

Задача 4. Пример функции.

1. $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ не имеет изображения в виде и дескриптивных

2. $y^2 = x$ при $x > 0$ не имеет изображения, то однозначна.

3. $f(x) = x^3 - x^2$

a. Область определения:
 $\forall x \in [-\infty, \infty]$

б. Область значений:
 $f(x) \in [-\infty, \infty]$

в. Точки отыскания:
и пративности:

$x=0$ (пративность 2)

$x=1$ (пративность 1) т.к. $\underset{x \rightarrow 0}{\overset{0}{\lim}} (x^2(x-1))$

с. Отрезки знакоизменения

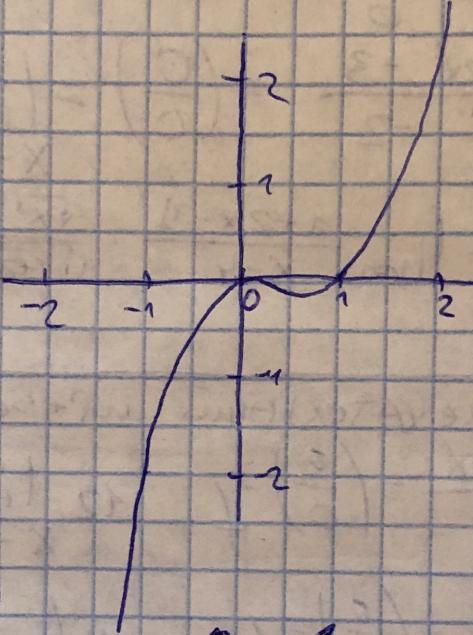
$f(x) > 0$ при $\forall x \in (1, \infty)$

$f(x) < 0$ при $\forall x \in (-\infty, 0); \forall x \in (0, 1)$

д. Интервалы монотонности:

возрастает при $\forall x \in [-\infty, 0]; \forall x \in (0.667, \infty)$

уменьшает при $\forall x \in (0, 0.667)$



e. Чётность функции

$$x^3 - x^2 ? \quad (-x)^3 - (-x)^2 = -x^3 - x^2 \\ -(-x^3 - x^2) = x^3 + x^2 \\ \Downarrow$$

Функция однозначна.

(ТАКЖЕ, ВИДНО НА ГРАФИКЕ, ФУНКЦИЯ НЕ ИМЕЕТ СИММЕТРИИ).

f. ограниченность

Неограничена, т.к. не имеет максимального и минимального значений.

g. Периодичность. Нет.

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists T \in \mathbb{R} : f(x+T) \neq f(x)$$

Найдем

$$a. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \frac{x^2(3x - 2)}{4x^2} = \frac{3x - 2}{4} = -0.5$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} = \left(\frac{0}{0} \right) =$$

$$\text{пусть } 1+x=a \Rightarrow \frac{a^{1/3} - 1}{a^{1/3} - 1}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (a^{1/3} - 1)(a^{1/6} + a^{-1/6} + a^{-1/2} + \dots)$$

?

.

$$\begin{aligned} & - \frac{a^{1/2} - 1}{a^{1/2} - a^{1/6}} \cdot \frac{a^{1/3} - 1}{a^{1/6} + a^{-1/6} + a^{-1/2} + a^{1/2} \dots} \\ & - \frac{a^{1/6} - 1}{a^{1/6} - a^{-1/6}} \\ & - \frac{a^{-1/6} - 1}{a^{-1/6} - a^{-1/2}} \\ & - \frac{a^{-1/2} - 1}{a^{-1/2} - 1} \end{aligned}$$

ПРЕДСКАЗАНО, ЧТО ВЛИЯНИЕ ИГРУШЕК

БУДЕТ: $\lim_{x \rightarrow 0} (0) \cdot (\underbrace{1+1+1\dots}_{\infty} - \text{const}) \approx 1$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (0 \cdot \infty) = ?$

Теорема о ненеопределённости

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{4x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 2x \cdot 2x}{\lim_{x \rightarrow 0} 4x} = \frac{1}{2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)} = \left(\frac{0}{0}\right) = \left(\frac{\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x)}{\lim_{x \rightarrow 0} x}\right)^{-1} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin^{-1}(x)} =$

$$= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \neq 0}} \frac{x \cdot x^{-2}}{\sin^{-1}(x) \cdot x^{-2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{-1}}{\sin^{-1}(x)} \cdot \frac{1}{x^{-2}} =$$

$$= 1^{-1} \cdot x^2 = 0$$