

Article

Texture Analysis with Information Theory

Eduarda C. Chagas ^{1,†,‡}, Roger de A. Matos Júnior ^{2,‡}, Heitor S. Ramos¹, Osvaldo A. Rosso ^{2,*} and Alejandro C. Frery^{2,‡}

¹ Department of Computer Science, Federal University of Minas Gerais, Belo Horizonte, Brazil; eduarda-chagas@ufmg.com.br

² Laboratório de Computação Científica e Análise Numérica, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, Brazil; acfrery@laccan.ufal.br

Version July 23, 2019 submitted to Remote Sens.

¹ **Keywords:** Texture images, Spatial patterns; Permutation Entropy; Complexity; Ordinal patterns
² probabilities

³ 1. Introdução

⁴ A análise de texturas possui um grande poder informacional das propriedades espaciais dos
⁵ principais elementos da imagem, sendo uma das técnicas mais importantes no processamento de
⁶ imagens e reconhecimento de padrões, uma vez que uma boa compreensão ou uma interpretação das
⁷ imagens deve incluir a descrição dos aspectos espectrais e texturais da mesma. A informação textural
⁸ às vezes pode ser a única maneira de caracterizar uma imagem digital.

⁹ A primeira tarefa na análise de texturas consiste na extração de características discriminantes,
¹⁰ capazes de incorporar de modo eficiente informações sobre as características da imagem original. Esses
¹¹ recursos podem ser usados para a descrição ou classificação de diferentes texturas usando qualquer
¹² uma das várias técnicas de reconhecimento de padrões [1].

¹³ Neste trabalho propomos uma nova metodologia de caracterização de texturas. Ao receber uma
¹⁴ textura realizamos o processo de linearização aplicando *space filling curves* e por meio da simbolização
¹⁵ de Bandt & Pompe [2] usamos o poder discriminatório da Teoria da Informação para realizar a
¹⁶ caracterização. Duas análises foram usadas para validar a abordagem proposta. Na primeira,
¹⁷ avaliamos como podemos utilizar descritores causais da Teoria da Informação na caracterização
¹⁸ de texturas de Brodatz. Na segunda, usamos o plano Entropia-Complexidade em diferentes regiões
¹⁹ extraídas de texturas provenientes de imagens SAR.

²⁰ O artigo foi dividido do seguinte modo: Na seção 2, as *spaces filling curves* são apresentadas; na
²¹ seção 3, introduzimos a simbolização de Bandt & Pompe e os descritores da Teoria da Informação; na
²² seção 4, nossa metodologia é proposta; na seção 5, mostramos os resultados obtidos nas duas análises
²³ aplicadas; e por último na seção 6, concluímos o trabalho e citamos os trabalhos futuros considerados.

²⁴ 2. Space Filling Curves

²⁵ As *space filling curves* foram vistas pela primeira vez em [3], transformando uma imagem de
²⁶ textura em um sinal unidimensional. Diferentes comprimentos destes sinais foram então calculados
²⁷ em diferentes faixas de suavização e usados como um parâmetro de característica para a análise de
²⁸ textura.

²⁹ Quando usadas como métodos de varredura de uma imagem, tais funções conseguem preservar
³⁰ bem as propriedades eminentes da correlação espacial dos pixels, embora não forneçam um poder
³¹ discriminatório suficiente para classificar texturas naturais [1]. Neste artigo, objetivamos verificar o
³² poder de caracterização de texturas das curvas raster-1, raster-2 e Hilbert (exibidas na figura 1),
³³ quando usadas em conjunto com a simbolização de [2] e os descritores da Teoria da Informação.

³⁴ Assumindo que uma imagem é uma grade $N \times N$ de pixels, onde N é uma potência de 2, temos:

³⁵ **Definição 1.** Uma varredura da imagem é uma função bijetora $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ no conjunto de pares
³⁶ ordenados $\{(i, j) | 1 \leq i, j \leq N\}$, que denota os pontos no domínio, para o intervalo fechado de inteiros
³⁷ $\{1, \dots, N^2\}$. Equivalentemente, a imagem é codificada usando a varredura f nas intensidades de pixel na ordem
³⁸ $P_{f^{-1}(1)}, P_{f^{-1}(2)}, \dots, P_{f^{-1}(N^2)}$, onde $P_{(i,j)}$ representa a intensidade do pixel da coluna i e linha j .

³⁹ As space filling curves, como as técnicas de varredura raster-1, raster-2 e Hilbert são
⁴⁰ caracterizadas pela definição 1, fornecendo uma função adequada f . Como também pode ser observado
⁴¹ pela definição 1, as curvas nos impõe a condição de que cada pixel seja visitado apenas uma vez.

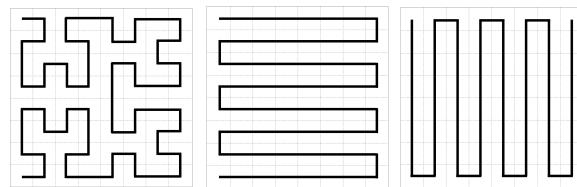


Figure 1. A janela 8x8 das space filling curves usadas: (a) Hilbert; (b) Raster-1; (c) Raster-2.

⁴² Para as curvas de rasterização, algumas modificações foram realizadas para facilitar o processo
⁴³ de simbolização de Bandt & Pompe descrito na seção seguinte.

⁴⁴ O primeiro passo foi definir as submatrizes deslizantes e para isso quatro parâmetros foram
⁴⁵ necessários: As dimensões $D_x, D_y \geq 2$, que são o número de elementos que formam os padrões
⁴⁶ ordinais em ambas dimensões e os delays τ_x e τ_y , que informam o quanto separados espacialmente
⁴⁷ estão os símbolos nas duas direções. Após realizar esta subdivisão, devemos investigar quais padrões
⁴⁸ aparecem dentro dos elementos das submatrizes analisando os elementos destes conjuntos linha por
⁴⁹ linha.

⁵⁰ 3. Plano Entropia-Complexidade

⁵¹ A transformação de uma série temporal em uma distribuição de probabilidade (PDF) P permite
⁵² avaliar o conteúdo informacional acerca da dinâmica do sistema e dos processos subjacentes,
⁵³ descrevendo-os de forma mensurável e observável [4]. Através desta caracterização é possível utilizar
⁵⁴ de métricas do espaço PDF, permitindo comparar diferentes conjuntos e classificá-los de acordo com as
⁵⁵ propriedades dos processos subjacentes.

⁵⁶ No entanto, não é trivial encontrar uma representação simbólica significativa da série original. A
⁵⁷ abordagem de Bandt & Pompe [2], por considerar a causalidade temporal dos dados, revela detalhes
⁵⁸ importantes da estrutura ordinal da série temporal.

⁵⁹ A metodologia de Bandt & Pompe consiste na transformação não paramétrica da série temporal
⁶⁰ em uma sequência de padrões. Seja a série temporal $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$, cada grupo de D valores
⁶¹ (não necessariamente adjacentes) será transformado em um padrão ordinal, para depois formar o
⁶² histograma das suas ocorrências na série. Por exemplo, com $D = 3$ e para qualquer $0 \leq i \leq D$, se
⁶³ $x_i < x_{i+1} < x_{i+2}$ esta tripla será associada ao padrão π_0 ; caso $x_i > x_{i+1} > x_{i+2}$ o padrão será π_1 , e
⁶⁴ assim por diante. Há $D!$ possíveis padrões.

⁶⁵ Esta simbolização é muito resistente a vários tipos de contaminação, por exemplo, o padrão π_0
⁶⁶ não será alterado para qualquer $k > 1$ que afete multiplicativamente x_{i+2} . Ainda que o padrão seja
⁶⁷ alterado, por exemplo se $k = -1$, a mudança será local e afetará, no máximo, D padrões.

⁶⁸ Forma-se, então, um histograma e, a partir dele, extraem-se quantificadores como, por exemplo,
⁶⁹ entropia, distância estocástica a uma distribuição de equilíbrio, e complexidade estatística.

Seja, assim, $\mathbf{h} = (h_1, \dots, h_{D!})$ o histograma de probabilidade dos $D!$ padrões observados a partir da série temporal X . Calculamos a entropia de Shannon

$$H(\mathbf{h}) = \sum_{i=1}^{D!} (-\log h_i) h_i, \quad (1)$$

A entropia de Shannon é o primeiro elemento a descrever a nossa série temporal. Ela mede a desordem do sistema que deu origem aos dados X .

Calculamos a distância de Jensen-Shannon à distribuição uniforme $\mathbf{u} = (1/D!, \dots, 1/D!)$

$$D(\mathbf{h}, \mathbf{u}) = \sum_{i=1}^{D!} \left(h_i \log \frac{h_i}{u_i} + u_i \log \frac{u_i}{p_i} \right), \quad (2)$$

em que $u_i = 1/D!$. Esta é uma medida de quanto perto ou longe a dinâmica subjacente está de um processo sem informação nenhuma.

Finalmente, calculamos a Complexidade Estatística:

$$C(\mathbf{h}, \mathbf{u}) = H(\mathbf{h})D(\mathbf{h}, \mathbf{u}). \quad (3)$$

Cada série temporal pode então ser descrita por um ponto $(H(\mathbf{h}), C(\mathbf{h}, \mathbf{u}))$. O conjunto de todos os pares $(H(\mathbf{h}), C(\mathbf{h}, \mathbf{u}))$ para qualquer série temporal descrita por padrões de comprimento D jaz em um subconjunto compacto \mathbb{R}^2 : o plano Entropia-Complexidade.

4. Metodologia Proposta

O algoritmo de caracterização proposto para análise de texturas naturais consiste em dois módulos, que são a linearização dos dados da matriz de intensidade da imagem e a representação dos sinais correspondentes por meio do Plano Entropia-Complexidade. A linearização foi realizada com cada uma das *space filling curves* mostradas na figura 1 e analisada a influência de seus respectivos mapeamentos no plano Entropia-Complexidade.

Na figura 2, verificamos que é usado como input uma textura proveniente de uma dada imagem SAR, entretanto é importante destacar que a entrada para a metodologia proposta neste trabalho não é influenciada pela semântica dos dados, recebendo, de forma genérica, qualquer matriz bidimensional com valores pertencentes ao conjunto dos números reais (\mathbb{R}).

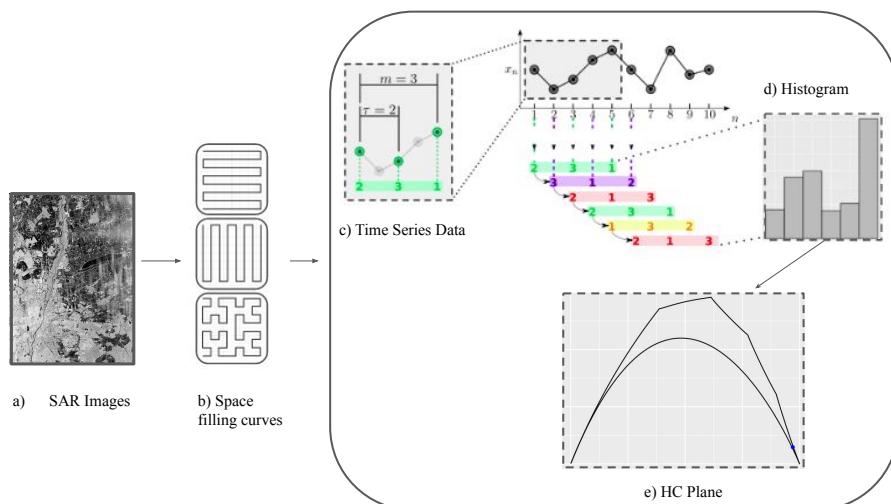


Figure 2. Metodologia usada na caracterização das imagens SAR

87 A implementação geral da caracterização de imagens de texturas pode ser descrita de acordo com
 88 as seguintes etapas:

- 89 1. **Tratamento da entrada.** Devido restrições da curva de Hilbert, as imagens recebidas como
 90 entrada devem possuir dimensões em potência de 2, logo esta restrição deve ser primeiramente
 91 verificada.
- 92 2. **Seleção da função de mapeamento.** Apenas um método de varredura é utilizado em
 93 cada análise. Nesta etapa realizamos a transformação de dados bidimensional para sinais
 94 unidimensionais.
- 95 3. **Simbolização de Bandt & Pompe.** Calculamos a distribuição de probabilidade dos dados para
 96 assim conseguirmos aplicar os quantificadores da Teoria da Informação.
- 97 4. **Plano Entropia-Complexidade.** Representando a nossa principal ferramenta de caracterização, é
 98 nesta etapa que verificamos o comportamento da dinâmica dos dados resultantes do mapeamento
 99 e consequentemente do seu poder de discriminação.

100 **5. Experimentos e Resultados**

101 Para avaliar a metodologia proposta para caracterização e discriminação de texturas de imagens,
 102 usamos dois exemplos de aplicações. O primeiro consiste em realizar um estudo empírico do
 103 comportamento dos descritores da Teoria da Informação quando aplicamos imagens de textura
 104 natural de Brodatz. O segundo exemplo consiste em analisar amostras de imagens de quatro diferentes
 105 tipos de regiões em uma imagem de radar de abertura sintética (SAR) usando os valores de entropia
 106 de permutação de Shannon e Complexidade Estatística. Os dados das imagens, as características das
 107 analisadas e os seus respectivos resultados são apresentados nas próximas subseções.

108 Ao longo deste trabalho, aplicamos o seguinte conjunto de valores $D = (2, 3, 4, 5, 6)$ para as
 109 dimensões e para o delay usamos os valores $\tau = (1, 2, 3, 4, 5)$.

110 **5.1. Texturas de Brodatz**

111 Nesta subseção, avaliamos o comportamento da nossa metodologia em texturas clássicas. Como
 112 referência, utilizamos um subconjunto arbitrário de 45 imagens de texturas de Brodatz, disponíveis
 113 em <http://sipi.usc.edu/database/database.php?volume=textures>. Composto por um total de 112
 114 imagens de texturas naturais, o álbum de texturas padrão de Brodatz em tons de cinza [5] vem sendo
 115 amplamente aplicado na literatura em validações de métodos e técnicas de análise de texturas (por
 116 exemplo, [6–12] e muitos outros).

117 As imagens possuem dimensão 512×512 e no subconjunto estudado 13 destas são versões
 118 equalizadas dos histogramas, isto é, versões com alterações de contraste de outras imagens presentes.
 119 Podemos visualizar na figura 3 um exemplo do como a mudança de contraste pode ser percebida
 120 visualmente, nos fazendo questionar se tais modificações possuem influência sobre os descritores
 121 causais.

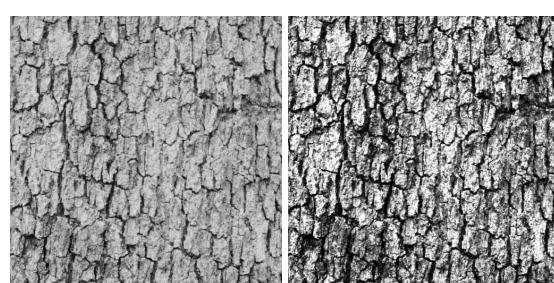


Figure 3. Mesma textura com diferentes contrastes aplicados

122 Sabendo que a curva de Hilbert é aplicada apenas em dados bidimensionais com dimensões em
 123 potência de 2, criamos nossas amostras de dimensão 128×128 por meio das suas respectivas imagens
 124 originais, realizando um corte a partir do ponto $(0, 0)$.

Três análises foram realizadas para este estudo onde aplicamos os diferentes métodos de mapeamento relatados anteriormente. Nas técnicas de rasterização, cada amostra foi redimensionada para um conjunto de matrizes obtidas de partições deslizantes da imagem onde testamos diversos valores de D para as dimensões D_x e D_y das partições geradas. O processo de simbolização de Bandt-Pompe foi realizado para cada partição, sendo importante salientar que cada dimensão D_x e D_y leva a $(D_x D_y)!$ possíveis padrões ordinais.

Uma das questões de pesquisa consistia em estudar o impacto da equalização dos histogramas de intensidade das texturas nos descritores. Para isto, verificamos o comportamento dos parâmetros da caracterização (dimensão e delay) quando fornecemos como entrada texturas com e sem modificações de contraste. O resultado pode ser observado na figura 4, onde podemos perceber que os pontos de mesma cor, ou seja, as diferentes representações de uma textura se sobrepõem, assim como era esperado. Uma vez que a distribuição de Bandt & Pompe [2] é resistente a diferentes tipos de contaminação, era esperado que alterações de contraste não alterassem ou apenas provocasse pequenas alterações locais no conjunto total de padrões.

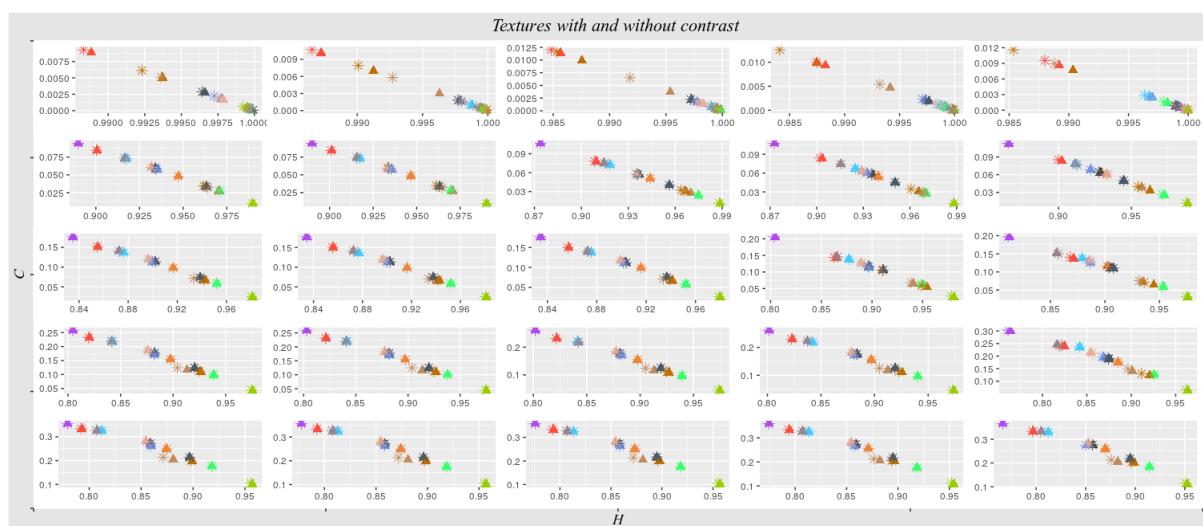


Figure 4. Caracterização dos dados com e sem modificação do contraste. Os gráficos evoluem horizontalmente de acordo com a dimensão D escolhida e verticalmente com o delay τ

Como pode ser visto na figura 5, mais uma etapa foi adicionada na análise dos dados provenientes das texturas de Brodatz. Após realizar a caracterização inicial no plano Entropia-Complexidade, verificamos o poder de discriminação destes descritores com o uso do algoritmo DBSCAN [13].

Sendo um importante método na identificação de padrões ou tendências, os algoritmos de clusterização dividem um conjunto de objetos em subpopulações significativas. Particularmente, o algoritmo DBSCAN consiste de uma técnica não-paramétrica que utiliza a densidade de uma vizinhança de objetos para realizar o agrupamento dos dados.

Cada ponto no plano possui valores de entropia e complexidade associados. Logo, a utilização de um método usado para descobrir clusters no espaço será eficaz quando aplicado ao plano. Os pontos agrupados em um cluster devem não ser apenas semelhantes espacialmente, mas também em sua dinâmica.

Dentre as funções de mapeamento analisadas, verificamos que os agrupamentos mais esparços se deram através da curva de Hilbert. Os melhores resultados dentre o total de combinações dos parâmetros de análise podem ser observados na figura 6.

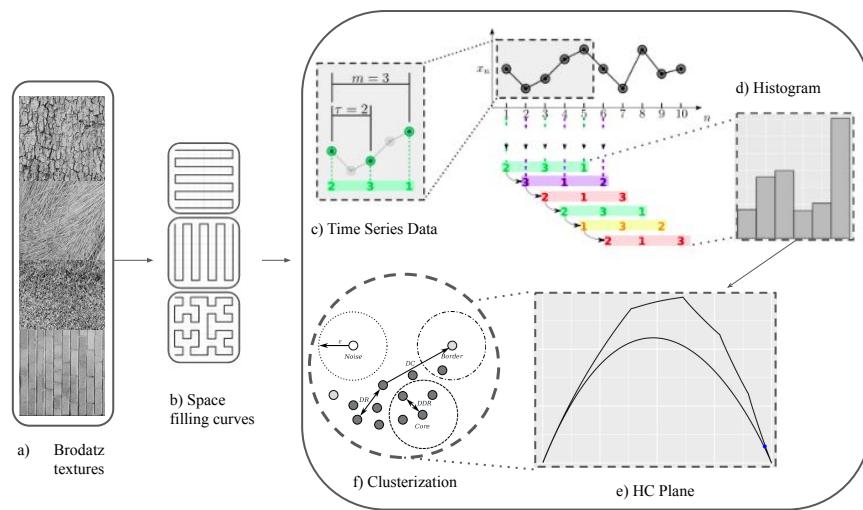


Figure 5. Etapas da análise realizada na caracterização das texturas de Brodatz

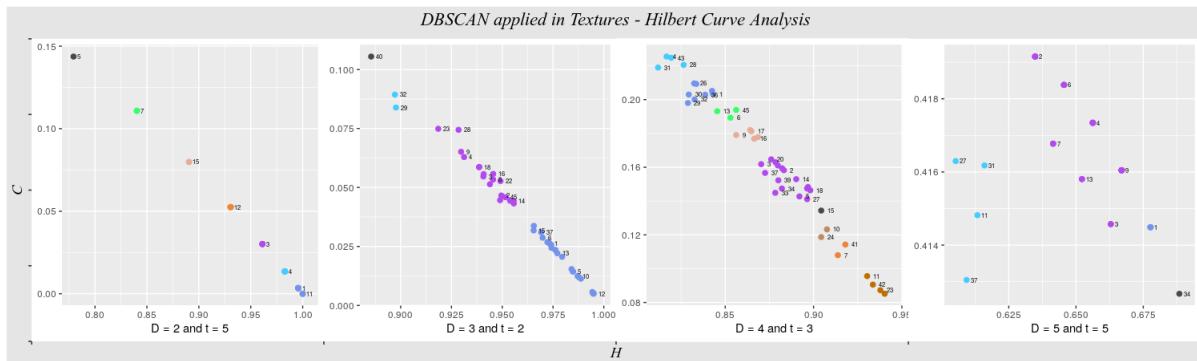


Figure 6. Clusterização aplicada sobre o Plano Entropia-Complexidade

153 5.2. Imagens SAR

154 Amplamente utilizadas no reconhecimento de características e padrões geográficos, imagens de
 155 radar de abertura sintética (SAR) são ricas em informações de textura. Para esta análise, três imagens
 156 SAR com diferentes regiões foram usadas, são elas:

- 157
- Parque Nacional Sierra del Lacandon, Guatemala (adquirido em 10 de abril de 2015),
 158 disponível em https://uavstar.jpl.nasa.gov/cgi-bin/product.pl?jobName=Lacand_30202_15043_006_150410_L090_CX_01#dados;
 - Regiões oceânicas do Cabo Canaveral (adquirido em 22 de setembro de 2016);
 - Área urbana da cidade de Munique, na Alemanha (adquirido em 5 de junho de 2015).

162 As imagens usadas neste experimento são resultados da banda HHHH SAR e assim como as
 163 amostras das texturas de Brodatz, cada amostra de SAR é representada por uma subimagem de
 164 128 × 128.

165 Um total de 160 amostras foram consideradas durante a investigação, sendo 40 amostras de cada
 166 categoria de regiões, são elas: regiões florestais da Guatemala; regiões oceânicas de Cape Canaveral
 167 com comportamento 1; regiões oceânicas de Cape Canaveral com comportamento 2 e regiões urbanas
 168 da cidade de Munique. Para ilustrar melhor o conjunto de amostras gerado, a figura 7 exemplifica
 169 cada uma das categorias presentes.

170 Novamente foram feitas três análises seguindo a metodologia proposta. Como pode ser observado
 171 na figura 8, embora apresentem formas semelhantes de varredura, podemos verificar que existe uma
 172 discrepância nos sinais gerados pelas curvas de rasterização.

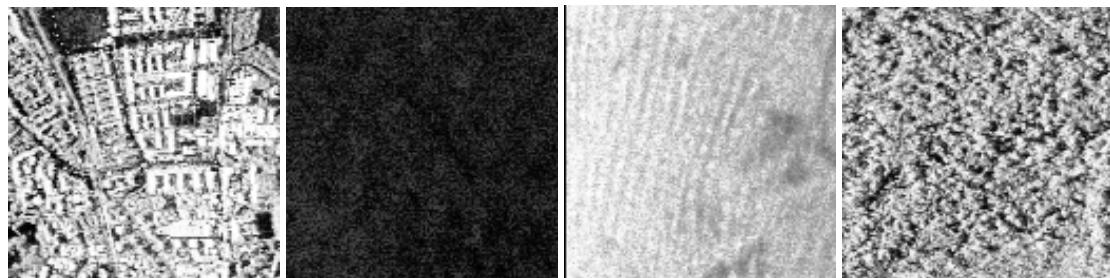


Figure 7. Tipos de regiões analisadas: (a) Regiões urbanas; (b) Região Oceânica Tipo 1; (c) Região Oceânica Tipo 2 e (d) Regiões Florestais.

Neste trabalho, demos mais atenção ao resultado da caracterização obtida por meio da curva de Hilbert. Na figura 9 podemos visualizar o resultado da caracterização das diferentes regiões analisadas e notar algumas considerações:

1. Os pontos de regiões de Cape Canaveral com comportamento diferentes se misturam em grande parte dos gráficos. Este comportamento se assemelha ao teste de impacto da equalização dos histogramas de intensidade realizado no exemplo anterior. Como ilustrado na figura 7, as texturas possuem características visuais semelhantes, sendo esperado que seus valores de entropia e complexidade também se assemelhem.
2. Com o aumento do parâmetro τ verificamos que os pontos das áreas florestais da Guatemala ficam mais dispersos, com uma complexidade estatística maior e consequentemente com uma menor entropia. Quando observamos $\tau = 1$, a entropia das amostras estão próximas do valor máximo, indicando que se tratam de texturas pouco uniformes e com um alto grau de incoerência, assim como observado na figura 7.
3. A caracterização das amostras de áreas urbanas de Munique nos mostra que quanto maior o parâmetro D menor a entropia e maior a complexidade estatística dos respectivos sinais unidimensionais. Tal fato se deve ao aumento de informação fornecida pelos sinais. Uma vez que estamos analisando regiões urbanas, quanto maior a área de interesse da análise maior a ocorrência de padrões e estruturas na dinâmica dos sinais verificados.

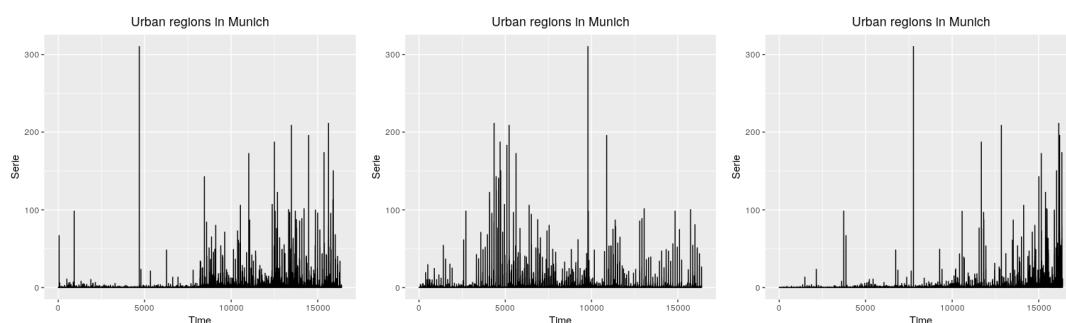


Figure 8. Análise dos sinais de uma amostra de região urbana de Munique seguindo as três curvas de varredura: (a) Curva de Hilbert; (b) Raster-1 e (c) Raster-2

6. Conclusões e trabalhos futuros

A partir dos resultados apresentados, podemos concluir que, para os exemplos tratados, a utilização de *space filling curves* aliadas à descritores da Teoria da Informação mostram possuir um desempenho discriminativo promissor para análise de texturas, em especial para texturas provenientes de imagens SAR, onde o poder da caracterização pode se tornar uma eficiente ferramenta de análise da semântica de diferentes regiões.

197 Deve-se notar que o presente estudo consiste em uma avaliação preliminar das características
198 propostas, realizada apenas com três imagens SAR. Pesquisas e análises adicionais estão em andamento
199 para avaliar o desempenho discriminante de tais descritores. Além disso, em trabalhos futuros
200 serão levados em consideração a adição de mais um novo parâmetro na caracterização: o parâmetro
201 Alpha. Baseline com técnicas propostas na literatura também será implementado para validar a nossa
202 metodologia.

203 **References**

- 204 1. Lee, J.H.; Hsueh, Y.C. Texture classification method using multiple space filling curves. *Pattern Recognition Letters* **1994**, *15*, 1241 – 1244. doi:[https://doi.org/10.1016/0167-8655\(94\)90114-7](https://doi.org/10.1016/0167-8655(94)90114-7).
- 205 2. Bandt, C.; Pompe, B. Permutation Entropy: A Natural Complexity Measure for Time Series. *Physical review letters* **2002**, *88*, 174102.
- 206 3. Nguyen, P.T.; Quinqueton, J. Space filling curves and texture analysis. 1982.
- 207 4. Gray, R.M. *Entropy and Information Theory*; Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg, 1990.
- 208 5. Brodatz, P. *Textures: A Photographic Album for Artists and Designers*; Dover Publications: New York, 1966.
- 209 6. Sarkar, N.; Chaudhuri, B. Multifractal and generalized dimensions of gray-tone digital images. *Signal Processing* **1995**, *42*, 181 – 190. doi:[https://doi.org/10.1016/0165-1684\(94\)00126-K](https://doi.org/10.1016/0165-1684(94)00126-K).
- 210 7. Lee, W.L.; Hsieh, K.S. A robust algorithm for the fractal dimension of images and its applications to
211 the classification of natural images and ultrasonic liver images. *Signal Processing* **2010**, *90*, 1894 – 1904.
212 doi:<https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2009.12.010>.
- 213 8. Florindo, J.B.; Bruno, O.M. Fractal descriptors based on Fourier spectrum applied to
214 texture analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **2012**, *391*, 4909 – 4922.
215 doi:<https://doi.org/10.1016/j.physa.2012.03.039>.
- 216 9. Gonçalves, W.N.; Machado, B.B.; Bruno, O.M. Texture descriptor combining fractal dimension
217 and artificial crawlers. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **2014**, *395*, 358 – 370.
218 doi:<https://doi.org/10.1016/j.physa.2013.10.011>.
- 219 10. da Silva Oliveira, M.W.; da Silva, N.R.; Manzanera, A.; Bruno, O.M. Feature extraction on local jet
220 space for texture classification. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **2015**, *439*, 160 – 170.
221 doi:<https://doi.org/10.1016/j.physa.2015.06.046>.
- 222 11. Davarzani, R.; Mozaffari, S.; Yaghmaie, K. Scale- and rotation-invariant texture description
223 with improved local binary pattern features. *Signal Processing* **2015**, *111*, 274 – 293.
224 doi:<https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2014.11.005>.
- 225 12. Zunino, L.; Ribeiro, H. Discriminating image textures with the multiscale two-dimensional
226 complexity-entropy causality plane. *Chaos, Solitons & Fractals* **2016**, *91*, 679–688.
227 doi:[10.1016/j.chaos.2016.09.005](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2016.09.005).
- 228 13. Ester, M.; Kriegel, H.P.; Sander, J.; Xu, X. A Density-based Algorithm for Discovering Clusters a
229 Density-based Algorithm for Discovering Clusters in Large Spatial Databases with Noise. Proceedings
230 of the Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. AAAI Press, 1996,
231 KDD'96, pp. 226–231.
- 232 233 234

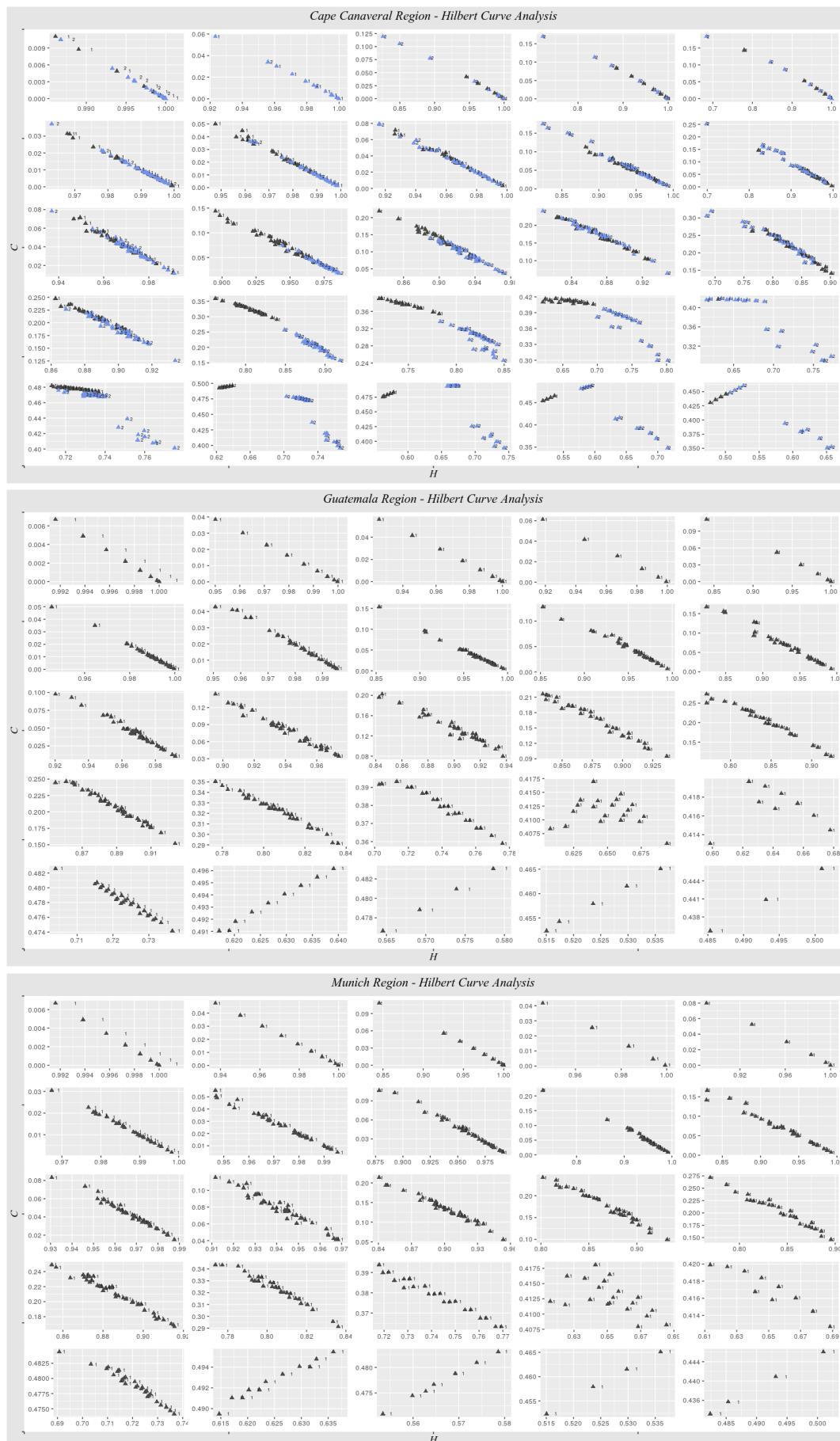


Figure 9. Caracterização resultante da aplicação da curva de Hilbert sobre texturas de diferentes regiões: (a) Cape de Canaveral (pontos azul representam o comportamento 1 e pontos cinza o comportamento 2); (b) Guatemala e (c) Munique.