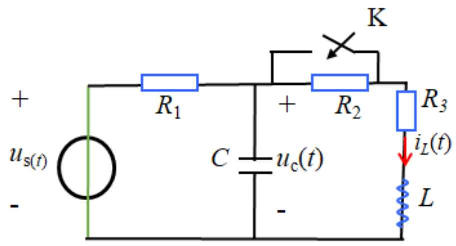
（2）没有初始状态时的电路如图



$$\frac{u_s(s)+u_c(s)}{s+3}=\frac{-u_c(s)}{2/s}\Rightarrow u_c(s)=\frac{-2}{s(s+1)(s+2)}=\frac{-1}{s}+\frac{2}{s+1}+\frac{-1}{s+2}$$

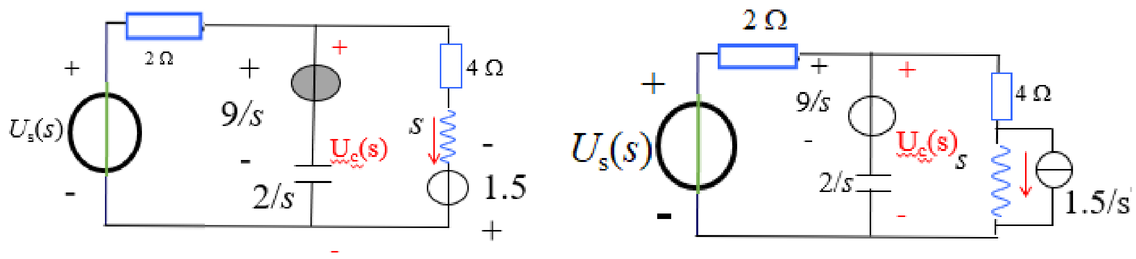
所以有 uc 的零状态响应为：$u_c(t)_{zs}=(-1+2e^{-t}-e^{-2t})\varepsilon(t)V$

60、 如图所示电路中，已知$u_s(t)$=12V、$R_1=R_2=2\Omega, R_3=4\Omega$，$C$=0.5F，$L$=1H。在 t=0 时刻，开关闭合。闭合前，电路处于稳态。（1）求开关切换时，电容两端的电压初始值$u_c(0_)$、电感电流初始值$i_L(0_)$；　（2）画出开关切换后电路的 S 域模型；（3）$u_s(t)$为激励，$u_c(t)$为响应，求系统函数$H(s)$；（4）求电容两端电压$u_c(t)$的零输入响应。



解： （1）$i_L(0\_)=\frac{u_s}{R_1+R_2+R_3}=1.5(A)$，$u_c(0\_)=(R_2+R_3)i_L(0\_)=9(V)$

（2）开关切换后电路的 S 域模型为下图示之一或其他相应类型的等效模型



（3） $H(s)=\frac{U_{czs}(s)}{U_s(s)}=\frac{(4+s)||\frac{2}{s}}{(4+s)||\frac{2}{s}+2}=\frac{s+4}{s^2+5s+6}$

（4）$u_c(t)$的零输入响应：$U_{czi}(s)\left(\frac{1}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4+s}\right)=\frac{9/s}{2/s}-\frac{1.5}{4+s}$，

$$U_{czi}(s)=\frac{9s+33}{s^2+5s+6}=\frac{15}{s+2}-\frac{6}{s+3}$$

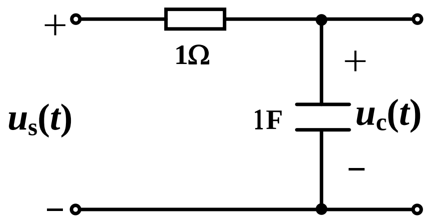
$u_{czi}(t)=15e^{-2t}-6e^{-3t} \qquad t\geq 0$

61、 如图所示的电路，$u_s(t)$为激励电压，$u_c(t)$为输出电压

（1） 求电路的频响特性$H(j\omega)$；

（2） 该电路属何种滤波器，其截止角频率为多少？

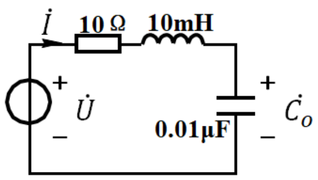
（3） 设$u_s(t)=2+3\cos(500t+\dfrac{\pi}{4})$，求电路输出电压$u_c(t)$。



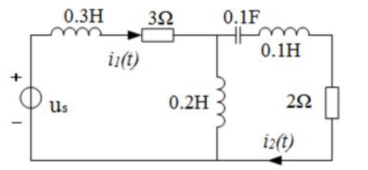
（1）$H(s)=\dfrac{u_c(s)}{u_s(s)}=\dfrac{1/s}{1+1/s}=\dfrac{1}{s+1}\Rightarrow H(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega+1}$

（2）低通，$\omega_c=1rad/s$

（3）$H(0)=1, H(500)=\dfrac{1}{j500+1}\Rightarrow u_c(t)\approx 2V$

62、 如图所示电路中 

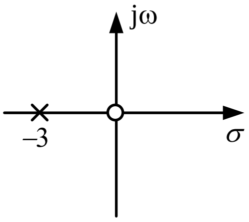
，已知电源电压的有效值 U=1mV，则电路谐振时电容两端的电压$\dot{C}_o$的有效值为：（100mV） 。

63、 如图所示的电路中 

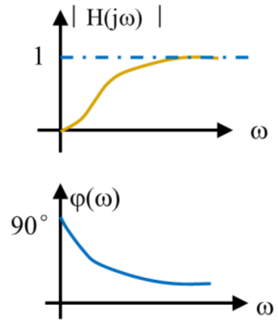
，已知$u_s(t)=16\sqrt{2}\,cos(10t)V$，电流$i_1(t)$为：【$i_1(t)=4\cos(10t-\frac{\pi}{4})$】

64、 连续系统的系统函数 $H(s)$的零极点如图所示，已知 $H(\infty)=1$，（1） 求 $H(s)$表达式；（2） 粗略画出系统的幅频特性和相频特性曲线（标出关键值）；（3）系统属于何种滤波器？其半功率点对应的角频率（即截止频率）为多少？（4） 现有

$f(t)=10+10\cos(1000t+\dfrac{\pi}{4})$通过该系统，求输出信号$y(t)$。



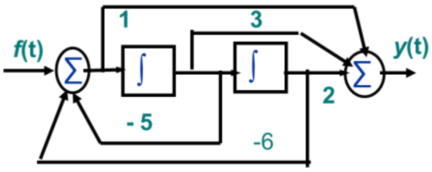
（1） $H(s)=\dfrac{s}{s+3}$ （2）



（3）属于高通滤波器，其截止角频率为 3rad/s

（4） $y(t)=10\cos(1000t+\dfrac{\pi}{4})$

65、 已知系统框图如图所示，



（1）写出系统的微分方程；（2）求系统函数 $H(s)$；（3）当激励 $f(t)=\varepsilon(t)+e^{-t}\varepsilon(t)$ 时，系统的全响应为 $y(t)=4e^{-2t}-\dfrac{4}{3}e^{-3t}+\dfrac{1}{3},t>0$，求系统零状态响应 $y_{zs}(t)$、零输入响应 $y_{zi}(t)$。

(1) $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=f''(t)+3f'(t)+2f(t)$

(2) $H(s)=\dfrac{s^2+3s+2}{s^2+5s+6}$

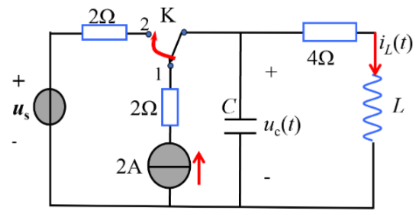
(3) $$Y_{zs}(s)=\frac{s^2+3s+2}{s^2+5s+6}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1}\right)=\frac{(s+2)(s+1)}{(s+2)(s+3)}\frac{(2s+1)}{s(s+1)}=\frac{2s+1}{s(s+3)}$$

$$=\frac{1}{3}\frac{1}{s}+\frac{5}{3}\frac{1}{(s+3)}$$

$$y_{zs}(t)=(\frac{1}{3}+\frac{5}{3}e^{-3t})\varepsilon(t)$$

$$y_{zi}(t)=4e^{-2t}-3e^{-3t},t\geq 0$$

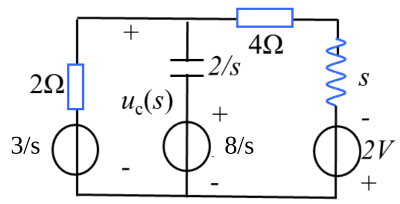
66、 如图所示电路中，已知 $C=0.5\,\mathrm{F}$，$L=1\,\mathrm{H}$，在 t=0 时刻，开关从 1 切换到 2。开关切换前，电路已达到稳定。已知 $u_s(t)=3\varepsilon(t)$，（1）求开关切换时，电容两端的电压初始值 $u_c(0\_)$、电感电流初始值 $i_L(0\_)$；（2）画出开关切换后电路的 s 域模型；（3）求电容两端电压的零状态响应 $u_{czs}(t)$，并指出稳态响应 $u_{css}(t)$ 。



（1） $u_c(0\_)=4\times2=8V$

$i_L(0\_)=2A$

(2)



$$U_C(s)=\frac{U_S(s)}{2+\left(\frac{2}{s}//(4+s)\right)}\left(\frac{2}{s}//(4+s)\right)$$

（3） $U_C(s)=\frac{s+4}{s^2+5s+6}\frac{3}{s}$

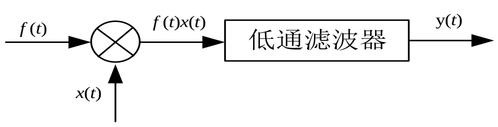
$$=\frac{-3}{s+2}+\frac{1}{s+3}+\frac{2}{s}$$

$u_{Czs}(t)=\left(-3e^{-2t}+e^{-3t}+2\right)\varepsilon(t)$，**稳态响应** $u_{css}(t)=2\varepsilon(t)$

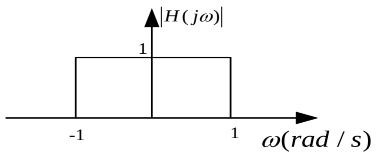
67、 如图(a)所示系统，若输入信号 $f(t)=\frac{\sin t}{\pi t}\cos1000t$, $x(t)=\cos1000t$ ， 低通滤波器的传输函数 $H(j\omega)$ 如图(b)所示，相频特性 $\varphi(\omega)=0$,

（1）写出并画出乘法器输出信号 $s(t)=f(t)x(t)$ 的谱密度函数 $S(j\omega)$；

（2）写出并画出低通滤波器输出信号 $y(t)$的谱密度函数 $Y(j\omega)$；



(a)



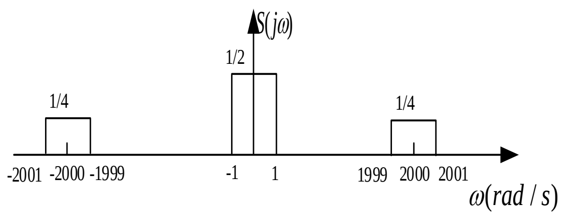
(b)

(1)

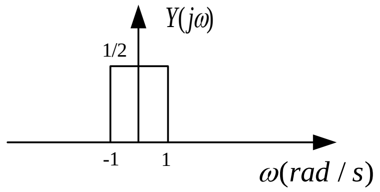
$$s(t)=f(t)x(t)=\frac{\sin t}{\pi t}\cos^2 1000t=\frac{1}{2\pi}Sa(t)(1+\cos2000t)$$

$$=\frac{1}{2\pi}Sa(t)+\frac{1}{2\pi}Sa(t)\cos2000t$$

$$S(j\omega)=\frac{1}{2}G_2(\omega)+\frac{1}{4}G_2(\omega+2000)+\frac{1}{4}G_2(\omega-2000)$$



（2） $Y(j\omega)=S(j\omega)H(j\omega)=\frac{1}{2}G_2(\omega)$



68、 已知系统 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=2f(t)$，若初始状态为 $y(0\_)=1,\ y'(0\_)=2$，激励为 $f(t)=\varepsilon(t)$。(1) 求零输入响应、零状态响应和全响应；(2) 指出自由响应和强迫响应、暂态响应和稳态响应分量。

解：（1）零输入响应：$y_{zi}(t)=Ae^{-2t}+Be^{-3t}$

由 $\begin{cases} y_{zi}(0)=A+B=y(0-)=1 \\ y_{zi}'(0)=-2A-3B=y'(0-)=2 \end{cases}$ 得到：$A=5,\ B=-4$

$y_{zi}(t)=5e^{-2t}-4e^{-3t},t\ge 0$

零状态响应：$Y_{zs}(s)=H(s)F(s)$

$H(s)=\frac{2}{s^2+5s+6}$，$F(s)=\frac{1}{s}$，$Y_{zs}(s)=\frac{2}{s^2+5s+6}\frac{1}{s}=\frac{-1}{s+2}+\frac{2/3}{s+3}+\frac{1/3}{s}$

$y_{zs}(t)=-e^{-2t}+\frac{2}{3}e^{-3t}+\frac{1}{3},t\ge 0$

全响应：$y(t)=y_{zi}(t)+y_{zs}(t)=4e^{-2t}-\frac{10}{3}e^{-3t}+\frac{1}{3},\quad t\ge 0$

（2）自由响应：$y_h(t)=4e^{-2t}-\frac{10}{3}e^{-3t},\quad t\ge 0$

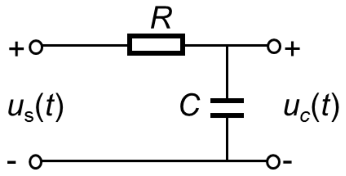
强迫响应：$y_p(t)=\frac{1}{3},\quad t>0$

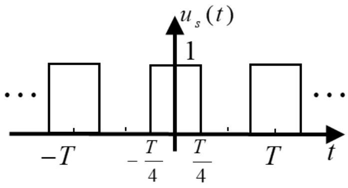
暂态响应：$y_{tr}(t)=4e^{-2t}-\frac{10}{3}e^{-3t},\quad t\ge 0$

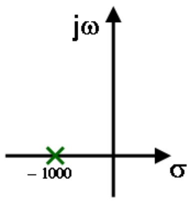
稳态响应：$y_{ss}(t)=\frac{1}{3},\quad t>0$

69、 图示 RC 电路，其中 $R=1k\Omega$，$C=1\mu F$，$u_s(t)$ 为输入电压，$u_c(t)$ 为输出电压。（1）计算电路的时间常数 τ；（2）求系统函数 $H(s)$，画出零极点图；（3）写出系统的频率响应特性 $H(j\omega)$，绘制其幅频和相频特性曲线；（4）指出该电路属何种滤波器，并计算其截止频率 ω_c；（5）若输入 $u_s(t)$ 为下图所示的方波信号，周期 $T=0.5ms$，

大致画出$u_c(t)$的波形。







解：（1）时间常数$\tau=RC=1\ (ms)$；

（2）$H(s)=\dfrac{U_{czs}(s)}{U_s(s)}=\dfrac{\frac{1}{sC}}{R+\frac{1}{sC}}=\dfrac{\frac{1}{RC}}{s+\frac{1}{RC}}=\dfrac{1000}{s+1000}$,零极点图如图。

（3）$H(j\omega)=H(s)|_{s=j\omega}=\dfrac{1000}{j\omega+1000}$，幅频和相频特性曲线如下。

（4）低通滤波器，$\omega_c=1000$

（5）$u_c(t)$的大致波形如图。