

Title

Luis Daniel Díaz¹

¹ Instituto de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Antioquia

14 de octubre de 2024

1. Punto 3.

1.1. Deducción de la ecuación diferencial.

Cuando el líquido toca un plano infinito, estamos asumiendo que la curvatura del líquido en ese plano es cero. Además, desde esta perspectiva, $\kappa_0 = 0$, de modo que la ecuación que deducimos en clase queda:

así:

$$\begin{aligned}\kappa_1 + \kappa_2 &= 2\kappa_0 + \frac{z}{R_c^2} \\ \kappa_1 &= \frac{z}{R_c^2} \\ \kappa_1 &= -\frac{\partial}{\partial z}(1 + z'^2)^{-1/2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\frac{d}{dz}(1 + z'^2)^{-1/2} &= \frac{z}{R_c^2} \\ d(1 + z'^2)^{-1/2} &= -\frac{z}{R_c^2} dz \\ \int_0^{(1+z'^2)^{-1/2}} d(1 + z'^2)^{-1/2} &= \int_0^{-\frac{z}{R_c^2}} dz\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1 + z'^2)^{-1/2} - 1 &= -\frac{1}{2} \frac{z^2}{R_c^2} \\ (1 + z'^2)^{-1/2} &= 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{R_c} \right)^2 \\ 1 + z'^2 &= \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{R_c} \right)^2 \right]^{-2}\end{aligned}$$

esta última igualdad también deducida en clase. Dado que al igualar, la ecuación diferencial sólo depende de z , se convierte en una ecuación diferencial ordinaria.

$$\boxed{z'^2 = \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{R_c} \right)^2 \right]^{-2} - 1} \quad (1.1)$$