

实验结果分析

由于**要求 2**的代码中我使用了 **rand()函数**生成随机矩阵，故每次运行得到的 Arand、brand 和 xrand 矩阵均不同，但都满足 $Ax = b$ 。

以雅可比迭代法为例，相应代码为

```
min = -20;    % 产生随机数的最小值
max = 20;     % 产生随机数的最大值
nrand = 20;
Arand = round(min+(max-min)*rand(nrand,nrand));
brand = round(min+(max-min)*rand(nrand,1));
x0rand = [0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
tolrand = 1e-6;
Nrand = 50;
xrand = jacobi_fun(Arand,brand,nrand,x0rand,tolrand,Nrand);
```

雅可比迭代法

.m 代码见 lab5_1.m

对于**要求 1**，选取

$$A = \begin{bmatrix} 31 & -13 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ -13 & 35 & -9 & 0 & -11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 31 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 79 & -30 & 0 & 0 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -30 & 57 & -7 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 & 47 & -30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -30 & 41 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 27 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 0 & 0 & 0 & -2 & 29 \end{bmatrix}$$
$$b = \begin{bmatrix} -15 \\ 27 \\ -23 \\ 0 \\ -20 \\ 12 \\ -7 \\ 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

输出 $Ax = b$ 的根值 x^* 可得

$$x^* = \begin{bmatrix} -0.5369 \\ 0.2446 \\ -0.7438 \\ -0.2258 \\ -0.4333 \\ 0.1535 \\ -0.0584 \\ 0.2004 \\ 0.2886 \end{bmatrix}$$

高斯-赛德尔迭代法

.m 代码见 lab5_2.m

对于要求 1，选取

$$A = \begin{bmatrix} 31 & -13 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ -13 & 35 & -9 & 0 & -11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 31 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 79 & -30 & 0 & 0 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -30 & 57 & -7 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 & 47 & -30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -30 & 41 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 27 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 0 & 0 & 0 & -2 & 29 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -15 \\ 27 \\ -23 \\ 0 \\ -20 \\ 12 \\ -7 \\ 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

输出 $Ax = b$ 的根值 x^* 可得

$$x^* = \begin{bmatrix} -0.5369 \\ 0.2446 \\ -0.7437 \\ -0.2258 \\ -0.4333 \\ 0.1536 \\ -0.0584 \\ 0.2004 \\ 0.2886 \end{bmatrix}$$

SOR 迭代法

.m 代码见 lab5_3.m

对于要求 1，选取

$$A = \begin{bmatrix} 31 & -13 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ -13 & 35 & -9 & 0 & -11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 31 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 79 & -30 & 0 & 0 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -30 & 57 & -7 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 & 47 & -30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -30 & 41 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 27 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 0 & 0 & 0 & -2 & 29 \end{bmatrix}$$
$$b = \begin{bmatrix} -15 \\ 27 \\ -23 \\ 0 \\ -20 \\ 12 \\ -7 \\ 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

输出 $Ax = b$ 的根值 x^* 可得

$$x^* = \begin{bmatrix} -0.5369 \\ 0.2446 \\ -0.7438 \\ -0.2258 \\ -0.4333 \\ 0.1535 \\ -0.0584 \\ 0.2004 \\ 0.2886 \end{bmatrix}$$

最速下降法

.m 代码见 lab5_4.m

对于要求 1，选取

$$A = \begin{bmatrix} 31 & -13 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ -13 & 35 & -9 & 0 & -11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 31 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 79 & -30 & 0 & 0 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -30 & 57 & -7 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 & 47 & -30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -30 & 41 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 27 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 0 & 0 & 0 & -2 & 29 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -15 \\ 27 \\ -23 \\ 0 \\ -20 \\ 12 \\ -7 \\ 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

输出 $Ax = b$ 的根值 x^* 可得

$$x^* = \begin{bmatrix} -0.5369 \\ 0.2446 \\ -0.7437 \\ -0.2258 \\ -0.4332 \\ 0.1536 \\ -0.0583 \\ 0.2004 \\ 0.2886 \end{bmatrix}$$

共轭梯度法

.m 代码见 lab5_5.m

对于要求 1，选取

$$A = \begin{bmatrix} 31 & -13 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ -13 & 35 & -9 & 0 & -11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 31 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 79 & -30 & 0 & 0 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -30 & 57 & -7 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 & 47 & -30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -30 & 41 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 27 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 0 & 0 & 0 & -2 & 29 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -15 \\ 27 \\ -23 \\ 0 \\ -20 \\ 12 \\ -7 \\ 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

输出 $Ax = b$ 的根值 x^* 可得

$$x^* = \begin{bmatrix} -0.2716 \\ 0.1354 \\ -0.8567 \\ -0.2397 \\ -0.4035 \\ 0.1525 \\ -0.0691 \\ 0.1840 \\ 0.2547 \end{bmatrix}$$