ДЗ 6. Понятие о производной.

1. a. $(\sin x \cdot \cos x)' = (\sin x)' \cos x + \sin x (\cos x)' =$

$= (\cos^2 x)^2 + (\sin x)^2$

b. $(\ln(2x+1)^3)' =$ $\boxed{f = (2x+1)^3}$

$= \ln' f \cdot f' = \frac{1}{f} \cdot f' =$

$= \frac{1}{(2x+1)^3} \cdot 3 \cdot (2x+1)^2 \cdot (2x+1)' = \frac{6}{2x+1}$

c. $\left(\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}\right)' = \left(f^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{f^{\frac{1}{2}}} \cdot f' =$

$\boxed{\sin(\ln(x^3)) = g}$

$= \frac{1}{2\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}} \cdot (g^2)' = \frac{1}{2f} \cdot 2g \cdot g' =$

$= \frac{g}{f} \cdot (\sin h)' = \frac{g}{f} \cdot \cos h \cdot h' =$ $\ln(x^3) = h$

$= \frac{g}{f} \cdot \cos h \cdot \frac{1}{x^3} \cdot 2x^2 = 2 \frac{g \cdot \cos h}{f \cdot x} =$

$= 2 \frac{\sin(\ln(x^3)) \cdot \cos(\ln(x^3))}{\sin^2(\ln(x^3)) \cdot x} = 2x \cdot \operatorname{tg}(\ln(x^3))$

d. $\left(\frac{x^4}{\ln(x)}\right)' = \frac{(x^4)' \cdot \ln(x) + x^4 \cdot \frac{1}{x}}{(\ln(x))^2} = \frac{4x^3 \cdot \ln(x) + x^3}{(\ln(x))^2} =$

$= \frac{x^3 (4\ln(x) + 1)}{\ln(x)^2}$

2. $f(x) = \cos(x^2+3x), x_0 = \sqrt{\pi}$

$f'(x) = \sin(x^2+3x) \cdot (x^2+3x)' =$

$= \sin(x^2+3x) \cdot (2x+3) = -\sin(3\sqrt{\pi})(2\sqrt{\pi}+3)$

4. $f(x) = \sqrt{3x} \cdot \ln x$, $x_0 = 1$

$f'(x) = (\sqrt{3x})' \cdot \ln x + \sqrt{3x} \cdot \frac{1}{x} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}} \cdot \ln x + \frac{\sqrt{3x}}{x} = \sqrt{3}$

$\ln 1 = 0$

$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

3. $f(x) = \frac{\overbrace{x^3-x^2-x-1}^{=f}}{\underbrace{1+2x+3x^2-4x^3}_{=h}}$, $x_0 = 0$

$f'(x) = \frac{f'h+f\cdot h'}{h^2}$ при $x=0$ $h=1$, $f=-1$

$\Rightarrow$ достаточно вычислить $f' - h' =$

$= (x^3-x^2-x-1-1-2x-3x^2+4x^3) =$

произвольные всех степеней $x > 1$ в точке

x_0 равны $0 \Rightarrow$

$= (-3x)' = -3$