# 8P - Extra

Exercicis addicionals, relacionats amb molles i amortidors

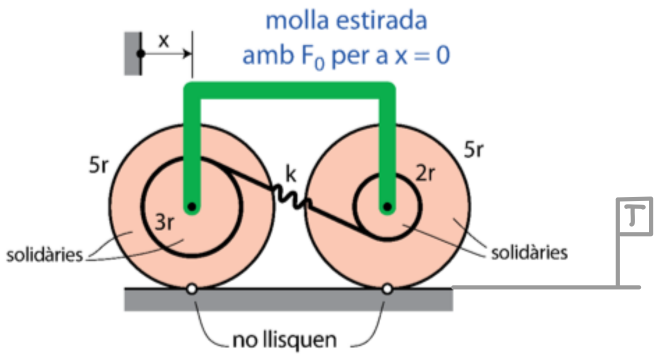
Versió 1.0

Lluís Ros
https://lluisros.github.io/mecanica

En exercicis de molles inserides en fils inextensibles que s'enrotllen a corrons, hi pot haver casos en que calgui calcular les velocitats dels extrems de la molla en una **referència diferent de T**, ja que si les calculem a T no surten longitudinals a la molla (cosa que no permet determinar $\dot\rho$ ). El següent exemple ho il·lustra.

TP-G10, 3 abril 2025

Quina és l'expressió de la força d'atracció de la molla en funció de x ?




RE = Roda esquerra

RD = Roda dreta

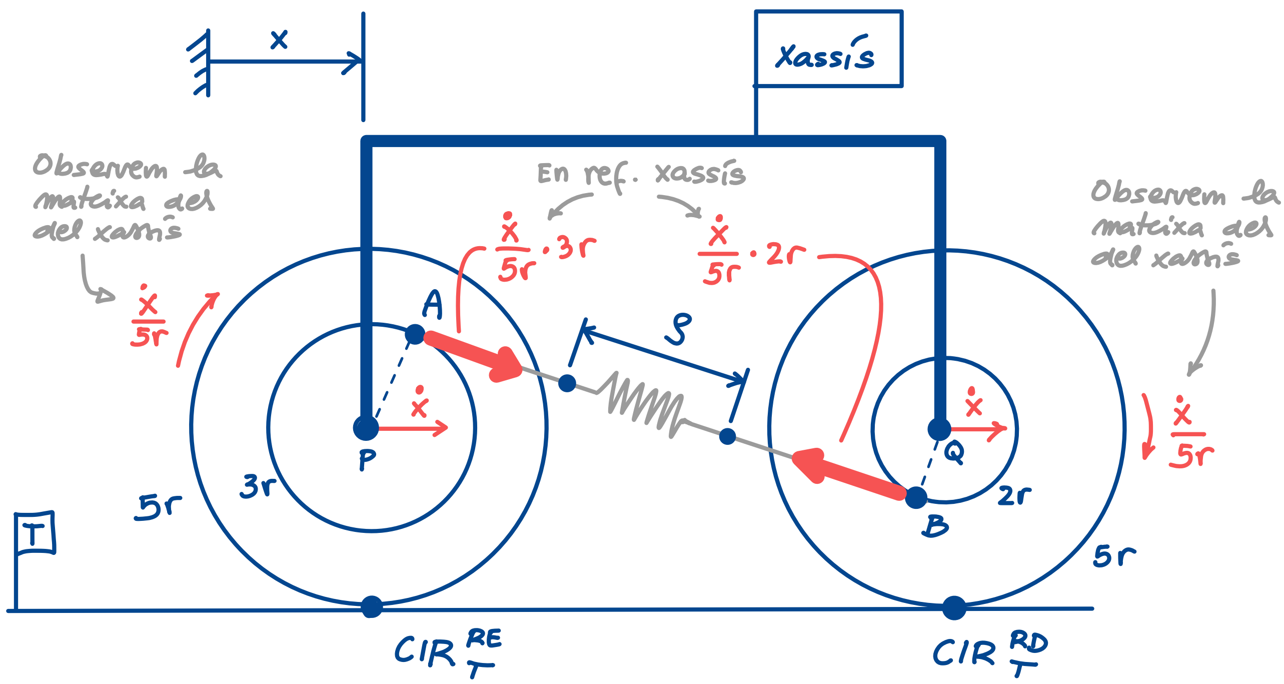
## Solució

Tenim una molla acoplada a un fil inextensible que s'enrotlla sobre corrons ⇒ calcularem $\dot\rho$ i integrarem. Per trobar $\dot\rho$ ens calen les velocitats de A i B en una ref. en la que surtin longitudinals a la molla. Això passa a la ref. xassís (i no a ref. T!):

$$\bar\Omega^{RE}_T = \otimes\,\frac{\dot x}{5r} = \bar\Omega^{RE}_{xassís}$$

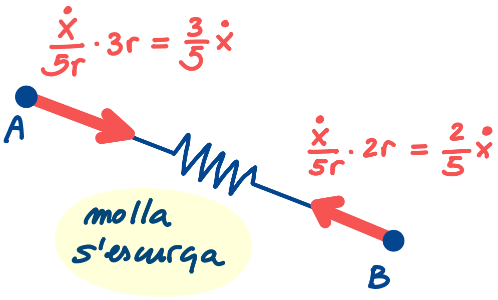
$$\bar\Omega^{RD}_T = \otimes\,\frac{\dot x}{5r} = \bar\Omega^{RD}_{xassís}$$

Des del xassís s'observen les mateixes vel. angulars que des de T, p.q. xassís <u>no gira</u>



En el dibuix anterior: $P = CIR^{RE}_{xassís}$, $Q = CIR^{RD}_{xassís}$, i per tant A i B descriuen, en ref. xassís, trajectòries circulars amb centre a P i Q, respectivament. Això permet deduir ràpidament les velocitats de A i B a la ref. xassís, que tenen la dir. de la molla:

A la ref. xassís tenim




Negatiu p.q. molla s'escurça!

$$\dot\rho = -\left(\frac{3}{5}\dot x + \frac{2}{5}\dot x\right) = -\dot x$$

$$\boxed{\Delta\rho = \int_0^t \dot\rho\, dt = -\int_0^t \dot x\, dt}$$

$$= -\Big(x(t) - \underbrace{x(0)}_{=0}\Big) = -x(t) = \boxed{-x}$$

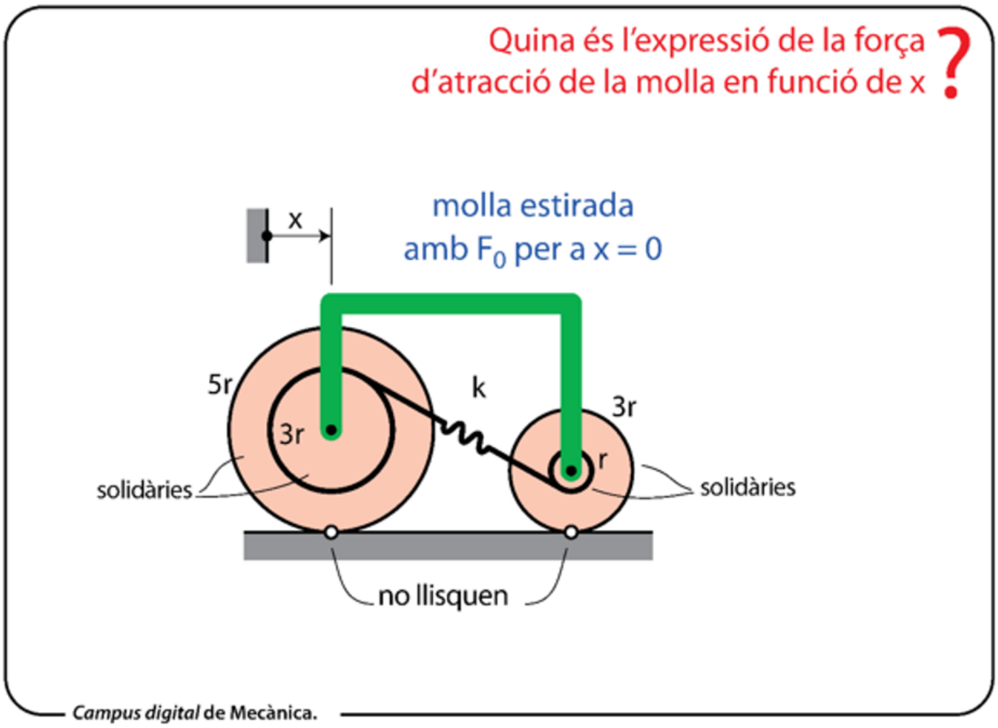
A la config. de referència inicial tenim $x = 0$

Ja no posem la dependència de $t$

Ara ja podem formular la força de la molla. Ho fem amb el criteri d'atracció perquè ens diuen que per $x = 0$ la molla està estirada $\Rightarrow$ Està fent una força atractiva entre els seus extrems $\Rightarrow$ $F_0$ és atractiva:

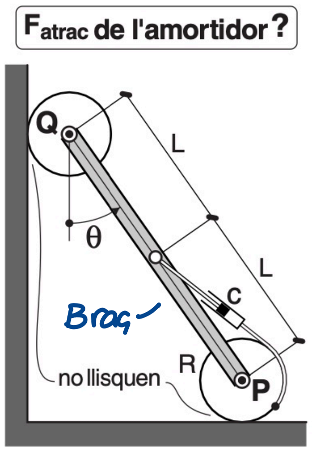
$$\boxed{F_m^{at} = F_0 + K\underbrace{(-x)}_{\Delta\rho} = F_0 - Kx}$$

Si heu entès l'anterior, intenteu resoldre aquest!




Solució:

$$\boxed{F_m^{at} = F_0 - K \frac{14}{15} x}$$




**11** En el sistema de la figura, els corrons rodolen sense lliscar. Els seus centres estan articulats als extrems de la barra **P-Q** de longitud 2L. L'amortidor de constant c actua entre el punt mig de la barra i la perifèria del corró de centre **P**, a la qual es troba unit per un fil que hi és enrotllat i que hi té l'extrem fixat. Quina és l'expressió de la força d'atracció de l'amortidor?

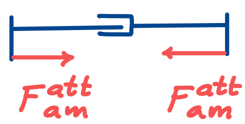
| | | | |
|---|---|---|---|
| **A** | $c\dot\theta 2L\cos\theta$ | **D** | $c\dot\theta(-R+2L\cos\theta)$ |
| **B** | $c\dot\theta(R+2L\cos\theta)$ | **E** | $c\dot\theta 2(-R+2L\cos\theta)$ |
| **C** | $c\dot\theta 2(R+L\cos\theta)$ | | |

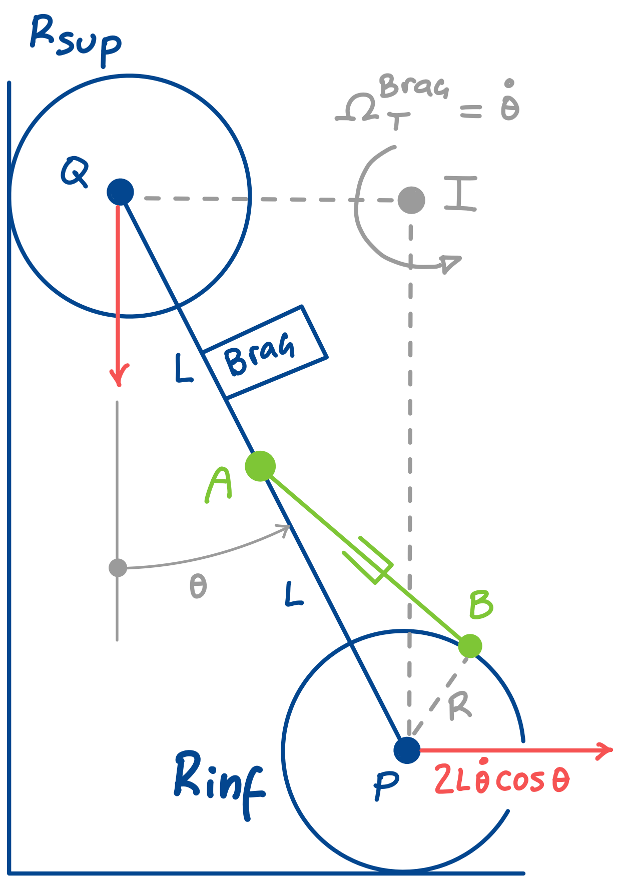
Roda superior — Roda inferior

Sist amb 1 GL : Si $R_{sup}$ gira ↻, θ augmenta, i $R_{inf}$ gira ↻.

Sempre que tinguem almenys 1 extrem d'una molla o amortidor que s'enrotlla en una politja, com aquí, calcularem $\dot\rho$ buscant les velocitats dels extrems.

Com que demanen $F_{am}^{att}$ → Criteri d'atracció:

$F_{am}^{att} = c\dot\rho$ (si $\dot\rho > 0$  )


Busquem $\dot\rho$:

$CIR_T^{Brag} = I$ (fàcil)

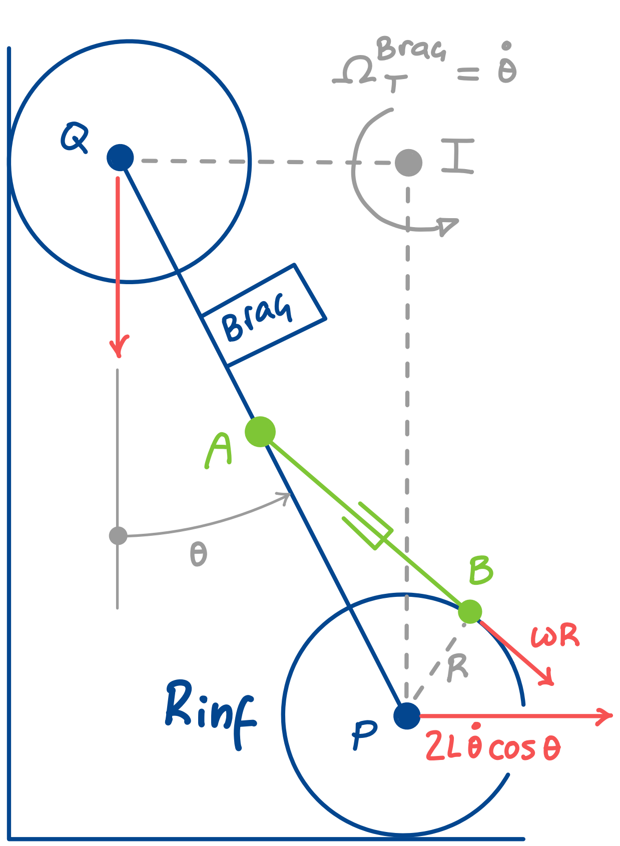
Permet trobar

$\bar{v}_T(P) = (\rightarrow \dot\theta \cdot 2L\cos\theta)$

Ara podríem buscar

$\bar{v}_T(A)$ i $\bar{v}_T(B)$

però no ens van bé per obtenir $\dot\rho$ perquè no són en la dir. de l'amortidor!




A ref. braç, en canvi, la vel. de A és zero, i la de B té la dir. de l'amortidor.

Buscarem $\bar{v}_{Braç}(B)$ !

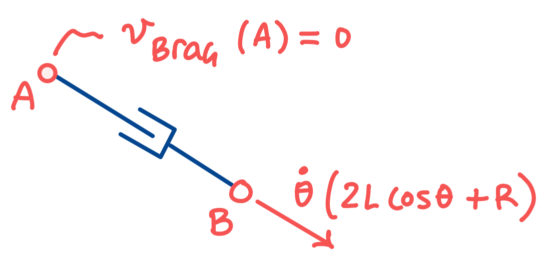
Respecte el braç, Rinf descriu un movim. circular al voltant de P amb vel. angular $\bar\Omega^{Rinf}_{Braç}$ :

$$\bar\Omega^{Rinf}_{T} = \bar\Omega^{Rinf}_{Braç} + \bar\Omega^{Braç}_{T}$$

$$\bar\Omega^{Rinf}_{Braç} = \bar\Omega^{Rinf}_{T} - \bar\Omega^{Braç}_{T} = \left(\overset{\curvearrowright}{\otimes}\, \frac{2L\dot\theta\cos\theta}{R}\right) - \left(\overset{\curvearrowleft}{\odot}\,\dot\theta\right) =$$

$$= \overset{\curvearrowright}{\otimes}\left(\frac{2L\dot\theta\cos\theta}{R} + \dot\theta\right) = \overset{\curvearrowright}{\otimes}\left[\overbrace{\dot\theta\left(\frac{2L\cos\theta + R}{R}\right)}^{\omega}\right]$$

$$\bar{v}_{Braç}(B) = (\searrow \omega R) = \left[\searrow \dot\theta(2L\cos\theta + R)\right]$$

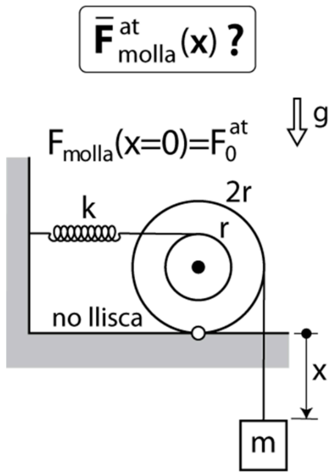



$$\longrightarrow \dot{s} = \dot\theta(2L\cos\theta + R)$$

Finalment, doncs :

$$\boxed{F^{at}_{am} = c\,\dot\theta(2L\cos\theta + R)}$$

# Q11 abril 2024




**11** La molla lineal té un extrem unit a la paret i un altre a un fil inextensible que s'enrotlla sobre el perímetre intern d'una roda de radi r, solidària a la roda de radi 2r. El bloc de massa m penja d'un fil, també inextensible, que es manté sempre vertical i s'enrotlla sobre el perímetre de la roda de radi 2r. Si per a $x=0$ la molla exerceix una força d'atracció $F_0^{at}$ entre els seus extrems, quina és l'expressió de la força d'atracció de la molla en funció de x?

**A** $F_0^{at}+(1/2)kx$

**B** $F_0^{at}+(3/2)kx$

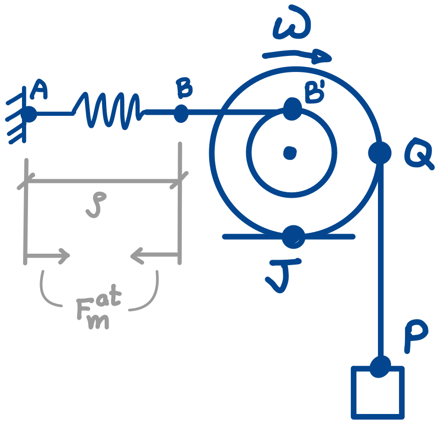
**C** $F_0^{at}-(1/2)kx$

**D** $F_0^{at}-(3/2)kx$

**E** $F_0^{at}+kx$

Suposem que la roda gira amb $\bar\Omega_T^{roda} = \otimes\omega$. Clarament:

$$\bar\Omega_T^{cable\ QP} = \bar 0 \Rightarrow \bar v_T(Q) = \bar v_T(P)$$




$$\bar v_T(Q)\big]_{vert} = \underbrace{\bar v_T(P)\big]_{vert}}_{\text{cable inextensible}} = (\downarrow \dot x)$$

$$\bar v_T(Q) = (\otimes\omega)\times\overline{JP} = (\searrow\ \omega\, 2r\sqrt2)$$

Trobem $\omega$ imposant $\bar v_T(Q)\big]_{vert} = (\downarrow\dot x)$:

$$\underbrace{(\downarrow \omega 2r)}_{\bar v_T(Q)]_{vert}} = (\downarrow \dot x) \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\dot x}{2r}}$$

Ara

$$\bar v_T(B) = \bar v_T(B') = \overbrace{\left(\otimes\ \frac{\dot x}{2r}\right)}^{\bar\Omega_T^{roda}} \times \overbrace{(\uparrow 3r)}^{\overline{JB'}} = \left(\rightarrow \frac32\dot x\right) \Rightarrow \boxed{\dot\rho = \frac32\dot x}$$

$$\Delta\rho = \int_0^t \frac32\dot x\,dt = \frac32\big(x(t)-x(0)\big) = \frac32 x$$

Per $x=0$ (config. inicial molla), tenim $F_0^{at}$ (atractiva) ⇒ Crit. atracció:

$$\boxed{F_m^{at} = F_0^{at} + k\,\frac32\,x}$$