

Лабораторная работа 4. Методы решения
уравнения переноса. Вариант 2, задание 9

Петраков Иван
МФТИ

2021
Апрель

Описание задачи

Описание задачи представлено на рисунке 1:

Задание № 9

Дифференциальная задача

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} &= e^t; \quad 0 < t \leq 1, \quad 0 < x \leq 1, \\ u(x, 0) &= x + 1; \quad u(0, t) = e^t - t. \end{aligned} \right\}$$

Разностная схема

$$\left. \begin{aligned} D_h &= \left\{ (x_l, t^n) : x_l = hl, hL = 1, l = \overline{0, L}; t^n = n\tau; \tau N = 1, n = \overline{0, N} \right\}, \\ u_l^{n+1} &= u_l^n + \frac{\tau}{2h} (-u_{l-2}^n + 4u_{l-1}^n - 3u_l^n) + \frac{\tau^2}{2h^2} (u_{l-2}^n - 2u_{l-1}^n + u_l^n) + \\ &+ \tau e^{t^n} \left(1 + \frac{\tau}{2} \right), \quad l = \overline{2, L}, n = \overline{0, N-1}; u_l^0 = x_l + 1, l = \overline{0, L}; \\ u_0^n &= e^{t^n} - t^n, \quad n = \overline{1, N}; u_l^n = ?, \quad n = \overline{1, N}. \end{aligned} \right\}$$

Аналитическое решение

Программная реализация и практические исследования

Результаты и обсуждения

В данной работе найдено аналитическое решение поставленной задачи; разностная схема исследована на аппроксимацию, причем порядок аппроксимации, полученный из теоретических соображений и программно, одинаков; разностная схема исследована на устойчивость. Также найдены дополнительные условия, позволяющие детерминировать задачу. Были проведены практические исследования на основе программной реализации решения задачи, используя высокоуровневый язык программирования - Julia.