

7P

Molles i amortidors


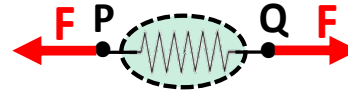
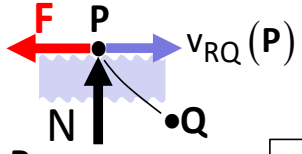
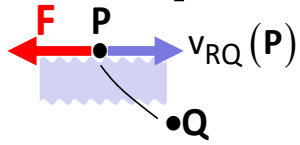

Contacte partícula superfície

Condicions límit d'enllaç

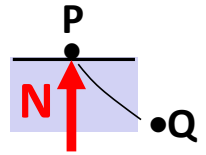
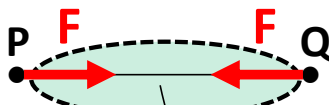
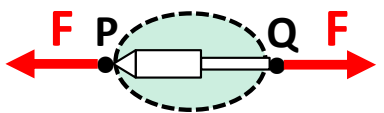
Classificació de forces d'interacció

Forces formulables

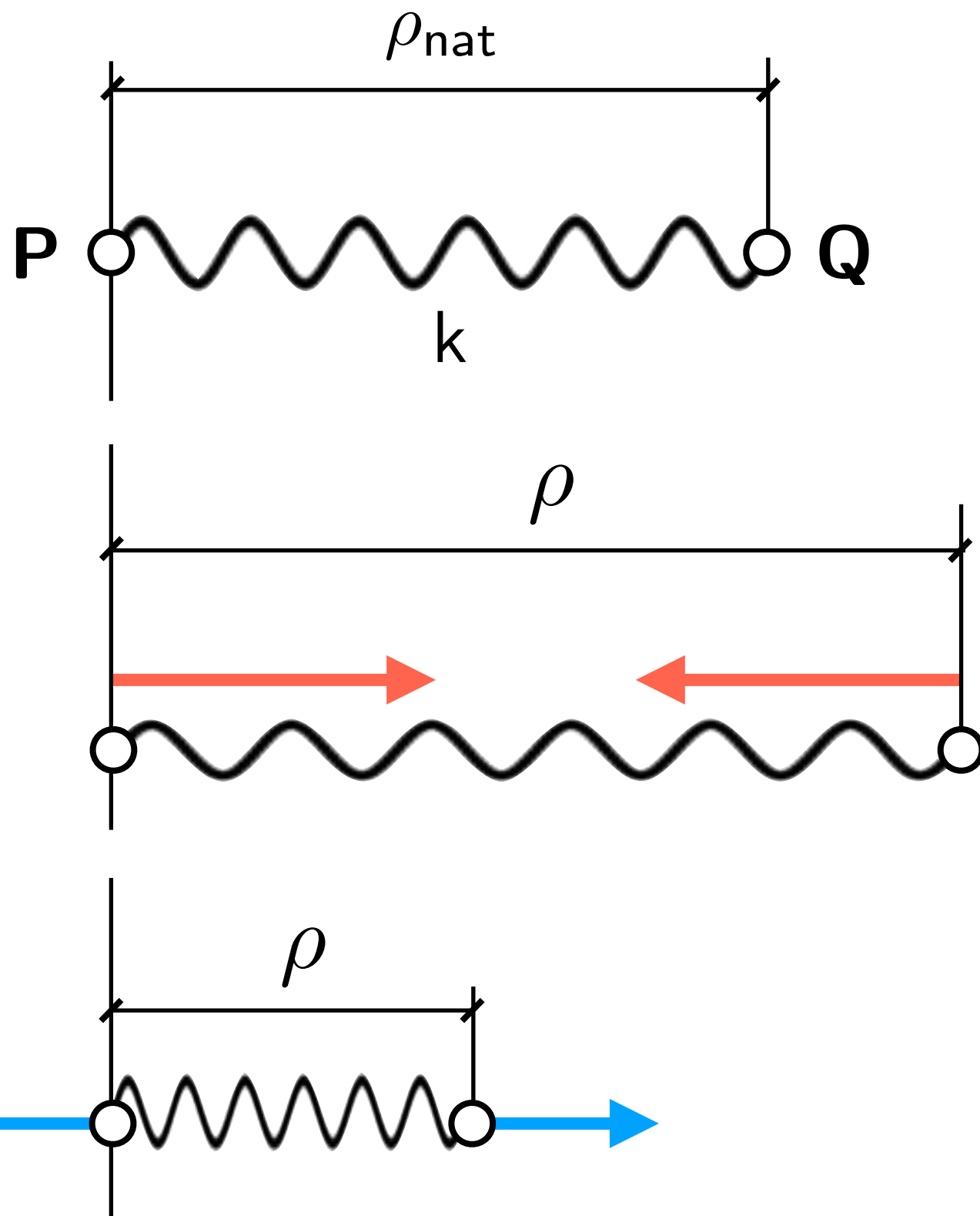
ρ = separació entre **P** i **Q**

- (1) $F_{Q \leftrightarrow P} = f(\rho)$
- Directes:  $F_{Q \leftrightarrow P} = G(m_P m_Q / \rho^2)$
 - Indirectes:  $\Delta F_{Q \leftrightarrow (EI) \leftrightarrow P} = k \Delta \rho$
- (2) $F_{Q \leftrightarrow P} = f(\dot{\rho})$
friccions
- Directes:
 - Coulomb:  $F_{Q \leftrightarrow P} = \mu N$
 - viscós:  $F_{Q \rightarrow P} = c v_{RQ}(P)$
 - Indirectes:  $F_{Q \leftrightarrow (EI) \leftrightarrow P} = c \dot{\rho}$

Forces no formulables

- (3) Enllaç $F_{Q \leftrightarrow P} = ??$
- Directes: 
 - Indirectes:  fil inextensible
- (4) Actuadors - Indirectes:
- $F_{Q \leftrightarrow P} = ??$ incògnita
 - $F_{Q \leftrightarrow P} = F(t)$ dada
- 

Molles i amortidors



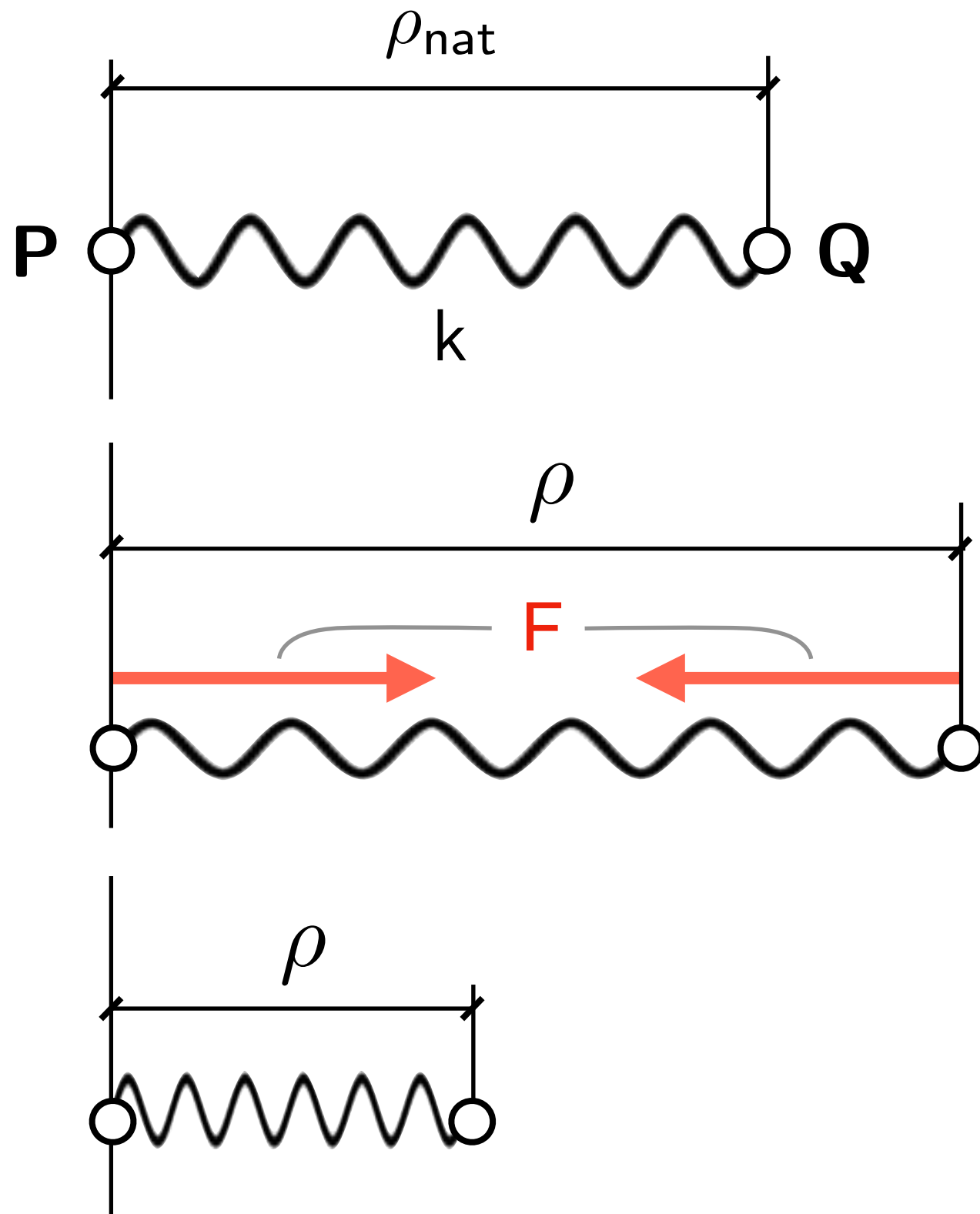
Molla distesa

L'estirem

$$\rho > \rho_{\text{nat}}$$

L'escurcem

$$\rho < \rho_{\text{nat}}$$



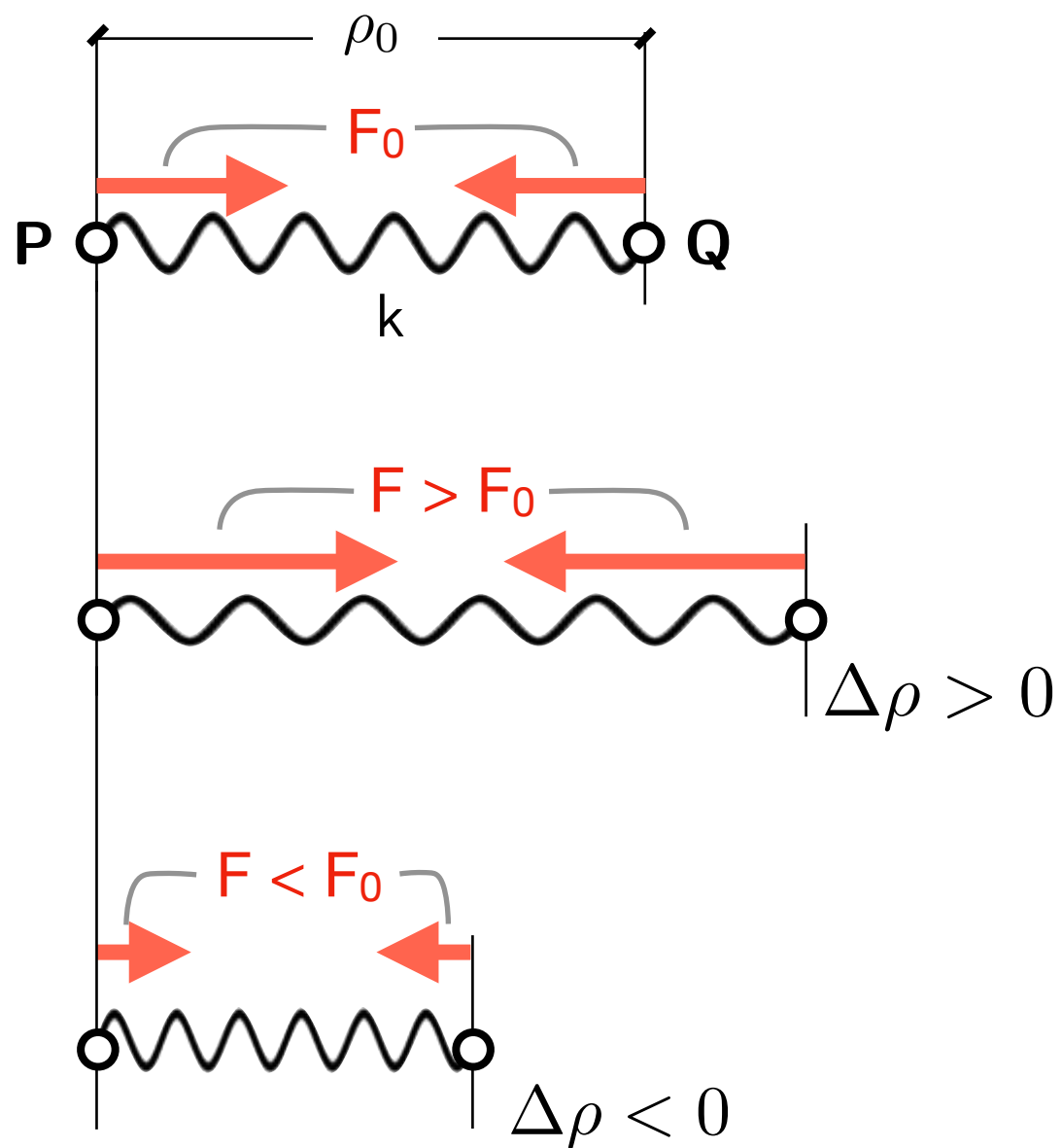
Si la dibuixem atractiva

$$F = k \underbrace{(\rho - \rho_{\text{nat}})}_{\Delta \rho}$$

Criteri d'atracció

$$F_{\text{molla}}^{\text{at}} = F_0 + k \Delta\rho$$

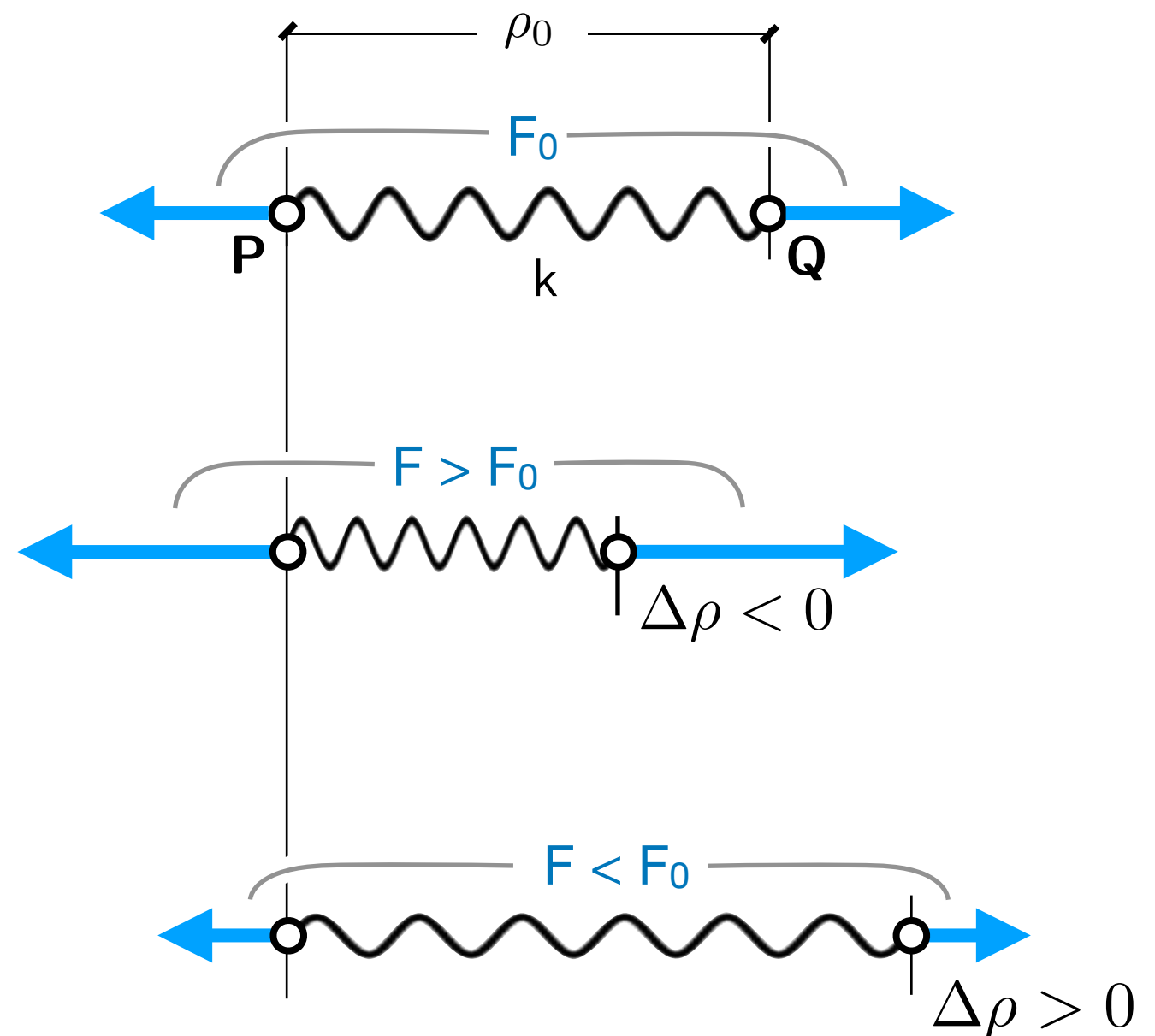
Config. inicial: atracció



Criteri de repulsió

$$F_{\text{molla}}^{\text{at}} = F_0 - k \Delta\rho$$

Config. inicial: repulsió



Criteri d'atracció

$$F_{\text{molla}}^{\text{at}} = F_0 + k \Delta\rho$$

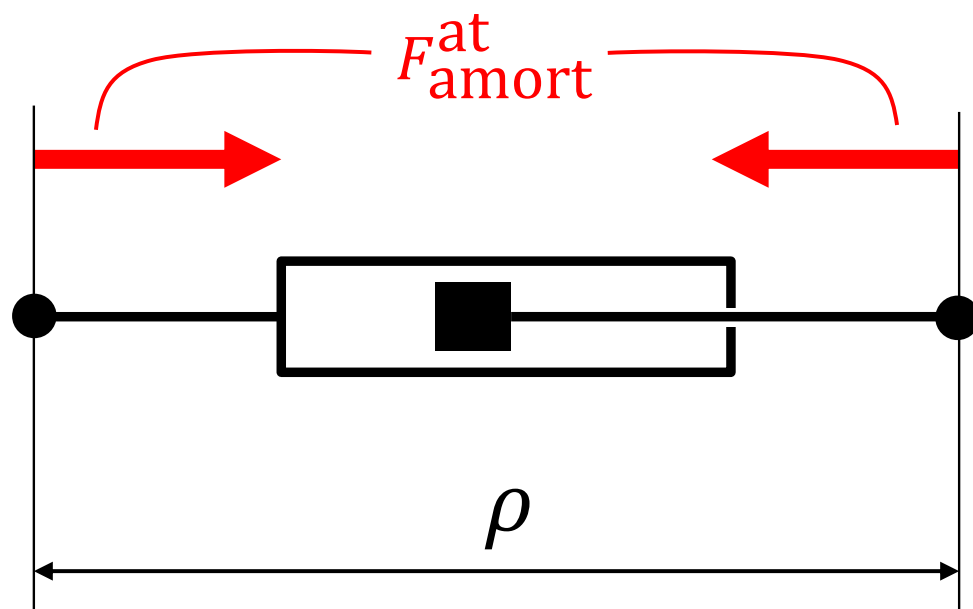
Criteri de repulsió

$$F_{\text{molla}}^{\text{at}} = F_0 - k \Delta\rho$$

Cal formular-los en funció de les coordenades
que descriuen la configuració del sistema

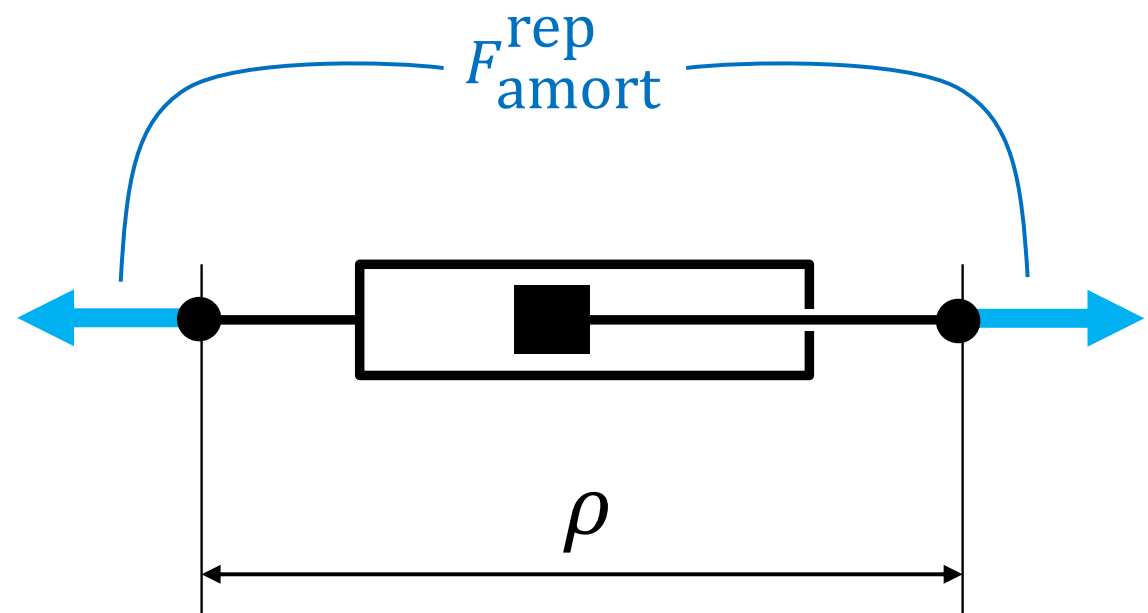
Criteri d'atracció

$$F_{\text{amort}}^{\text{at}} = c \cdot \dot{\rho}$$



Criteri de repulsió

$$F_{\text{amort}}^{\text{rep}} = -c \cdot \dot{\rho}$$



Criteri d'atracció

$$F_{\text{amort}}^{\text{at}} = c \cdot \dot{\rho}$$

Criteri de repulsió

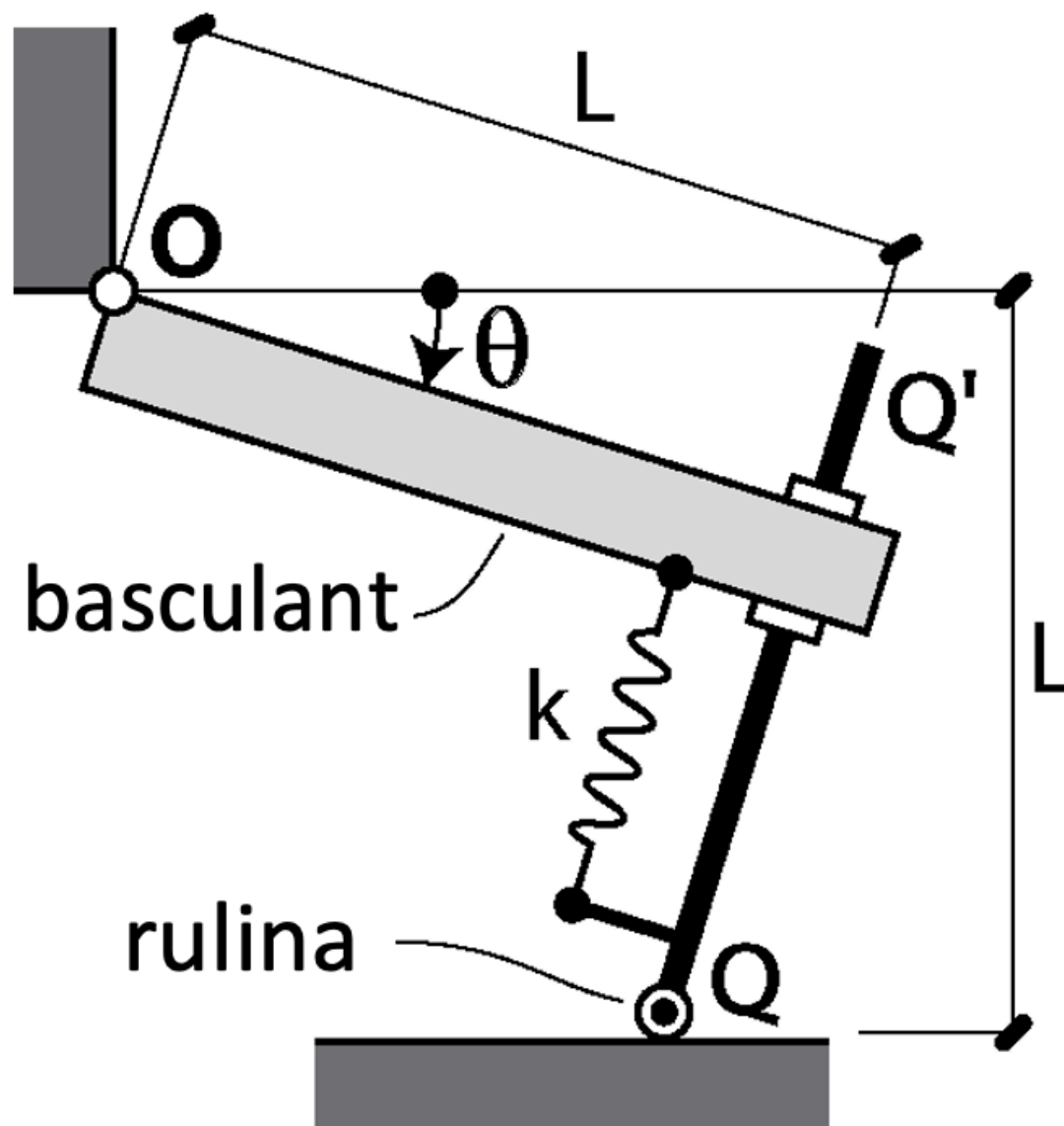
$$F_{\text{amort}}^{\text{rep}} = -c \cdot \dot{\rho}$$

Cal formular-los en funció de les coordenades
que descriuen la configuració del sistema

Exercicis molles i amortidors

La barra **QQ'** liscia respecte del basculant

Equilibri per a $\theta = 0$, $F_m(\theta = 0) = F_0$



$F_{molla}^{rep}(\theta)$?

$F_{\text{molla}}(x)$?



F_0 per a $x=0$

k

x

$2R$

corrons solidaris

R

α

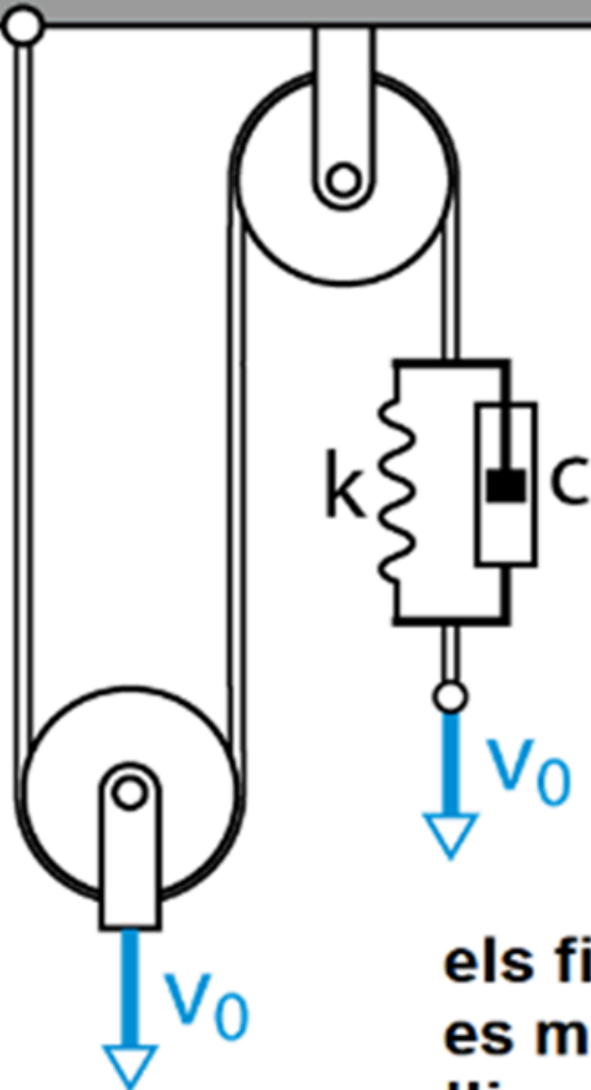
no llisca



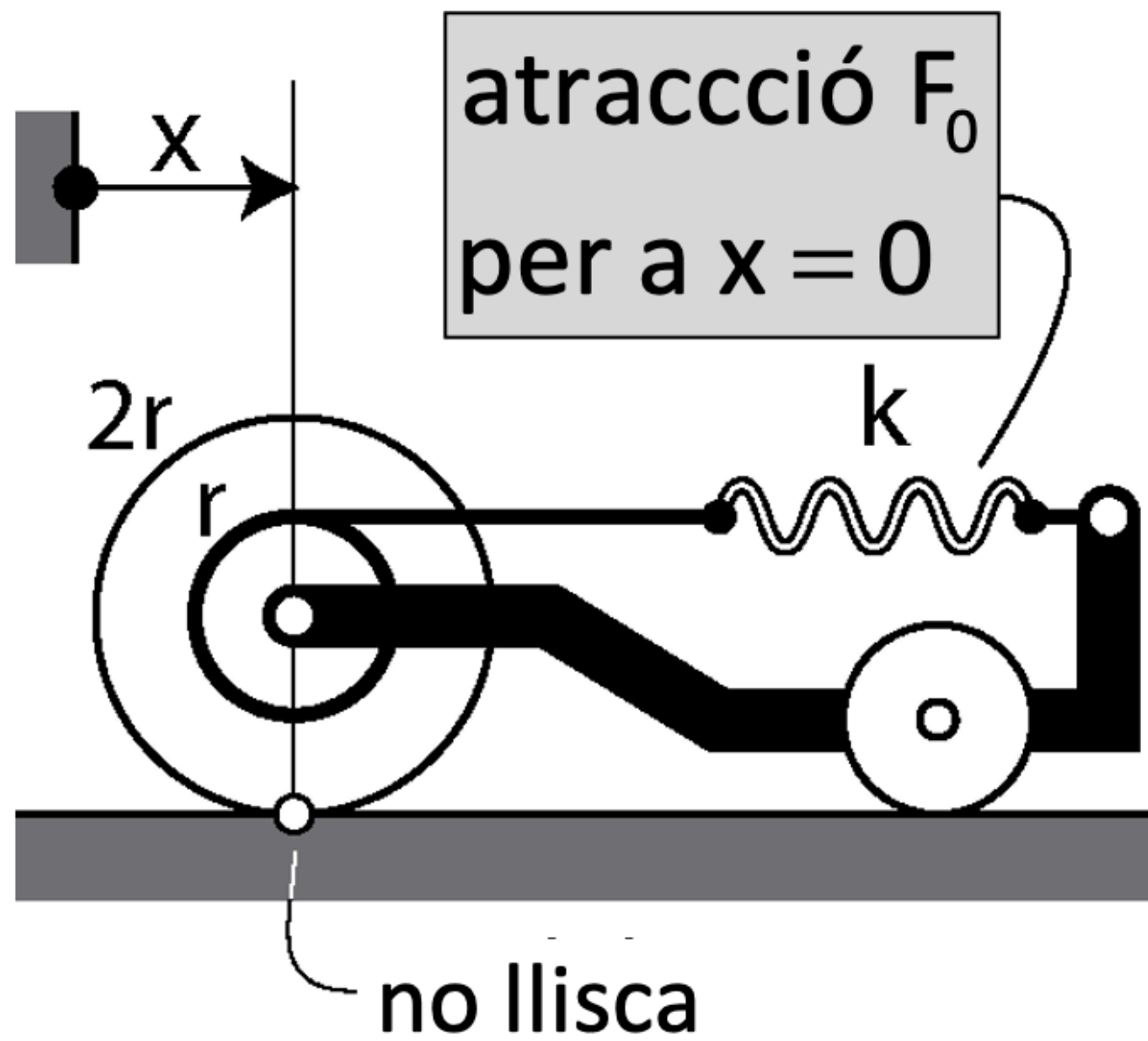
Q 9, juny 2007

© J. Agulló — **7P**

força de l'amortidor?



els fils són inextensibles,
es mantenen tibats i no
llisquen sobre les politges



$F_{\text{molla}}^{\text{atracc}}(\theta) ?$

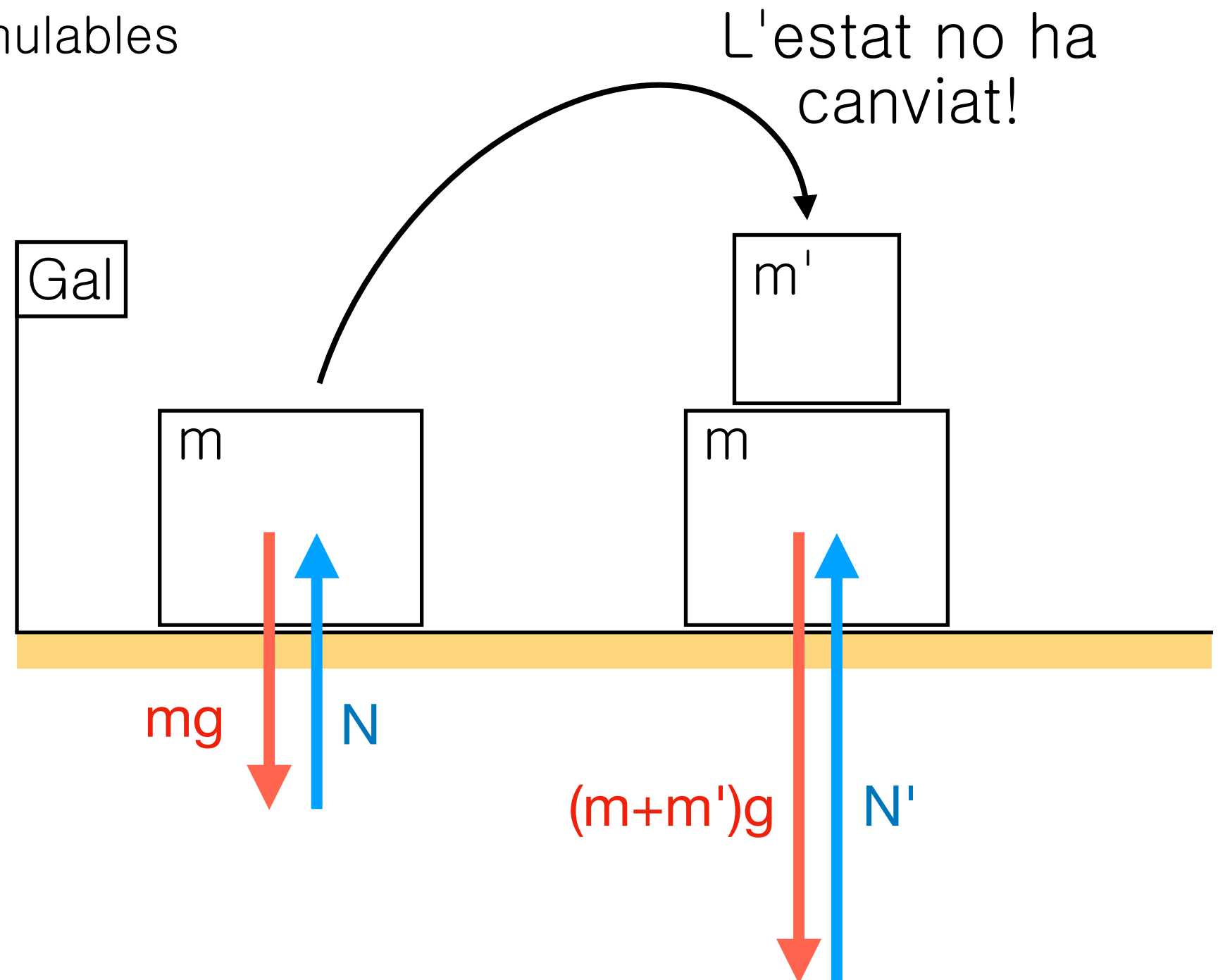
Contacte partícula–superfície

Condicions límit d'enllaç

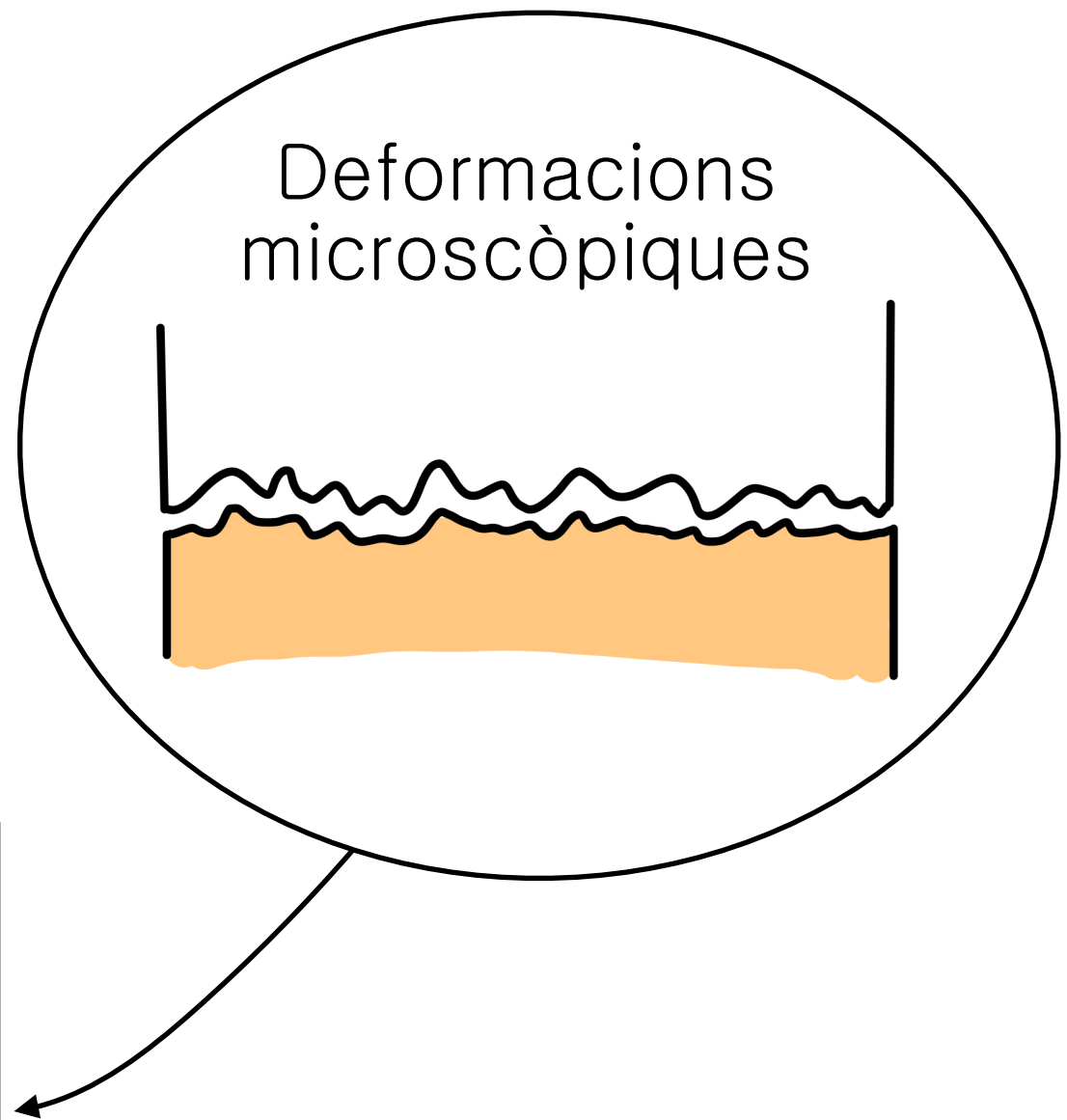
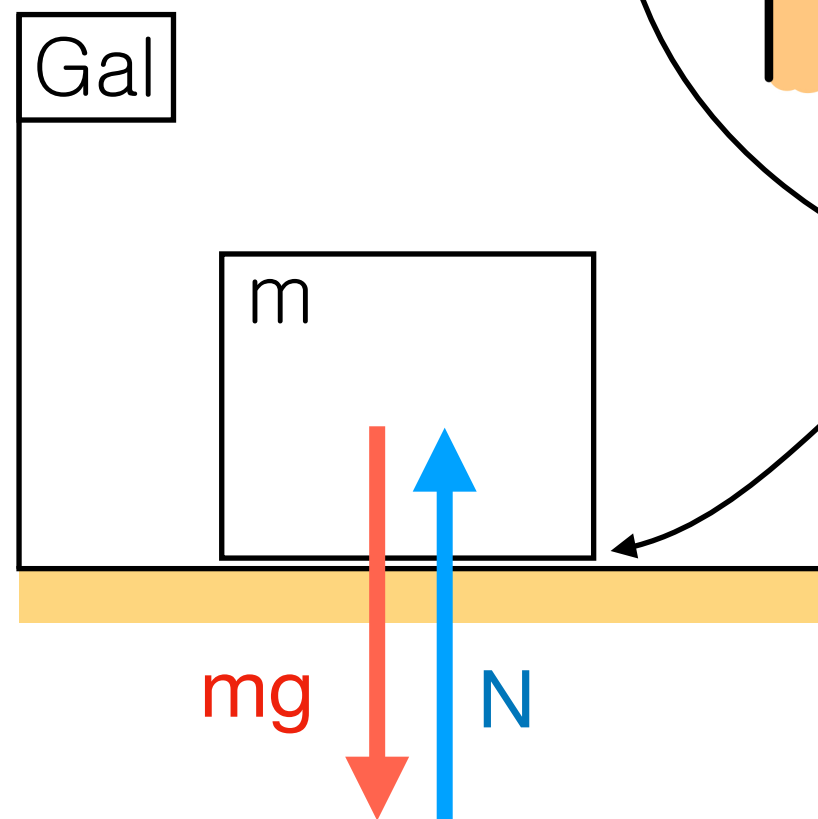
Forces d'enllaç

- Restringeixen el moviment relatiu entre partíc. per garantir un enllaç
- Prenen el valor que calgui per garantir l'enllaç
- No formulables

Gravetat ✓
Molles ✗
Fricció ✗
Actuadors ✗
Enllaç ✓



A què es
deuen?



Condicions límit d'enllaç

Per garantir l'enllaç

$$N < N_{\text{rotura}}$$

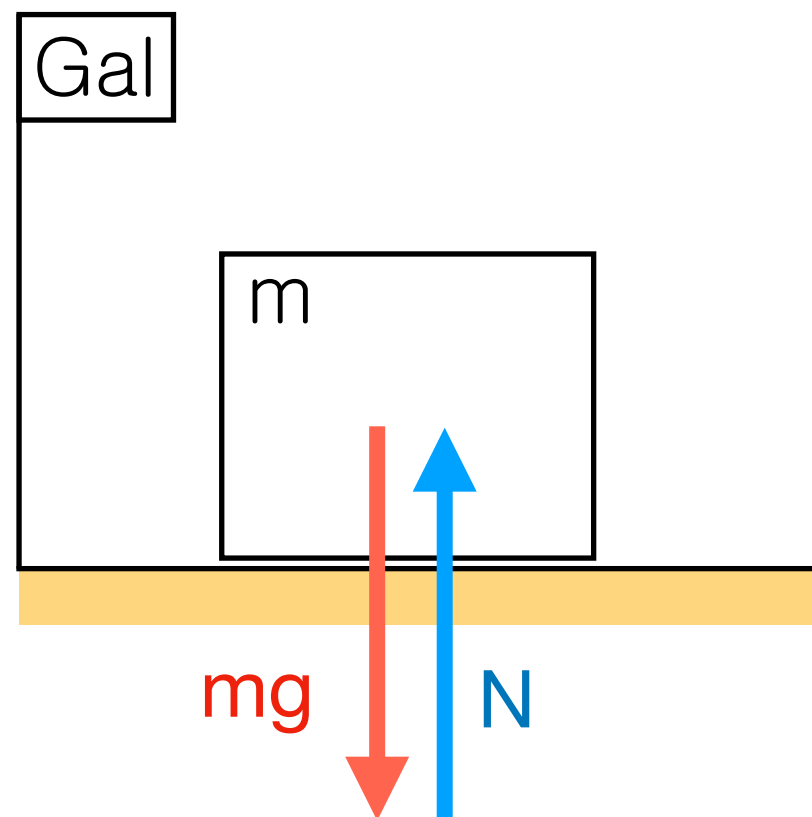
$$N > 0$$



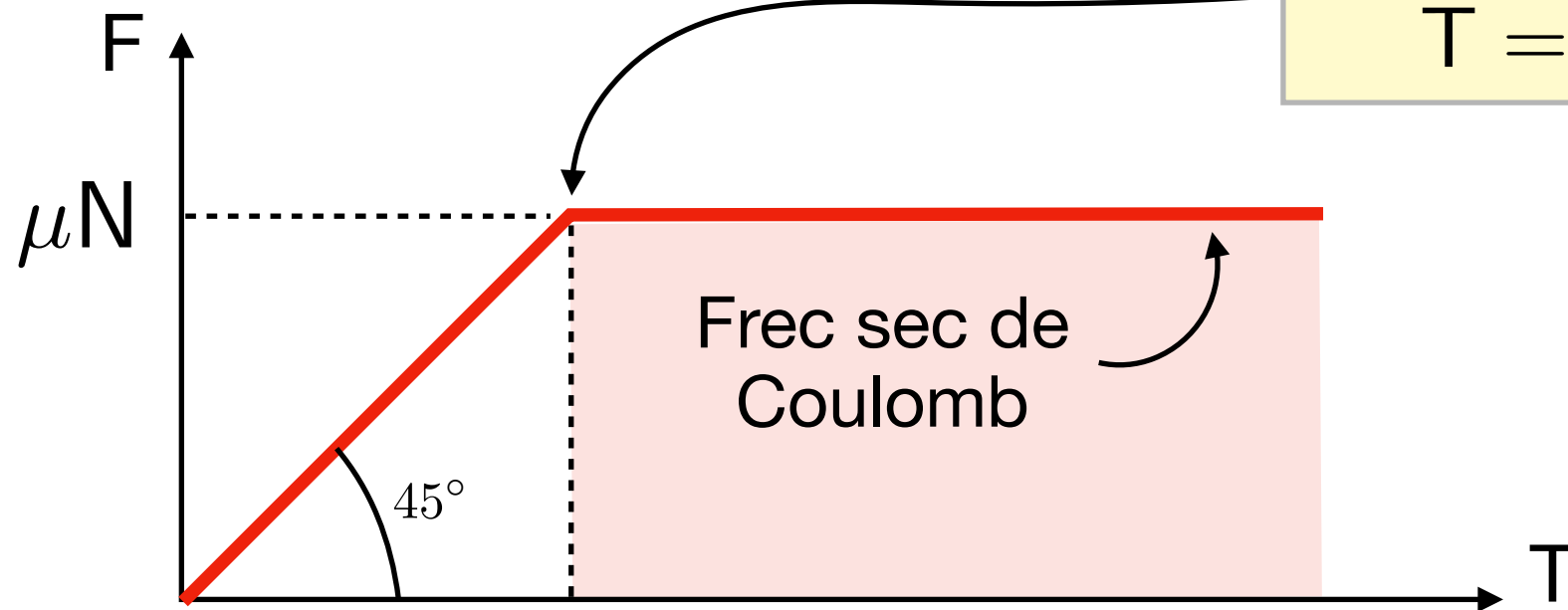
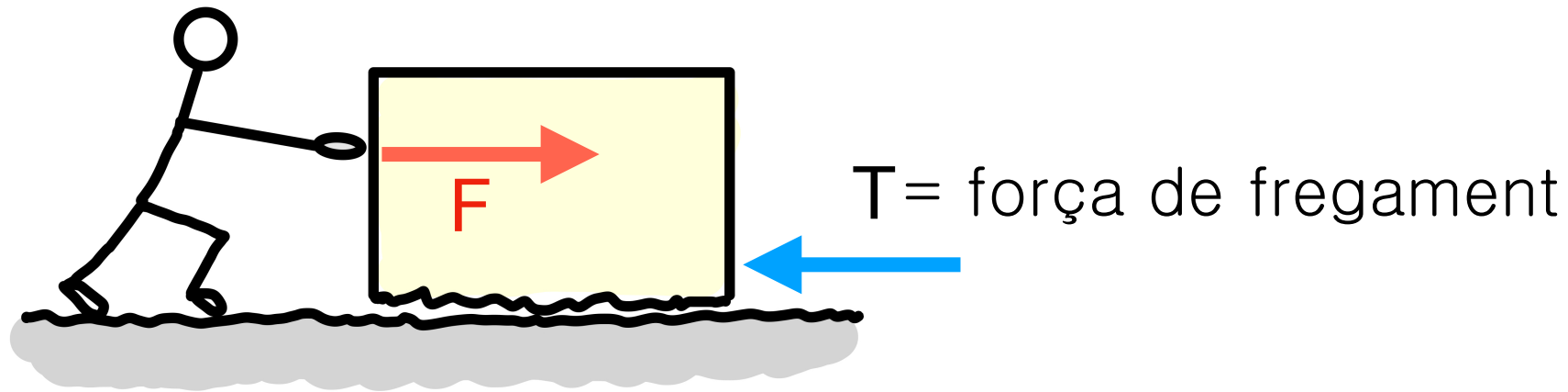
Condicció límit

$$N = N_{\text{rotura}}$$

$$N = 0$$



F enllaç degudes a fregament



fregament sense mov relatiu

T és d'enllaç

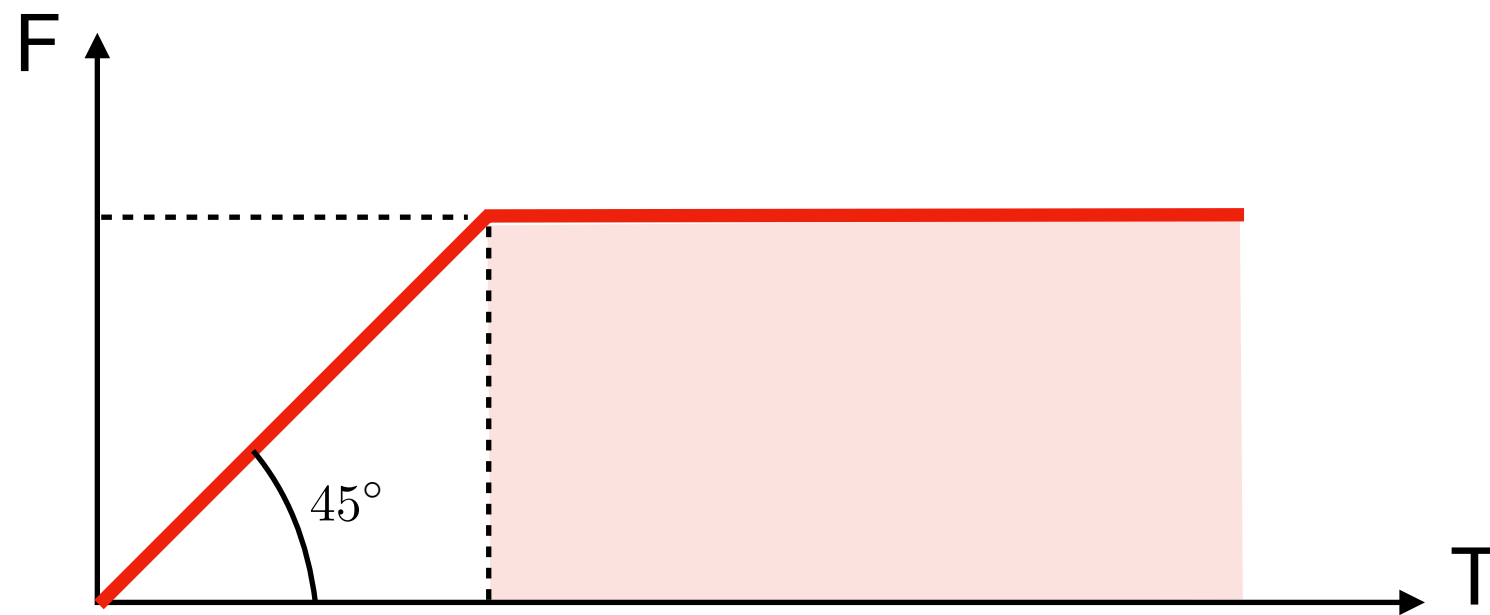
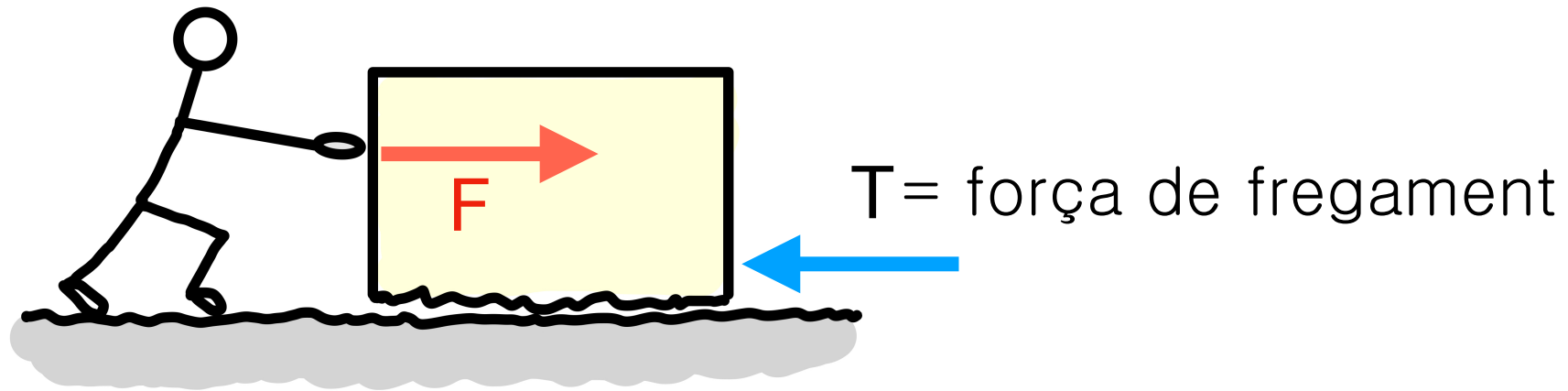
No és formulable

fregament amb lliscament = fricció

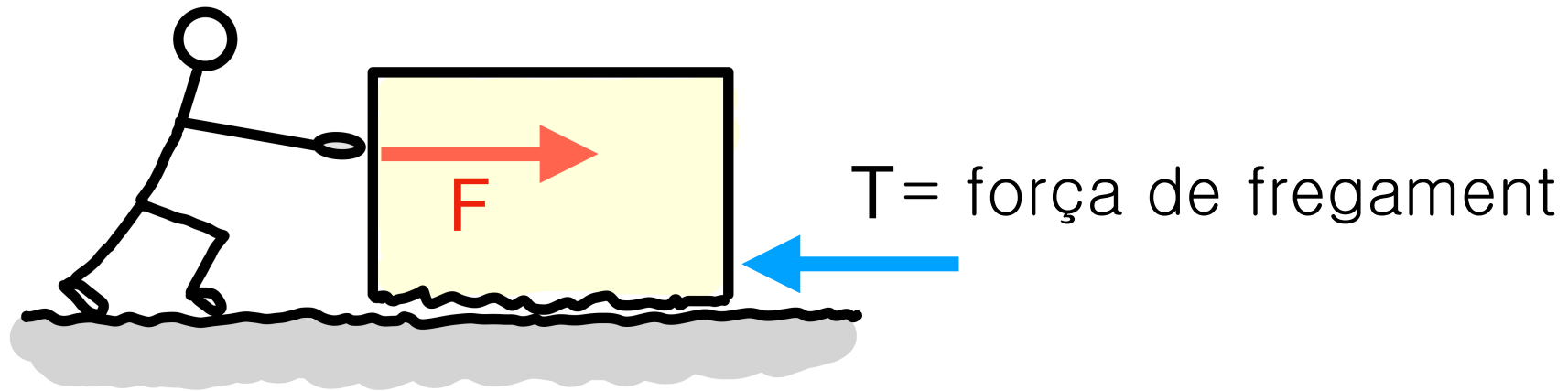
T no és d'enllaç

És formulable $T = \mu N$

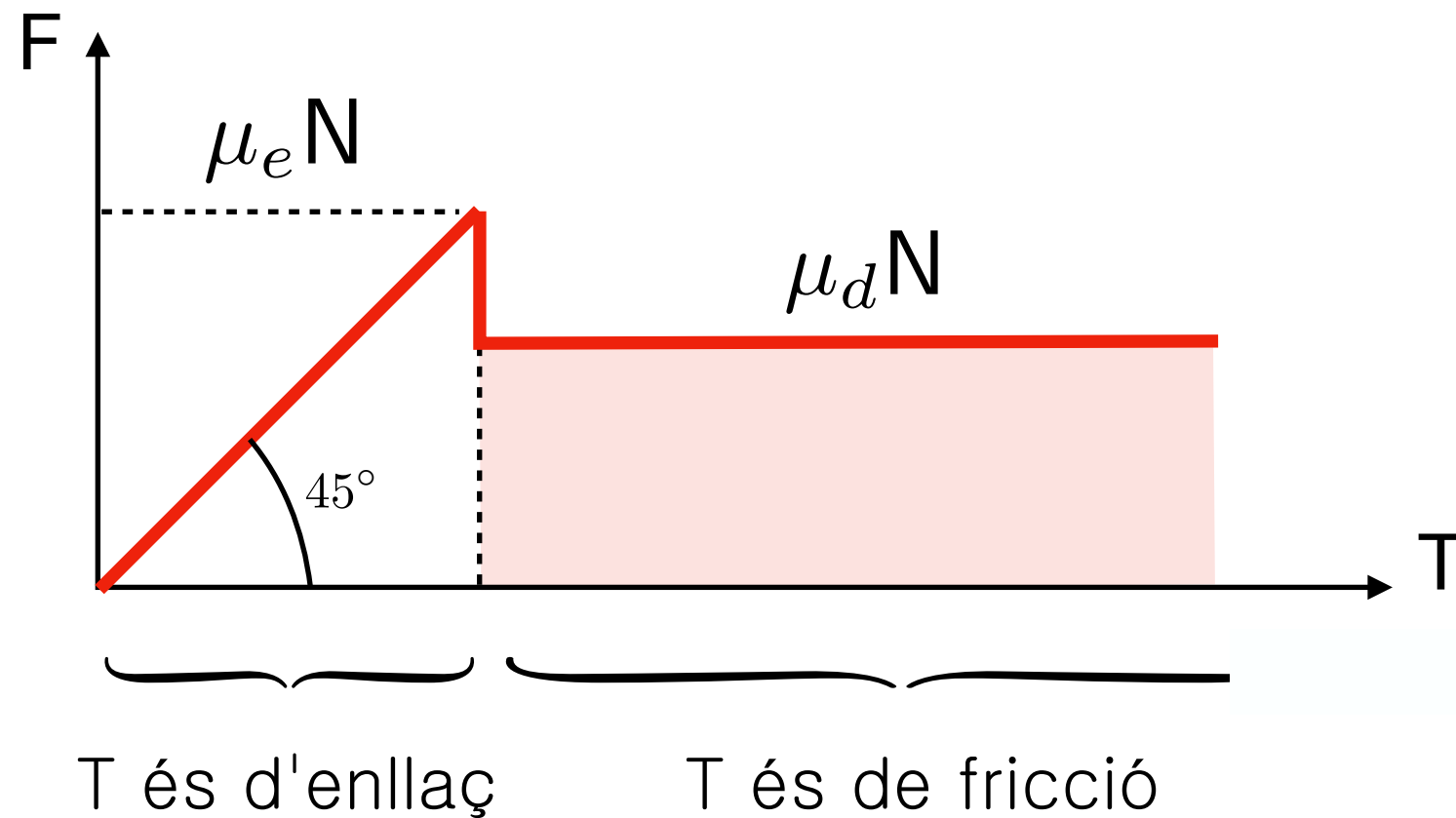
F enllaç degudes a fregament



F enllaç degudes a fregament



Model
més
acurat



Hipòtesi inicial de no lliscament

En resoldre un problema, típicament:

- Suposarem \nexists lliscament
- Resoldrem el problema
- Si surten valors que violen les cond. límit d'enllaç:

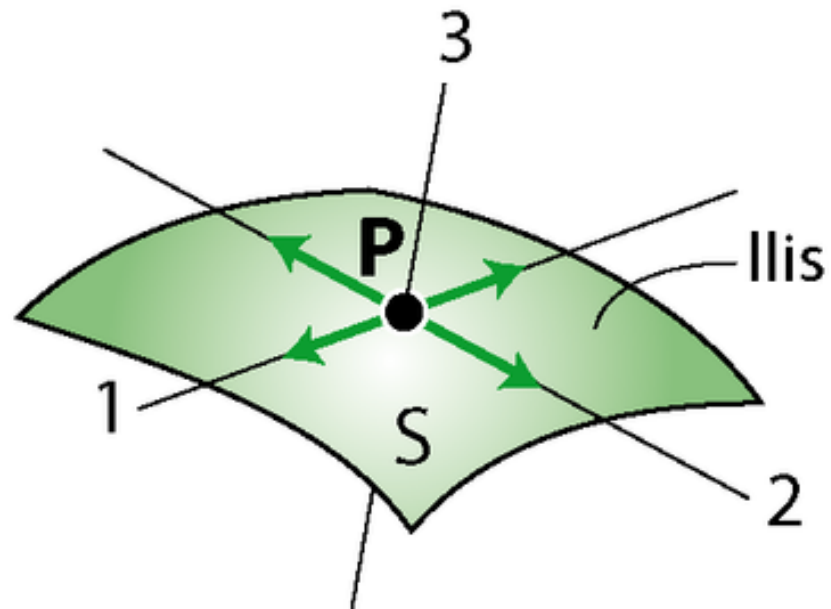


Refarem problema suposant \exists lliscament

Caracterització de forces d'enllaç

P sobre S llisa

velocitats permeses

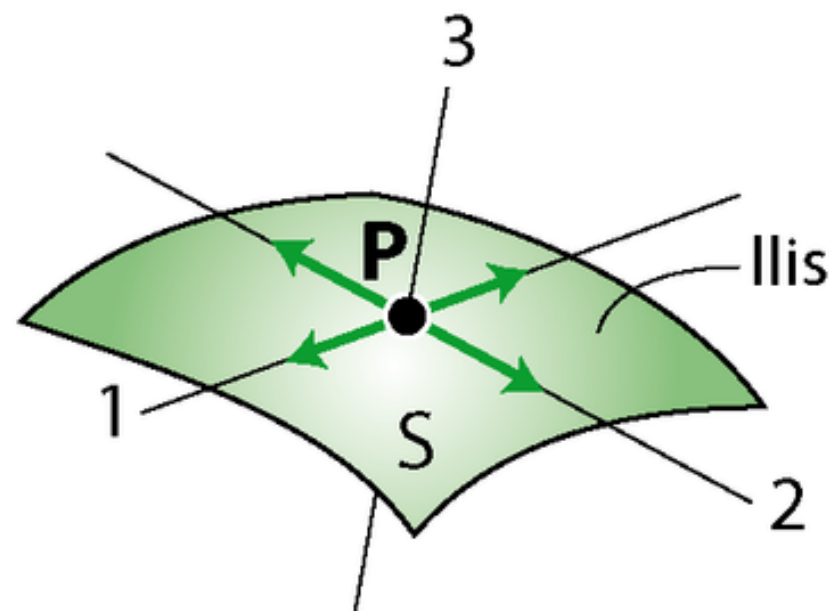


$$\{\bar{\mathbf{v}}_S(\mathbf{P})\} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Caracterització de forces d'enllaç

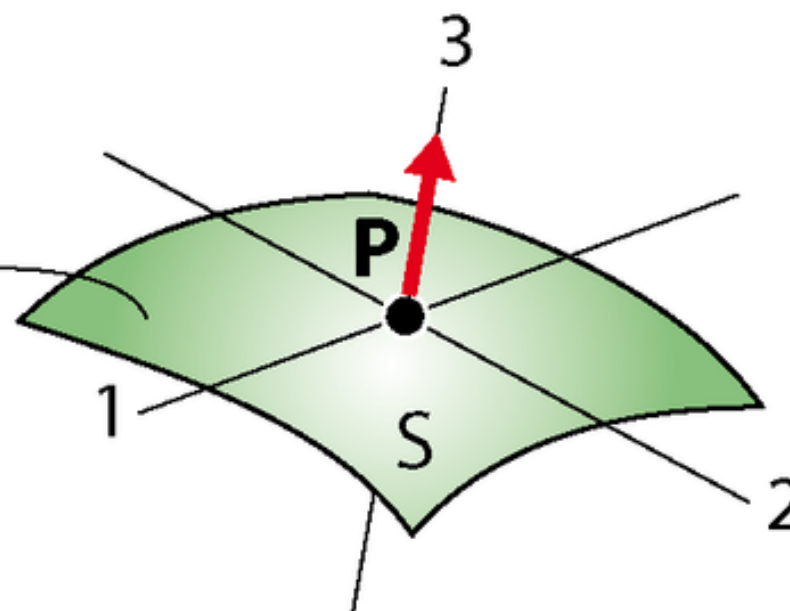
P sobre S llisa

velocitats permeses



$$\{\bar{\mathbf{v}}_S(\mathbf{P})\} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

força d'enllaç

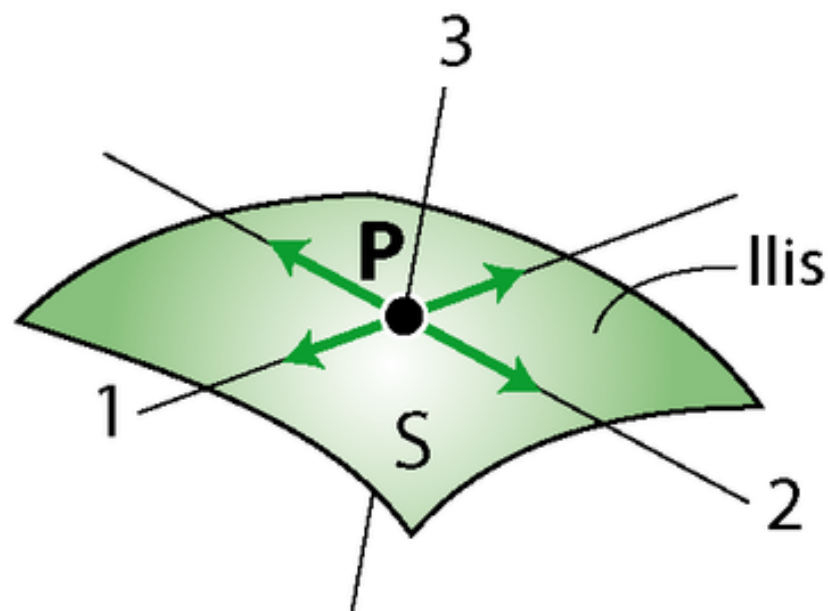


$$\{\bar{\mathbf{F}}_{S \rightarrow P}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ N > 0 \end{Bmatrix}$$

Caracterització de forces d'enllaç

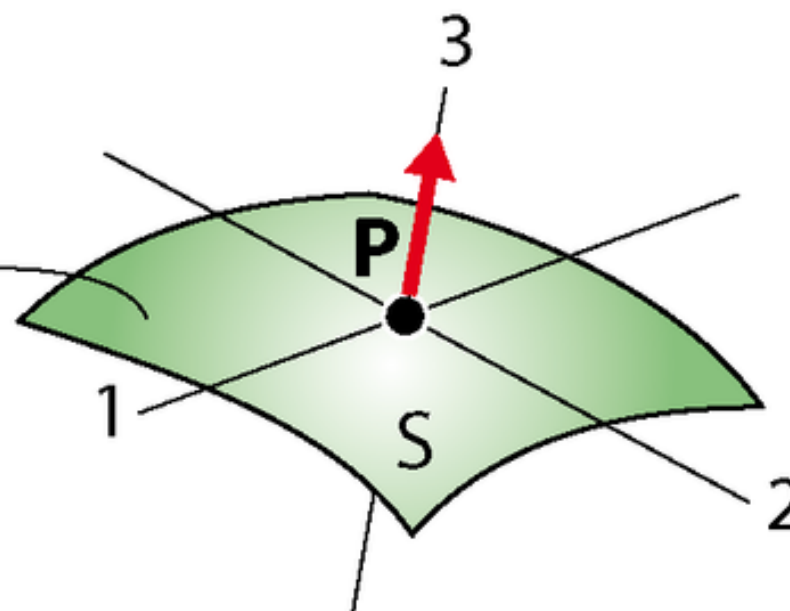
P sobre S llisa

velocitats permeses



$$\{\bar{\mathbf{v}}_S(\mathbf{P})\} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

força d'enllaç



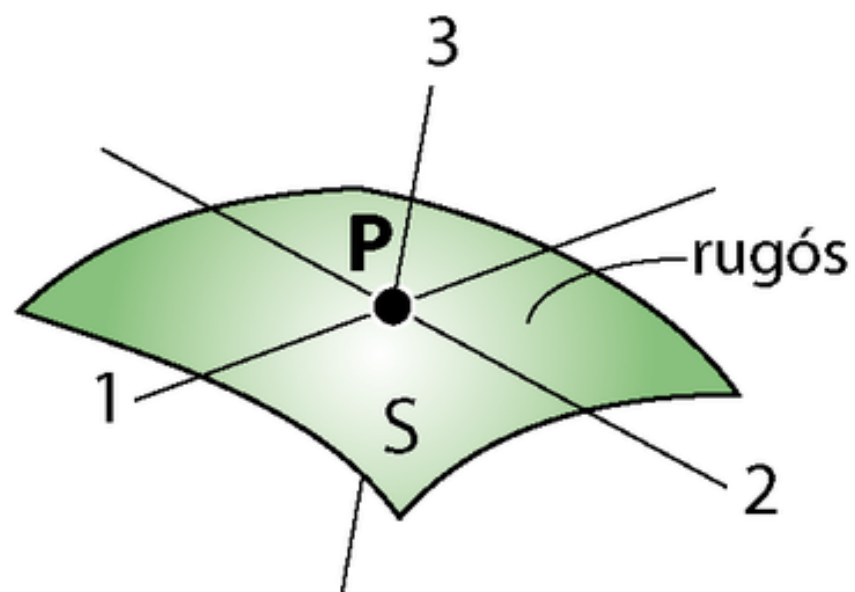
$$\{\bar{\mathbf{F}}_{S \rightarrow P}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ N > 0 \end{Bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{F}}_{S \rightarrow P} \cdot \bar{\mathbf{v}}_S(\mathbf{P}) = \bar{0}$$

Caracterització de forces d'enllaç

P sobre S rugosa

velocitats permeses
(sense lliscament)

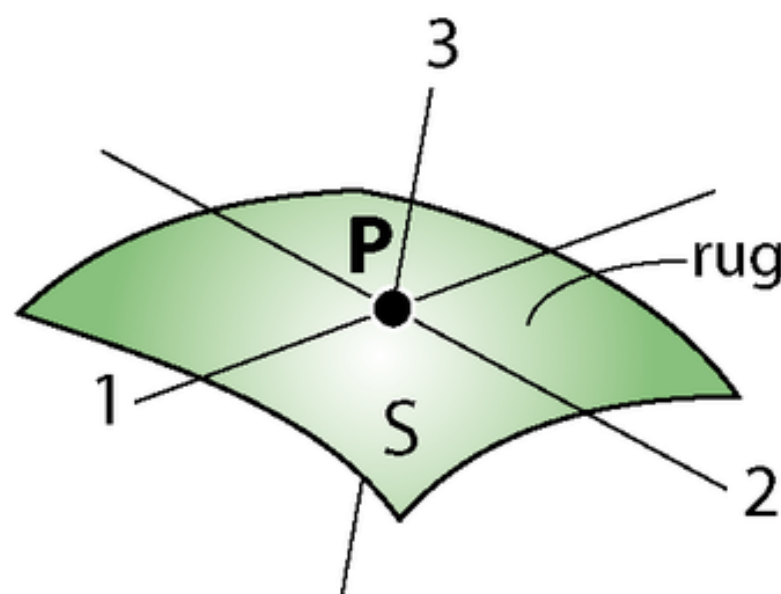


$$\{\bar{\mathbf{v}}_S(\mathbf{P})\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Caracterització de forces d'enllaç

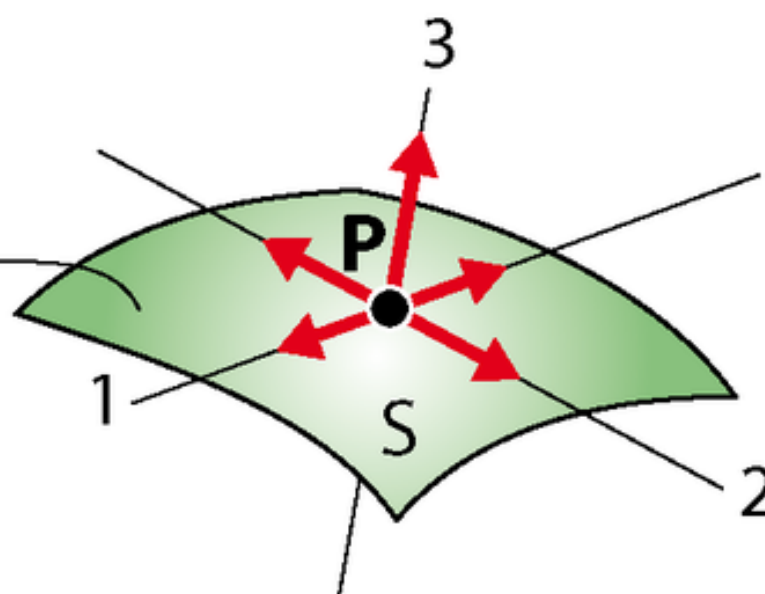
P sobre S rugosa

velocitats permeses
(sense lliscament)



$$\{\bar{\mathbf{v}}_S(\mathbf{P})\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

força d'enllaç

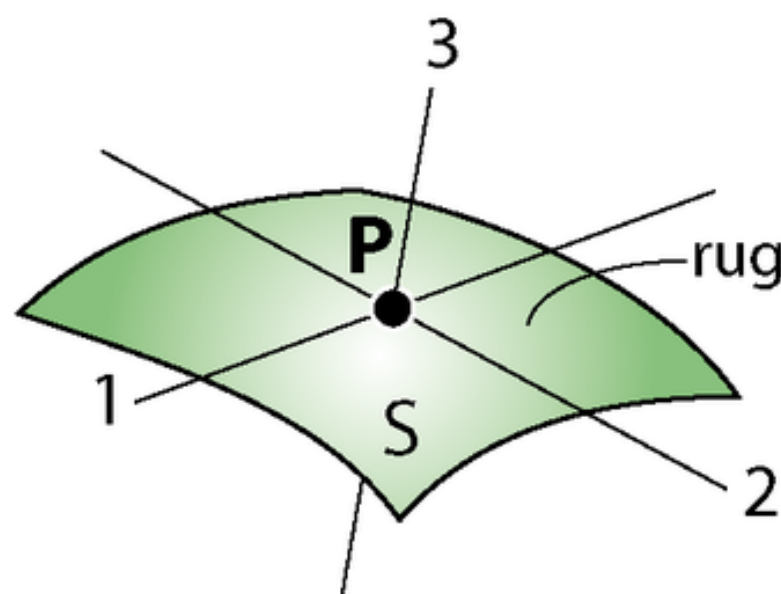


$$\{\bar{\mathbf{F}}_{S \rightarrow P}\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ N > 0 \end{Bmatrix}$$

Caracterització de forces d'enllaç

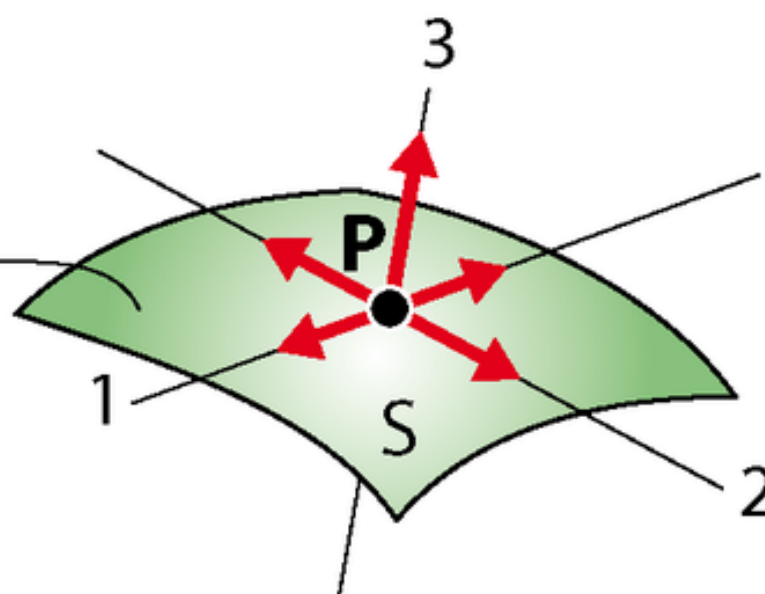
P sobre S rugosa

velocitats permeses
(sense lliscament)



$$\{\bar{\mathbf{v}}_S(\mathbf{P})\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

força d'enllaç

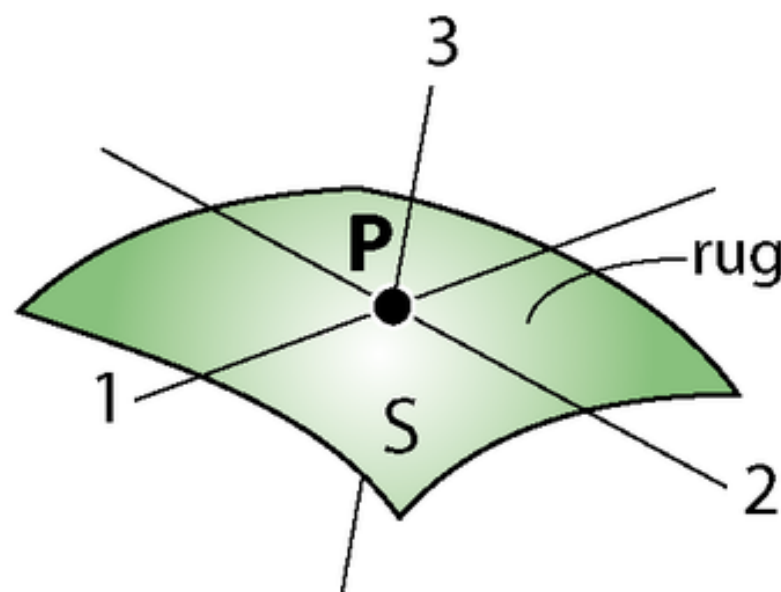


$$\{\bar{\mathbf{F}}_{S \rightarrow P}\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ N > 0 \end{Bmatrix}, \quad \sqrt{F_1^2 + F_2^2} < F_{\text{màx}}$$

Caracterització de forces d'enllaç

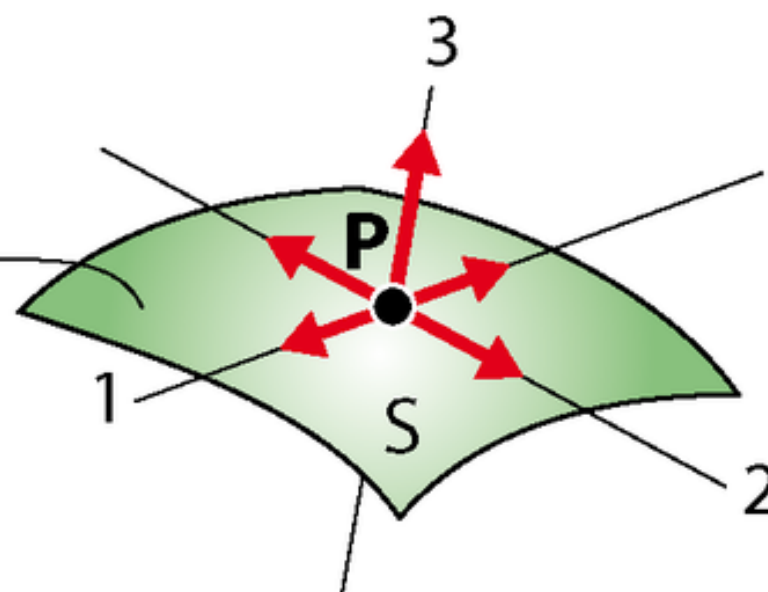
P sobre S rugosa

velocitats permeses
(sense lliscament)



$$\{\bar{\mathbf{v}}_S(\mathbf{P})\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

força d'enllaç



$$\{\bar{\mathbf{F}}_{S \rightarrow P}\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ N > 0 \end{Bmatrix}, \quad \sqrt{F_1^2 + F_2^2} < F_{\text{màx}}$$

$$\bar{\mathbf{F}}_{S \rightarrow P} \cdot \bar{\mathbf{v}}_S(\mathbf{P}) = 0$$

Alerta!

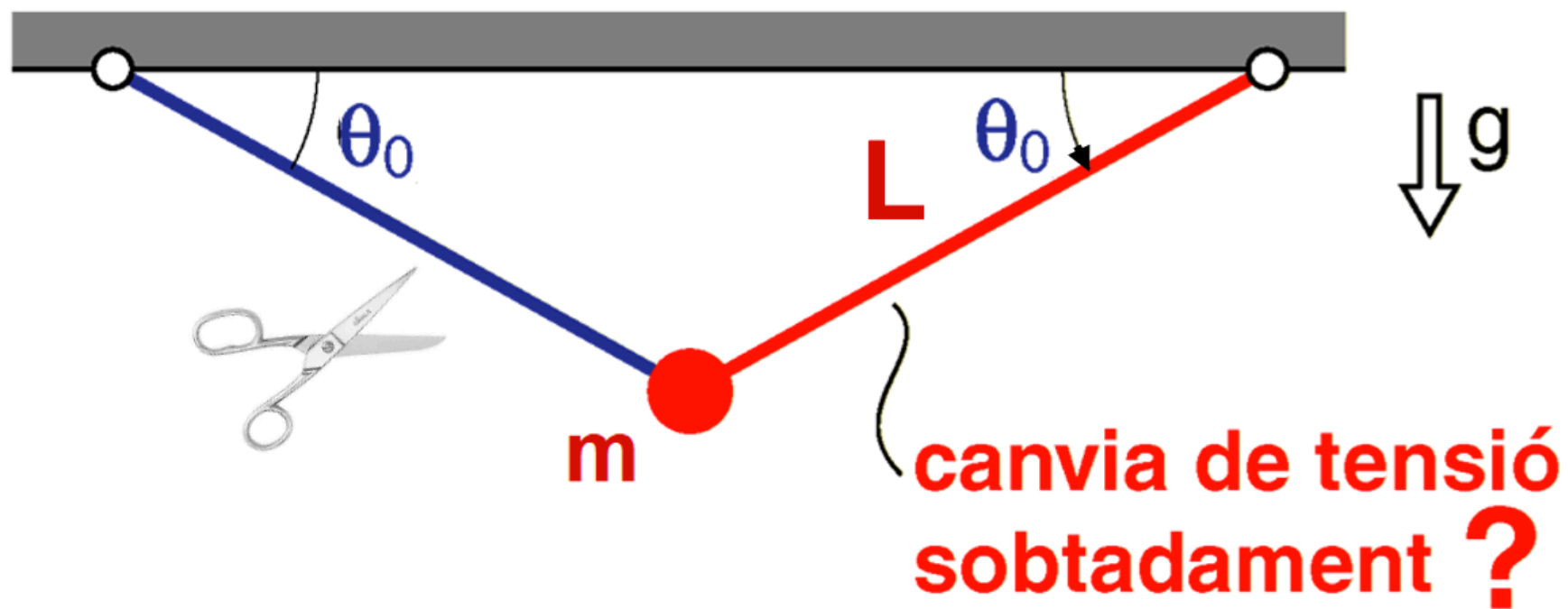
" \exists lliscament" = " \exists velocitat relativa en el contacte"

" \exists fregament" = " \exists rugositat que s'oposa al moviment"

Però no vol dir que hi hagi lliscament

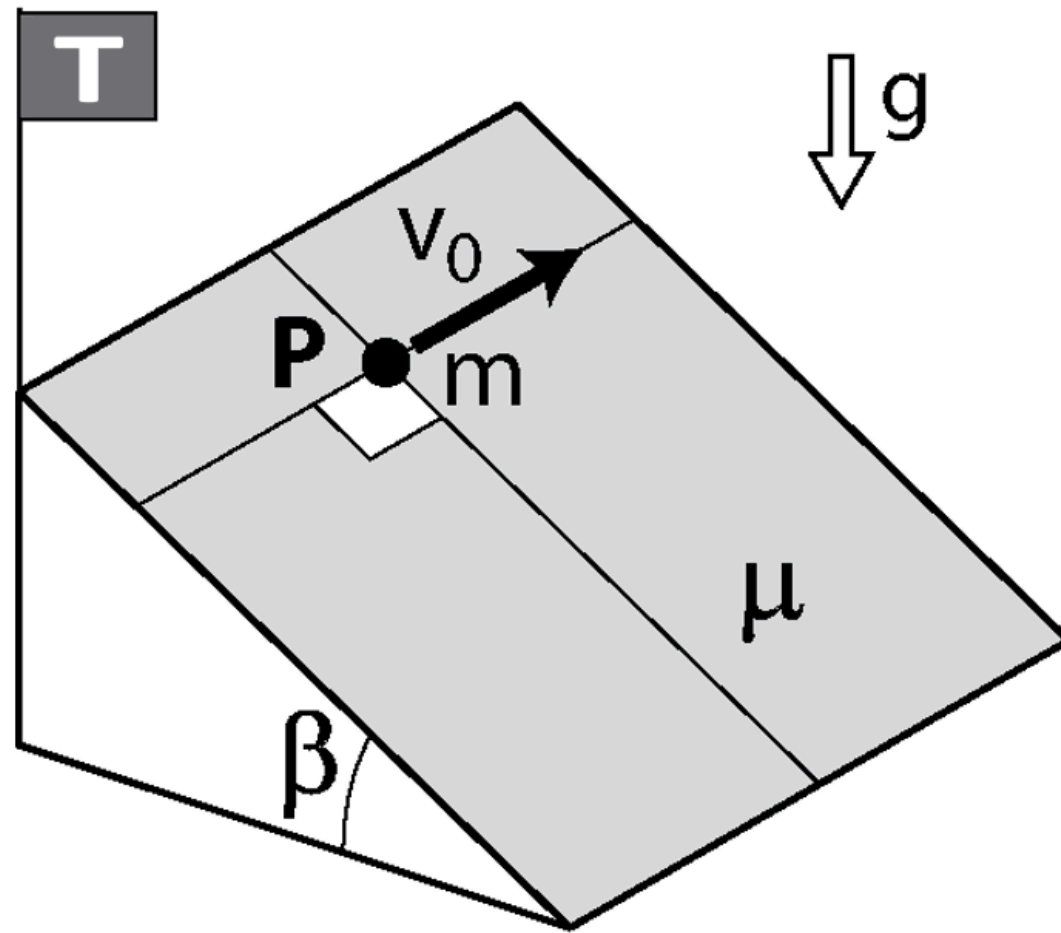
" \exists fricció" = " \exists fregament amb lliscament"

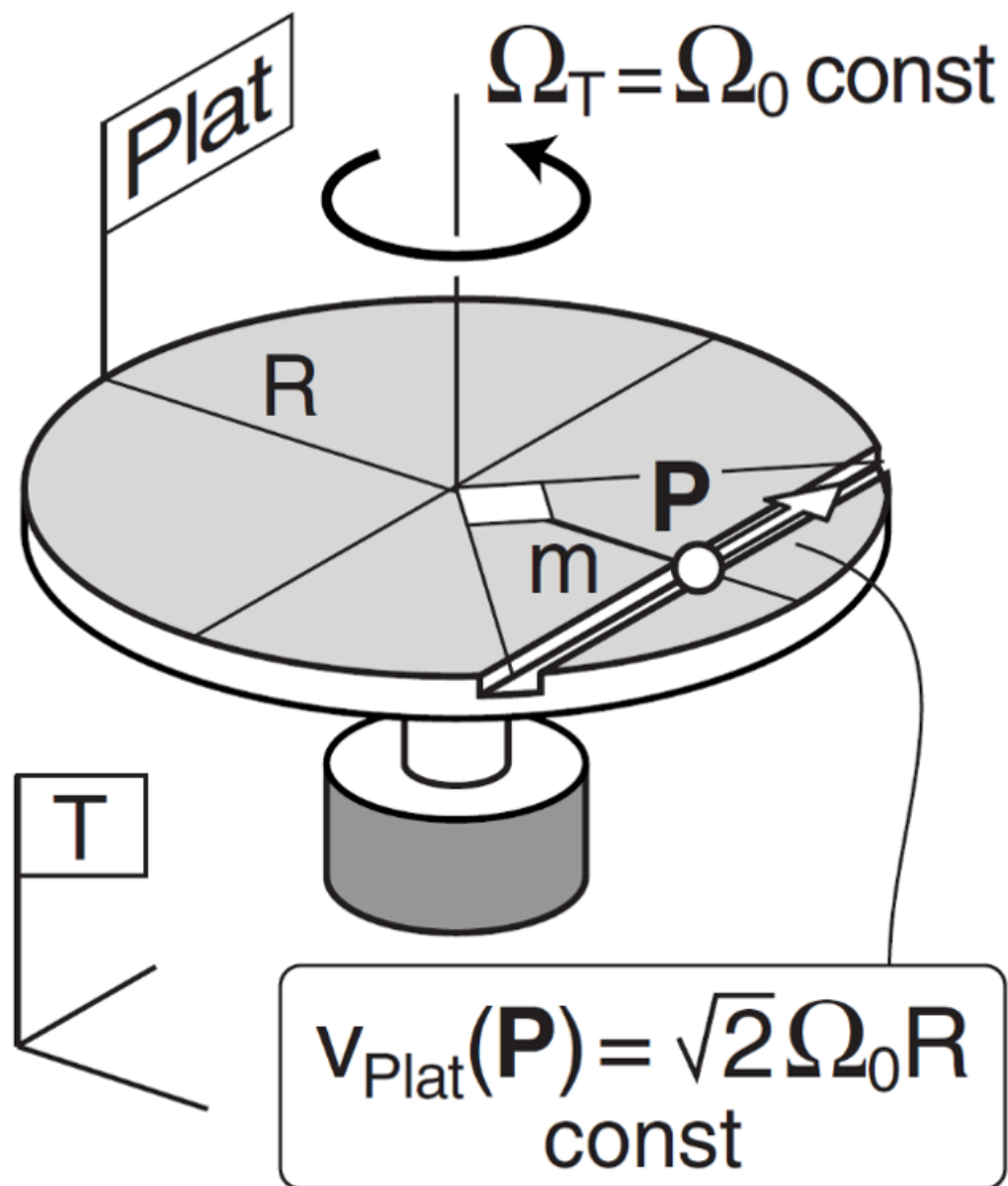
Exercicis dinàmica partícula



$\ddot{\theta}$ depèn de L o de m ?

$\mathfrak{R}_T(\mathbf{P})?$





$|\bar{\mathbf{F}}_{\text{horitzontal d'enllaç}}(\mathbf{P})|?$

perden contacte
per a $\theta = ?$

