

第二次小测验

1. (10 分) 把矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 分解成初等矩阵的乘积.
2. (10 分) 令 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. 计算 A^{100} .
3. (10 分) 假设 $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$. 计算 $(AU)^{100}A$.
4. (10 分) 假设 A 是反对称矩阵, 证明 $B^T A B$ 也是反对称矩阵. 特别的, 对于列向量 x , $x^T A x = 0$.
5. (10 分) 如何求解一般的 A 不一定可逆的矩阵方程 $AX = B$. 请举例说明你的想法.
6. (10 分) 举一个 3 阶正交矩阵的例子, 其中该矩阵的第一行必须为 $(1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$.
7. (10 分) 如果 $E + AB$ 可逆, 证明 $E + BA$ 也可逆.
8. (10 分) 利用广义初等行变换求分块矩阵 $\begin{bmatrix} A & B & C \\ 0 & D & F \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}$ 的逆矩阵, 其中, A, D, G 均为可逆方阵.
9. (20 分) 证明 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 和 $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 不等价.