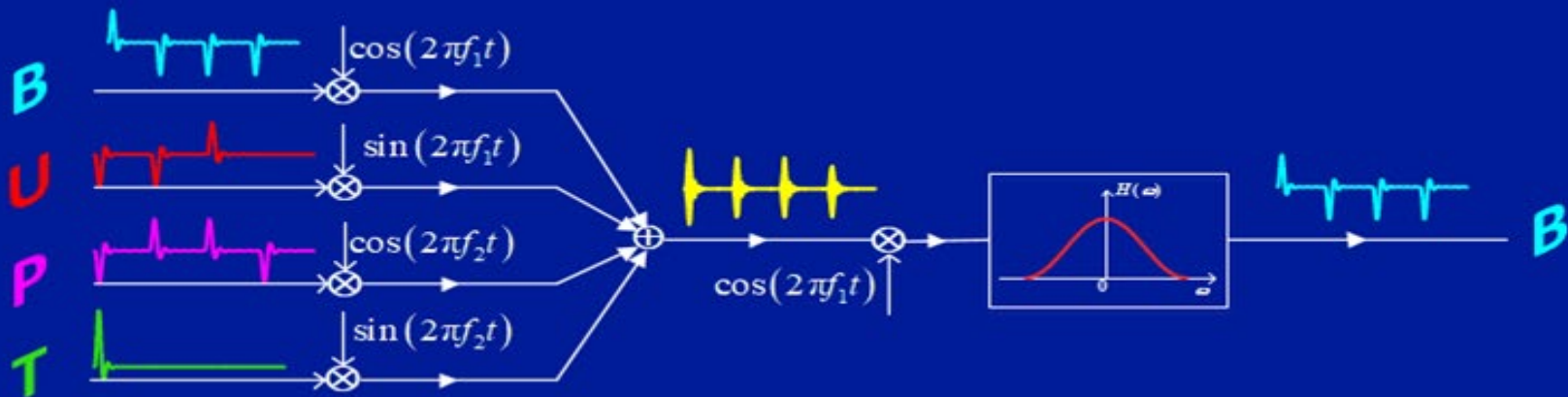


北京邮电大学

Beijing University of Posts and Telecommunications

3 系统的性质

电子工程学院 侯宾 尹霄丽





主要内容

- 3.1 引言
- 3.2 系统的线性
- 3.3 系统的时不变性
- 3.4 系统的因果性
- 3.5 系统的稳定性
- 3.6 系统的可逆性



▶ 3.1 引言

- 系统往往可以用其几个性质来表征，如线性、时不变性、稳定性、因果性以及可逆性等。重要的是要懂得如何来证明一个系统满足或不满足某一给定的性质。
- 可以用来Python构成一些反例证明某些系统不满足某些性质。



► 5.2 系统的线性

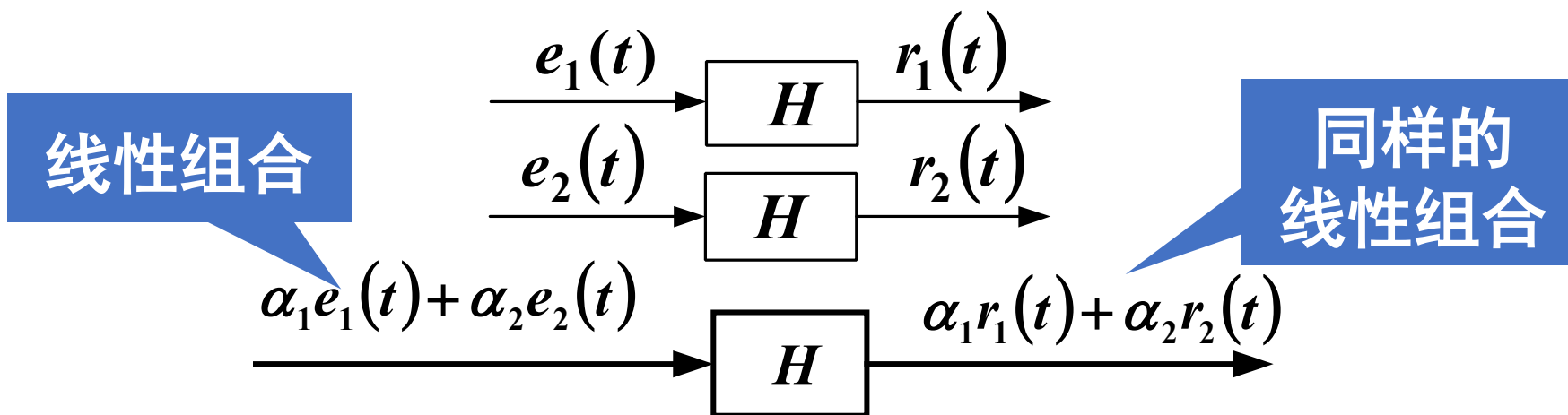
1. 定义

线性系统：指具有线性特性的（连续或离散）系统。

线性：指均匀性，叠加性。

均匀性(齐次性)： $e(t) \rightarrow r(t) \Rightarrow Ke(t) \rightarrow Kr(t)$

叠加性：
$$\left. \begin{array}{l} e_1(t) \rightarrow r_1(t) \\ e_2(t) \rightarrow r_2(t) \end{array} \right\} \Rightarrow e_1(t) + e_2(t) \rightarrow r_1(t) + r_2(t)$$



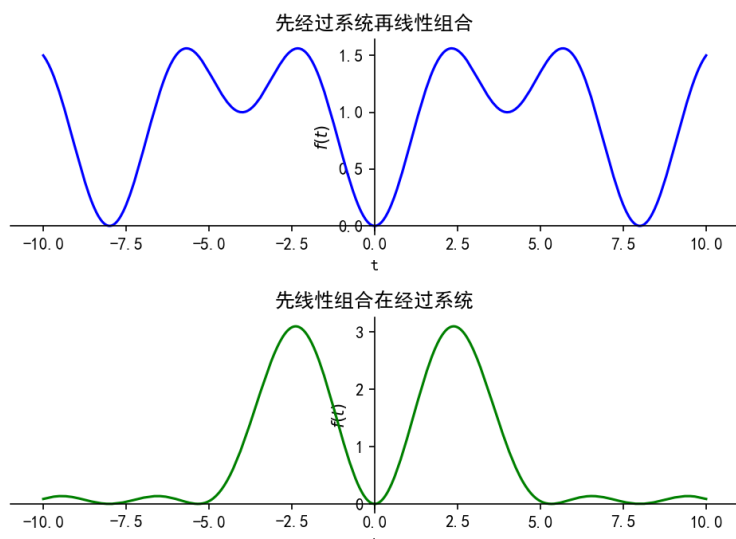
► 举例 判断系统 $y[t] = x^2[t]$ 是否是线性系统？

分析：

构造两个函数 $x_1[t] = \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$, $x_2[t] = \sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)$

设 $y_1[t] = H[x_1[t]]$, $y_2[t] = H[x_2[t]]$

验证函数 $y_1[t] + y_2[t]$ 和 $H[x_1[t] + x_2[t]]$ 是否相同？



利用SymPy库实现

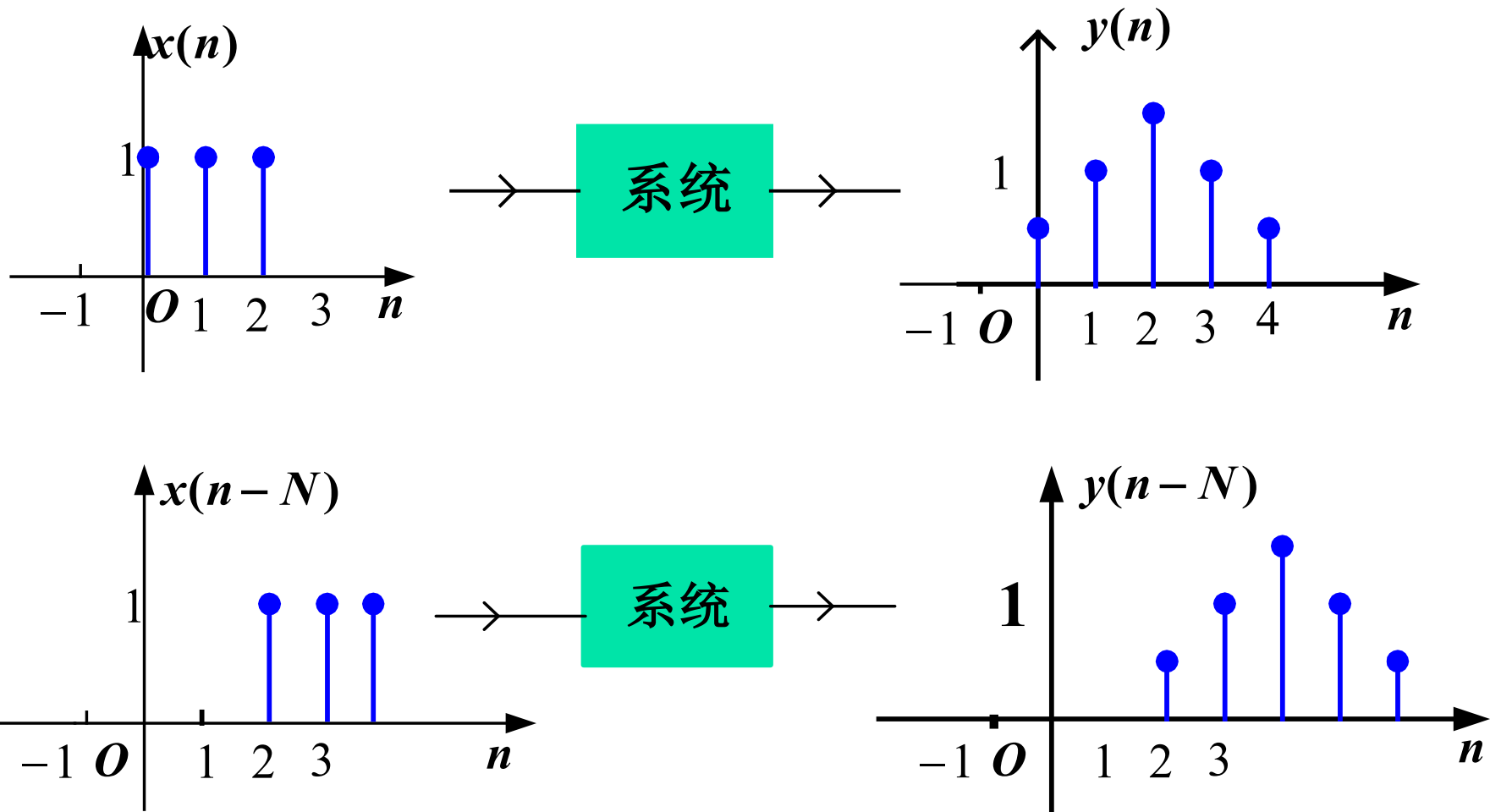
```
# 定义函数和自变量
t = symbols('t')
# 定义两个信号
x1 = sin(0.25 * pi * t)
x2 = sin(0.125 * pi * t)
# 手算两种结果
y1 = x1 ** 2
y2 = x2 ** 2
y_1 = y1 + y2
y_2 = (x1 + x2) ** 2
```

所以此系统是非线性系统



► 3.3 系统的时不变性

$x(n) \rightarrow y(n)$, $x(n-N) \rightarrow y(n-N)$ 整个序列右移 N 位



► 例 判断系统 $y[n] = x[2n]$ 是时变的。

解：

$$x[n] \xrightarrow{\text{加入系统, } n \rightarrow 2n} x[2n] \xrightarrow{\text{延迟, } n \rightarrow n-m} x[2(n-m)]$$

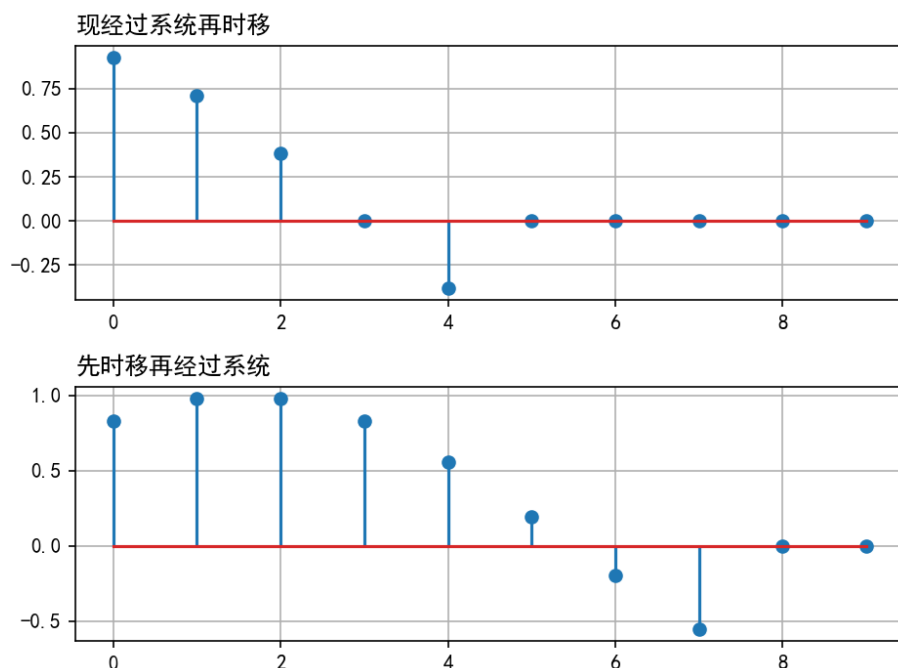
$$x[n] \xrightarrow{\text{延迟, } n \rightarrow n-m} x[n-m] \xrightarrow{\text{加入系统, } n \rightarrow 2n} x[2n-m]$$

$$\because x[2(n-m)] \neq x[2n-m]$$

\therefore 系统为时变的

► 利用numpy进行验证

构造输入信号 $x[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{16}\right)$ 进行验证。



所以此系统是**时变**系统

#原始区间

tao = -5

n = np.arange(0, 20, 1)

n_ds = np.arange(0, 10, 1)#画图用

#原始信号

x = np.sin(np.pi * n / 16)

print("原始序列: ", x)

先经过系统, 进行平移

y_1 = x[::2]#系统

y_1 = shift(y_1, tao * 1)#时移

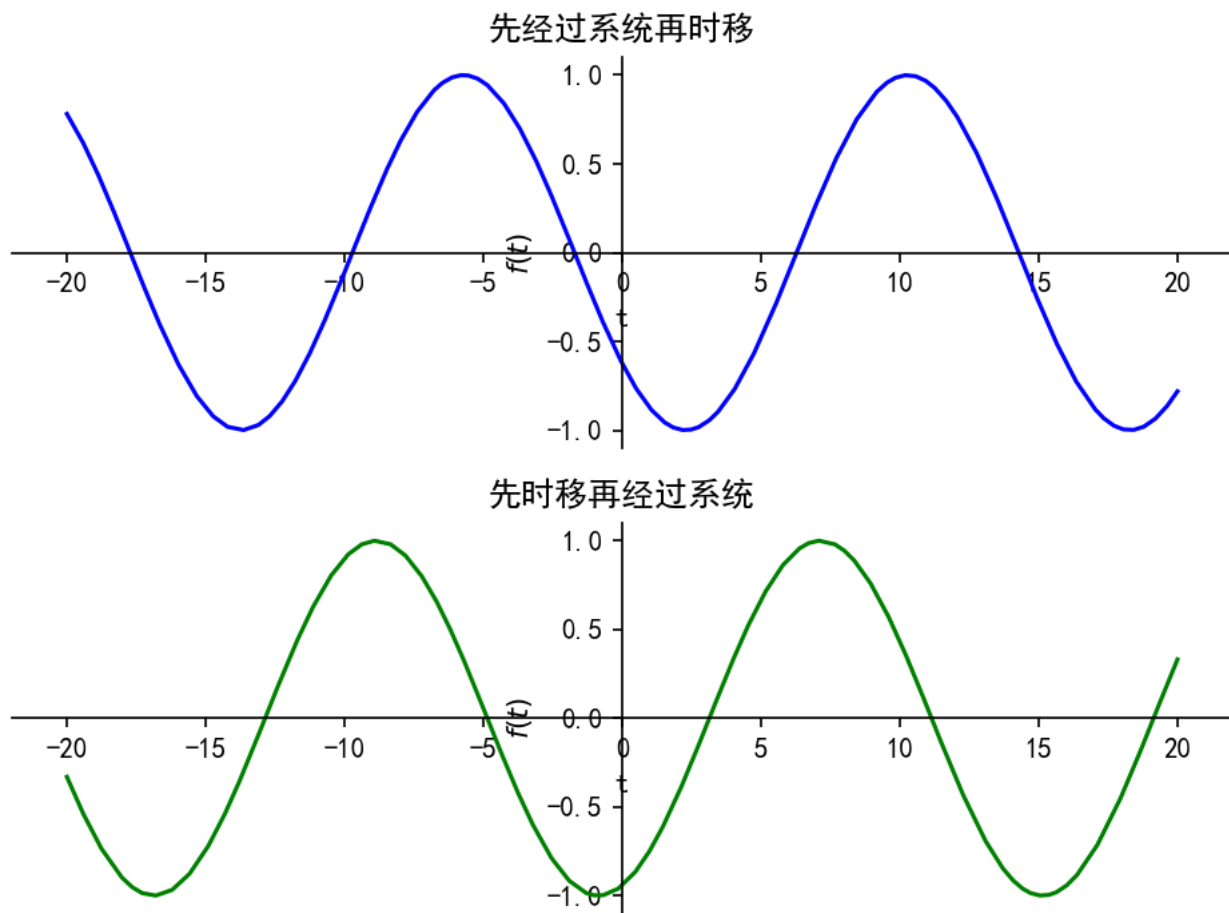
先进行平移, 在经过系统

x2 = shift(x, tao * 1)

y_2 = x2[::2]#系统



► 利用sympy验证 $y[t]=x[2t]$ 是否为时变系统



定义函数和自变量

```
t = symbols('t')
```

```
tao = 2 * pi
```

定义信号

```
x = sin(pi * t / 16)
```

先经过系统, 进行平移

```
y_1 = x.subs(t, 2 * t)
```

```
y_1 = y_1.subs(t, t - tao)
```

先进行平移, 在经过系统

```
x2 = x.subs(t, t - tao)
```

```
y_2 = x2.subs(t, 2 * t)
```



▶ 3.4 系统的因果性

因果性：输出不超前于输入的系统。

系统 $y[n] = x[n] + x[n+1]$ 是否为因果系统？

分析：利用信号 $x[n] = u[n]$ 证明它。

绘图区间

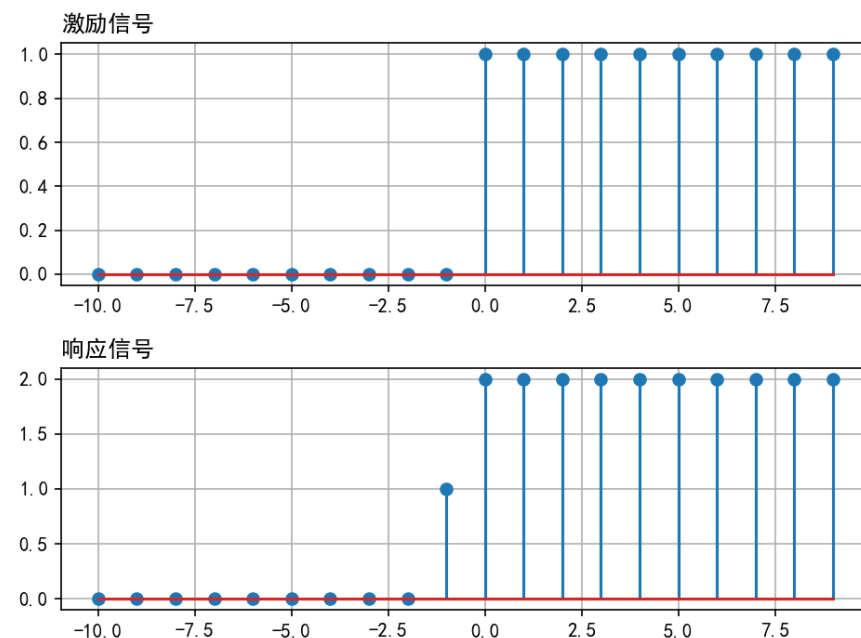
```
n = np.arange(-10, 10, 1)
```

原始信号

```
x = np.heaviside(n, 1)
```

系统

```
y = x + shift(x, -1, cval=1) # cval参数表示用1来补充空位
```



▶ 3.5 系统的稳定性

BIBO稳定：有界的输入信号产生有界的输出信号。

连续系统：
$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$$

稳定性的充要条件：

离散系统：
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| = P < \infty$$



► 例 编程证明系统 $y[n] = \log(x[n])$ 不是稳定的。

分析：构造一个有界的输入信号，将输入信号取绝对值再相加，如果结果为无穷大，则此系统为不稳定系统。

```
import numpy as np
# 构造一个单位样值信号
x = np.zeros(10)
x[0] = 1
print('x=', x)
# 系统(相当于冲激响应)
h = np.log(x)
# 查看是否绝对可和
print(np.sum(abs(h)))
```

```
from sympy import *
t = symbols('t')
# 假设出一个ht, 看是否绝对可积
h = exp(-0.5*t)*Heaviside(t)
# h = Heaviside(t)
# h = DiracDelta(t)
# h = log(t)
sum_x = integrate(h, (t, -oo, oo))
print("sum_x:", sum_x)
```

Sympy实现几个例子



▶ 3.6 系统的可逆性

- 若系统在**不同的激励信号**作用下**产生不同的响应**，则称此系统为**可逆系统**。对于每个可逆系统都存在一个“逆系统”，当原系统与此逆系统组合后，**输出信号与输入信号相同**。
- 编程证明系统 $y[n]=x[2n]$ 不是可逆的。

分析：

产生一个信号 $x[n]$ ，得到其输出 $y[n]=x[2n]$ ；再得到 $y\left[\frac{n}{2}\right]$ ，观察 $y\left[\frac{n}{2}\right]$ 和 $x[n]$ 是否相等。



学好信号与系统 低通高通路路通

北京邮电大学信号与系统
智慧教学研究组

