1、对于任意 n 个点二维 (x,y)，我们都可以用插值法进行插值，得到一个 $n-1$ 次的曲线

对于 n 个点 (x_i,y_i) 来说，可以用如下公式

$$f(x)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\prod_{j\neq i}(x-x_j)}{\prod_{j\neq i}(x_i-x_j)}y_i$$

多维数据可以简单进行扩展。

如果需要进行额外修正，可以增加高次额外项 $g(x)=\prod_{i=1}^{n}(x-x_i)h(x)$ 满足要求。

2、不妨按照书中，向量 $\vec{x}$ 都是列向量。

标量 y 对向量 $\vec{x}$ 求导

$$\frac{\partial y}{\partial \vec{x}}=(\frac{\partial y}{\partial x_1},...\frac{\partial y}{\partial x_n})$$

于是乎 $\frac{\partial \vec{x}^T\vec{y}}{\partial \vec{x}}=\vec{y},(\vec{x}^T\vec{y}=\vec{y}^T\vec{x})$

线性回归:

$$(\omega^*,b^*)=arg\ min_{(\omega,b)}\sum_{i=1}^{m}(f(x_i)-y_i)^2 \tag{1}$$

$$=arg\ min_{(\omega,b)}\sum_{i=1}^{m}(y_i-\omega^Tx_i-b)^2 \tag{2}$$

对 ω,b 分别求偏导数：(这里不是很清楚如何判断多参数的函数是否为凸函数，但是这里单独看每个参数，都是一个二次函数，因此偏导为 0 的点就是最优)

$\frac{\partial E}{\partial \omega}=2\sum_{i=1}^{m}(\omega^Tx_i^2+x_i(b-y_i))$

$\frac{\partial E}{\partial b}=2\sum_{i=1}^{m}(b+(\omega^Tx_i-y_i))$

所以我们有：

$b=\frac{\sum_{i=1}^{m}(y_i-\omega^Tx_i)}{m}=\bar{y}-\omega^T\bar{x}$

$$
\begin{aligned}
0 &= \sum_{i=1}^{m}(\omega^T x_i^2 + x_i(b - y_i)) \quad (3) \\
&= \sum_{i=1}^{m}(\omega^T x_i^2 + x_i(\bar{y} - \omega^T \bar{x} - y_i)) \quad (4) \\
&= \sum_{i=1}^{m} x_i(\omega^T (x_i - \bar{x}) + (\bar{y} - y_i)) \quad (5)
\end{aligned}
$$