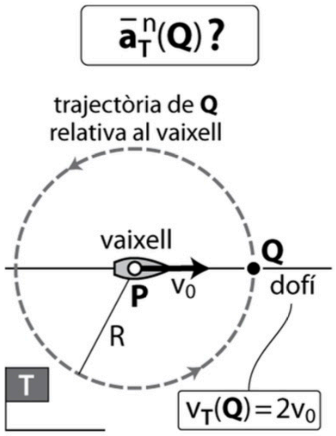
4P - Extra

Exercicis addicionals als de classe, relacionats amb composició de moviments

Versió 1.2

Lluís Ros
https://lluisros.github.io/mecanica



6 El vaixell avança amb moviment de translació rectilínia de celeritat constant v_0 respecte del terra. El dofí **Q** descriu un moviment circular al voltant del punt **P** respecte del vaixell. Si la celeritat de **Q** respecte del terra és $2v_0$, quina és l'acceleració normal de **Q** respecte del terra per a aquesta configuració?

A v_0^2/R

B $3(v_0^2/R)$

C $4(v_0^2/R)$

D $(3\sqrt{3}/2)(v_0^2/R)$

E $(3/\sqrt{2})(v_0^2/R)$

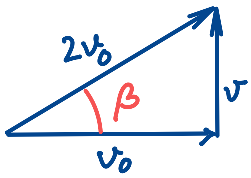
$\bar{v}_{AB}(Q) = \bar{v}_{REL}(Q) + \bar{v}_{ar}(Q)$ REL = Vaixell, AB = T

$(?\ 2v_0) = (\uparrow v) + (\rightarrow v_0)$

Valor desconegut a priori

Dir. desconeguda a priori

No sabem v, però sabem que $|\bar{v}_{AB}(Q)| = 2v_0$. Tenim el triangle:

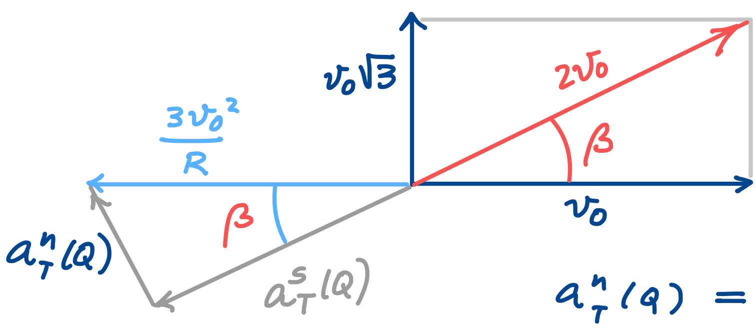


$\Longrightarrow v = \sqrt{(2v_0)^2 - v_0^2} = v_0\sqrt{3}$

Per tant
$$\bar{v}_{REL}(Q) = (\uparrow \overset{\text{ct (x enunciat)}}{v_0\sqrt{3}})$$
$$\bar{v}_{AB}(Q) = (\uparrow v_0\sqrt{3}) + (\rightarrow v_0)$$

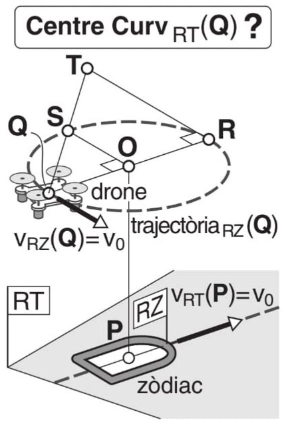
$$\bar{a}_T(Q) = \underbrace{\left(\leftarrow \frac{(\sqrt{3}v_0)^2}{R}\right)}_{\bar{a}_{REL}(Q)} + \underbrace{\bar{0}}_{\bar{a}_{ar}(Q)} + \underbrace{\bar{0}}_{\bar{a}_{cor}(Q)} = \left(\leftarrow \frac{3v_0^2}{R}\right)$$

Separem component normal:



$$\sin\beta = \frac{v_0\sqrt{3}}{2v_0} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a_T^n(Q) = \frac{3v_0^2}{R} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{3\sqrt{3}}{2}\ \frac{v_0^2}{R}}$$



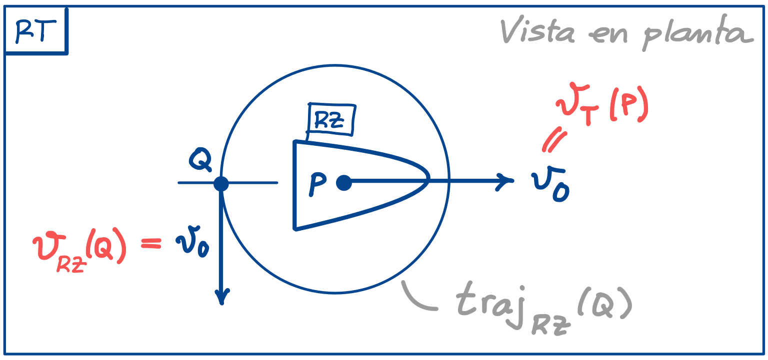
6 Un drone sobrevola una zòdiac que es mou en línia recta respecte de l'aigua (que es considera quieta respecte al terra - RT) amb celeritat constant v_0. El punt **Q** del drone descriu un moviment circular *uniforme* vist des de la zòdiac (RZ), i en un cert instant té la velocitat representada a la figura. Quin és, per a aquest instant, el centre de curvatura de la trajectòria de **Q** respecte al terra?

Cal afegir "uniforme"

A	**O**
B	**P**
C	**R**
D	**S**
E	**T**

Per ubicar $CC_{RT}(Q)$ calcularem:

$$\mathcal{R}_{RT}(Q) = \frac{v_{RT}^2(Q)}{|a^n_{RT}(Q)|}$$

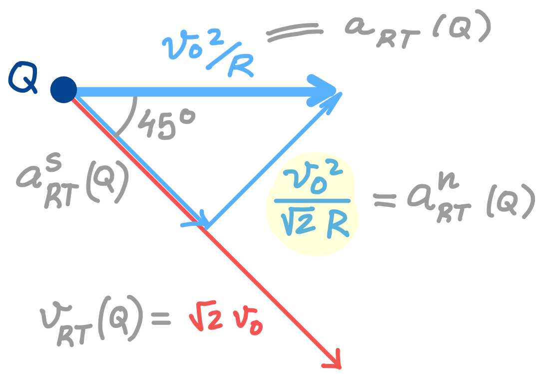


Farem comp. mov. amb AB = RT = "Ref. terra", REL = RZ = "Ref. zòdiac"

$$\underset{\substack{\shortparallel \\ RT}}{\bar v_{AB}}(Q) = \bar v_{REL}(Q) + \bar v_{ar}(Q) = (\downarrow v_0) + (\rightarrow v_0) = (\searrow \sqrt{2}\, v_0)$$

$$\underset{\substack{\shortparallel \\ RT}}{\bar a_{AB}}(Q) = \bar a_{REL}(Q) + \cancel{\bar a_{ar}(Q)}^{\,\bar 0} + \overbrace{\bar a_{cor}(Q)}^{2\,\overbrace{\bar\Omega^{REL}_{AB}}^{\bar 0} \times \bar v_{REL}(Q)} = \left(\rightarrow \frac{v_0^2}{R}\right)$$

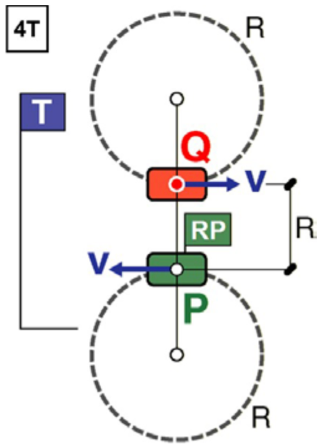
Deduïm $\bar a^n_{RT}(Q)$



$$\longrightarrow \mathcal{R}_{RT}(Q) = \frac{(\sqrt{2}\, v_0)^2}{\frac{v_0^2}{\sqrt{2}\, R}} = 2R\sqrt{2}$$

Des de Q, avancem $2R\sqrt{2}$ en la dir. de $\bar a^n_{RT}(Q)$ i trobem que $CC_{RT}(Q) = T$

$$\boxed{RESP = E}$$



Els punts **P** i **Q** dels dos vehicles descriuen trajectòries circulars de radi R respecte del terra (T). Calcula $\bar{v}_{RP}(\mathbf{Q})$, $\bar{a}_{RP}(\mathbf{Q})$.

OBS: Considerarem que v es variable pq no diuen q sigui ct.

Fem comp. mov. amb $\left|\begin{array}{l} AB = T \\ REL = RP \end{array}\right.$

$$\boxed{\bar{v}_{REL}(Q)} = \bar{v}_{AB}(Q) - \bar{v}_{ar}(Q) =$$

$$= (\rightarrow v) - (\leftarrow 2v) = \boxed{(\rightarrow 3v)}$$

$$\boxed{\bar{a}_{REL}(Q)} = \bar{a}_{AB}(Q) - \bar{a}_{ar}(Q) - \overbrace{\bar{a}_{cor}(Q)}^{2\,\bar{\Omega}^{REL}_{AB} \times \bar{v}_{REL}(Q)} =$$

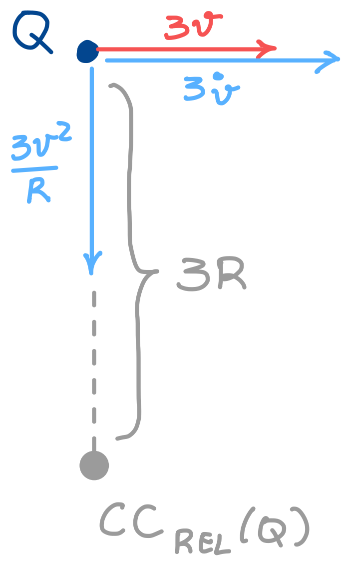
$$= (\rightarrow \dot{v}) + \left(\uparrow \frac{v^2}{R}\right) - \left[(\leftarrow 2\dot{v}) + \left(\downarrow \frac{(2v)^2}{2R}\right)\right] - \underbrace{2\left[\left(\odot \frac{v}{R}\right) \times (\rightarrow 3v)\right]}_{\left(\uparrow \frac{6v^2}{R}\right)} =$$

$$= (\rightarrow \dot{v}) + \left(\uparrow \frac{v^2}{R}\right) + (\rightarrow 2\dot{v}) + \left(\uparrow \frac{2v^2}{R}\right) - \left(\uparrow \frac{6v^2}{R}\right) =$$

$$= \boxed{(\rightarrow 3\dot{v}) + \left(\downarrow \frac{3v^2}{R}\right)}$$

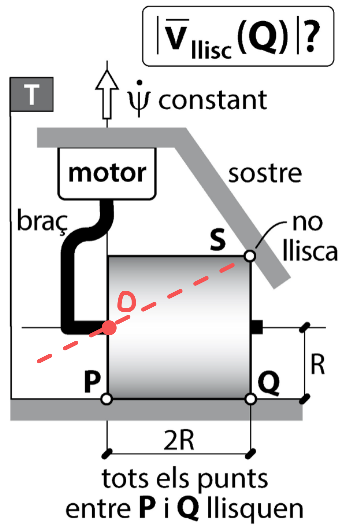
$\mathcal{R}_{REL}(Q)$ i $CC_{REL}(Q)$

No els demanen, però calculem-los:



$$\boxed{\mathcal{R}_{REL}(Q) = \frac{v^2_{REL}(Q)}{|\bar{a}^n_{REL}(Q)|}} = \frac{(3v)^2}{\frac{3v^2}{R}} = \frac{9v^2}{\frac{3v^2}{R}} = \boxed{3R}$$

Parcial - 11 abril 2023

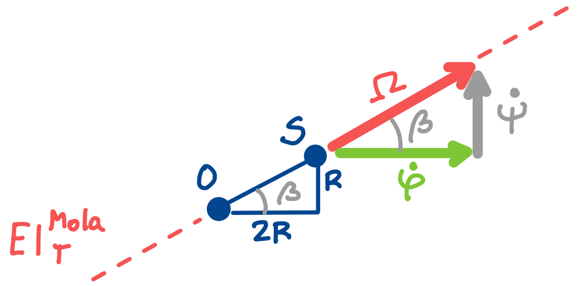


6 La mola cilíndrica es mou impulsada per un braç que gira amb velocitat angular $\dot\psi$ constant respecte del terra, manté contacte puntual sense lliscament a **S** amb el sostre i llisca en el seu contacte amb el terra. Quina és la velocitat de lliscament del punt **Q** sobre el terra?

A 0
B $2R\dot\psi$
C $(3/2)R\dot\psi$
D $(1/2)R\dot\psi$
E $4R\dot\psi$

EI_T^{Mola} = recta SO (ja que $\bar{v}_T(S_{Mola}) = \bar{v}_T(O_{Mola}) = \bar{0}$)

$$\bar{\Omega}_T^{Mola} = \bar{\Omega}_{braç}^{Mola} + \bar{\Omega}_T^{braç} = \underbrace{(\Rightarrow \dot\varphi) + (\Uparrow \dot\psi)}_{\text{Ha de donar } \nearrow\!\!\!\nearrow \Omega \text{ alineada amb } EI_T^{Mola}}$$



D'aquest triangle de velocitats angulars deduïm:

$$\dot\varphi = \frac{\dot\psi}{tg\beta} = \frac{\dot\psi}{\frac{R}{2R}} = 2\dot\psi$$

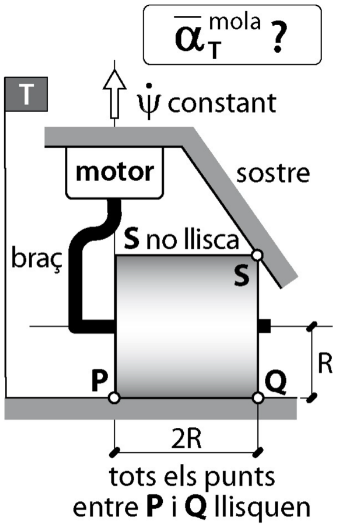
Obtenim $\bar{v}_T(Q)$ per comp. movim. amb | AB = T, REL = Braç

$$\boxed{\bar{v}_T(Q)} = \overset{\bar{0}}{\cancel{\bar{v}_T(S)}} + \bar{\Omega}_T^{Mola} \times \overline{SQ} =$$

$$= \underbrace{\left[(\Rightarrow 2\dot\psi) + (\Uparrow \dot\psi)\right]}_{\bar{\Omega}_T^{Mola}} \times (\downarrow 2R) = \boxed{(\otimes 4R\dot\psi)}$$

RESP = E

Parcial 26 octubre 2022



6 La mola cilíndrica es mou impulsada per un braç que gira amb velocitat angular $\dot{\psi}$ constant respecte del terra gràcies a l'acció d'un motor. Manté contacte puntual sense lliscament a **S** amb el sostre, però llisca en el seu contacte amb el terra. Quina és la seva acceleració angular respecte del terra?

A 0

B $\dot{\psi}^2 \odot$

C $\dot{\psi}^2 \otimes$

D $2\dot{\psi}^2 \odot$

E $2\dot{\psi}^2 \otimes$

De l'anterior exercici

$$\bar{\Omega}_T^{Mola} = (\Rightarrow 2\dot{\psi}) + (\Uparrow \dot{\psi}) \qquad (\dot{\psi} = ct)$$

Derivem-la geomètricament

$$\boxed{\bar{\alpha}_T^{Mola} = \frac{d}{dt}\left(\bar{\Omega}_T^{Mola}\right)\Big]_T = \underbrace{(\Uparrow \dot{\psi}) \times (\Rightarrow 2\dot{\psi})}_{\text{canvi de dir. de } \Rightarrow 2\dot{\psi}} = (\otimes 2\dot{\psi}^2)}$$

RESP = E