

视觉里程计2

8.1 直接法的引出

使用特征点估计相机运动的方法，其拥有的缺点：

1. 关键点的提取与描述子的计算非常耗时。
2. 使用特征点时，忽略了除特征点以外的所有信息。这么做，丢弃了大部分**可能有用的图像信息**。
3. 相机有时会运动到**特征缺失的地方**。这些地方一般没有明显的纹理信息，例如白色墙壁、空荡荡的走廊等等。

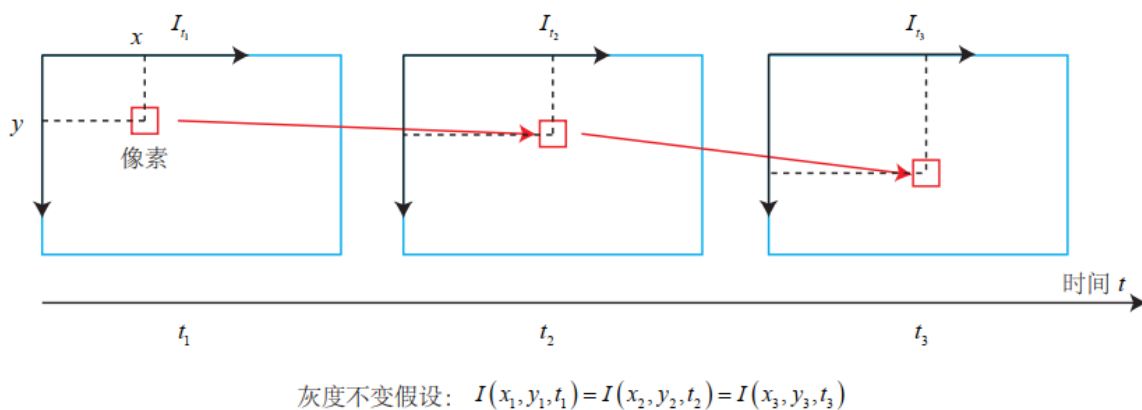
我们想克服这些缺点，有以下几种思路：

1. 保留特征点，但只计算关键点，不计算描述子。同时，使用**光流法(Optical Flow)**来跟踪特征点的运动。这样可以省去计算和匹配描述子的时间，但光流本身也需要一定时间。
2. 只计算关键点，不计算描述子。同时，使用**直接法(Direct Method)**来计算特征点在下一时刻图像的位置。
3. 既不计算关键点、也不计算描述子，而是根据像素灰度的差异，直接计算相机运动。

其中，方法1仍然使用特征点，只是把匹配描述子替换成了光流跟踪，估计相机运动仍用PnP或ICP法。而在后两个方法中，我们会根据图像的**像素灰度信息**来计算相机运动，称为**直接法**。（通过**最小化光度误差(Photometric error)**来求得）

8.2 光流 (Optical Flow)

直接法是从光流演变而来的。我们现在介绍一下光流：



光流是一种描述像素随着时间，在图像之间运动的方法，如上图所示。随着时间的经过，同一个像素会在图像中运动，而我们希望追踪它的运动过程。**计算部分像素运动的称为稀疏光流，计算所有像素的称为稠密光流。**

8.2.1 Lucas-Kanade 光流

在LK光流中，我们认为来自相机的图像是随时间变化的。图像可以看作时间的函数： $I(t)$ 。那么， t 时刻，位于 (x,y) 处的像素，它的灰度可以写成：

$$I(x, y, t)$$

引入光流法的基本假设：**灰度不变假设：同一个空间点的像素灰度值，在各个图像中是固定不变的。**

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) = I(x, y, t)$$

灰度不变假设是一个很强的假设，实际当中基本上不会成立。但迫于算法需求，我们认为该假设成立，并设计算法再进行验证。

对上式左侧泰勒展开：

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) \approx I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt.$$

由灰度不变假设：下一时刻的灰度等于之前的灰度：

$$\frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt = 0.$$

两侧除以dt，得到：

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} = -\frac{\partial I}{\partial t}.$$

其中，dx/dt为像素在x轴上的运动速度，dy/dt为y轴速度，记为u，v。梯度记为Ix，Iy。写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t$$

我们想计算的是像素的运动u，v，因此，我们引入额外约束：**假设某一个窗口内的像素具有相同的运动。**

考虑一个大小为w×w的窗口，含有w^2数量的像素。则我们得到方程组：

记：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} [I_x, I_y]_1 \\ \vdots \\ [I_x, I_y]_k \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} I_{t1} \\ \vdots \\ I_{tk} \end{bmatrix}.$$

于是整个方程为：

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -\mathbf{b}.$$

这是一个关于u，v的超定线性方程组，使用最小二乘法解决问题：

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}^* = -(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}.$$

这样，我们就得到了像素在图像间的运动速度u，v。当t取离散时刻而不是连续时间时，我们可以估计某块像素在若干个图像中出现的位置。在SLAM中，LK光流常被用来跟踪角点的运动。

8.4 直接法 (Direct Methods)

8.4.1 直接法的推导

如下图所示，P世界坐标为[X,Y,Z]，它在两个相机上成像，记非齐次像素坐标为p1，p2。我们要求第一个相机到第二个相机的相对位姿变换。

我们列写投影方程：

$$p_1 = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_1} KP$$
$$p_2 = \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_2} K(RP + t)$$