挑战

n个人一起组队参加了一个挑战,在这个挑战中他们每个人被戴上了一项白色或者黑色的帽子,他们每个人能看到其他人帽子的颜色,但是看不到自己帽子的颜色。

接下来每个人需要根据其他人帽子的颜色来猜测自己帽子的颜色,此外还可以选择不猜。换句话说,每个人的选择有三种:猜黑、猜白、不猜。n个人需要同时给出自己的选择,也 就是说他们的策略不能依赖于其他人的答案。他们获胜的条件为:至少有一个人做出了自己的猜测,且所有作出了猜测的人答案全部正确。

现在这ⁿ个人希望提前制定好策略,使得他们获胜的概率尽可能大(在所有2ⁿ种情形中他们获胜的情形尽可能多)。你能帮帮他们吗?这里假定每个人的策略都是确定性的,也就是 在其他人的帽子颜色确定时,一个人的选择也是确定的。

n = 3, 7, 15.

考虑 3 的时候的一个最优解: 当看到另外两个人相同的时候,就选择反色。那么只有 000 、 111 是非法的, 001 和 010 和 100 依赖于 000 变为合法。实际上,我们就是在 hypercube 上,把点分成大小为 n+1 的组,每组分别是一个菊花。

hybercube 支配集: 给每一位分别权值为 $1 \sim n$,对于每个数 S,求出 $\oplus_{x \in S} x$,取出所有等于 0 的点,这就是一个支配集。

卡常数

给定一个长度为n的正整数序列a和一个正整数k。有g次对数组的单点修改,在第一次修改前和每一次修改后,你需要求出在数组中选出下标相差不超过k的两个(下标不同的)数的和的最大值。某些数据会对输入进行加密。

把数每 k 个分一段,段内的是平凡的,段间的,变为问 $\max_{x < y} a_x + b_y$,这是有结合律的信息,线段树维护就好。 $O(n \log^2 n)$ 。