天津大学

《数值计算方法》课程报告

插值法实现

学　　号　3019244266

姓　　名　李润泽

学　　院　智能与计算学部

专　　业　计算机科学与技术

年　　级　2019 级

任课教师　冯伟

2021 年　11 月　26 日

一、实验内容

本实验要求实现范德蒙德多项式插值、拉格朗日插值、牛顿插值、分段线性插值与分段三次 Hermite 插值，并完成各方法之间的对比。

对于插入数据，实验要求包含插入区间[a, b]，参数 c, d, e, f 作为标准函数 f(x)=c*sindx+e*cosfx 的值，参数 n+1 作为采样点的个数，参数 m 作为实验点的个数。

在区间[a, b]上均匀采集 n 个采集点，利用这 n+1 个采集点，分别使用范德蒙德多项式插值、拉格朗日插值、牛顿插值、分段线性插值、分段三次 Hermite 插值进行插值，求出$L(x)$，之后再选取m个点作为实验点，计算在这m个实验点上插值函数$L(x)$与目标函数$f(x)$的平均误差。同时对比各插值方法之间的精度差异。

实验需要输出对比函数曲线与平均误差。

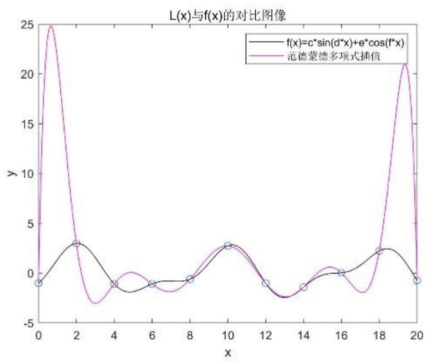
二、实验结果

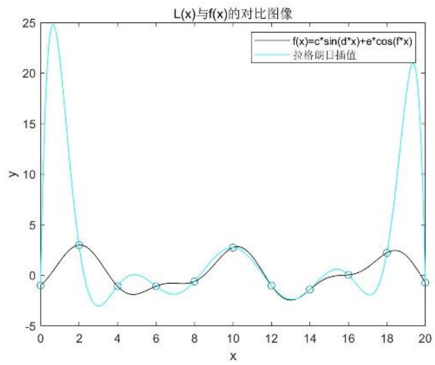
对于目标函数$f(x) = c * sin(d * x) + e * cos(f * x)$，我们设定：

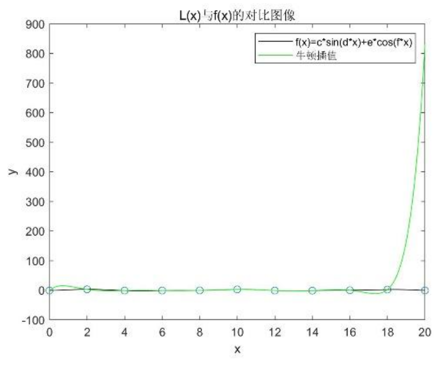
c = 2, d = 0.8, e = -1, f = 1.5

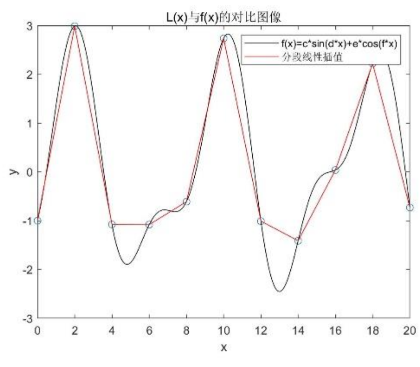
设定 a = 0, b = 20, n = 10，在[0, 20]闭区间内取 n+1 个数据点

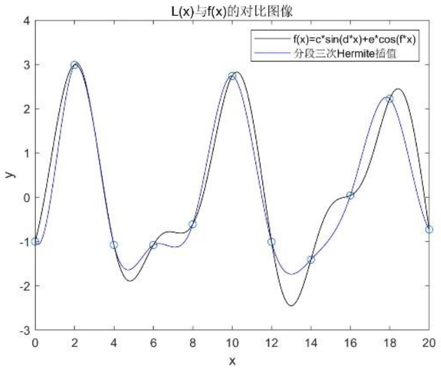
通过运行 lab1_1.m、lab1_2.m、lab1_3.m、lab1_4.m 和 lab1_5.m 代码，可以获得如下图像曲线：











五个图像的运行代码详见 lab1_x.m 文件。

对于计算平均误差，我们设定实验点数量 m = 20，在[a, b]上平均取 m 个实验点，计算平均误差得到如下数据（数据在运行 lab1_x.m 文件即可得到）

插值方法	平均误差
范德蒙德多项式插值法	2.7686
拉格朗日插值法	2.7686
牛顿插值法	2963443889556374/58130247818981
分段线性插值法	0.3084
分段三次 Hermite 插值法	0.29

三、实验分析与五种插值法的比较

对于范德蒙德多项式插值，算法要求插值节点上函数值相等，计算简单；

对于拉格朗日插值，算法简单，但每增加一个新的插值点时，整个基函数就需要重构，计算较为复杂且计算量极大；

对于牛顿插值，计算量较小，每增加一个插值点时，只需要在原有基函数的基础上增加一个新的函数即可，算法较为灵活，但该插值法在边缘处就会变得不够稳定，如上图所示，牛顿插值法在图像右边缘出现了较大的误差。

对于分段线性插值，该插值法有效地避免了龙格现象，总体较为稳定，但并未对函数的导数进行约束，因此曲线在插值点上的光滑性不高；

对于分段三次 Hermite 插值，针对分段线性插值中存在的光滑性不高的问题，该插值法保证函数在插值点上的函数值以及导数值都相等，具有较好的稳定性与连续性，有效规避了龙格现象。