

4P

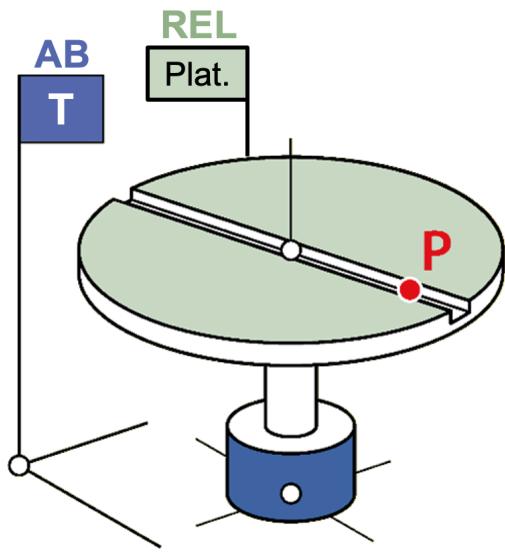
Versió 0.9 (preliminar)

Composició de moviments

Lluís Ros
<https://lluisros.github.io/mecanica>

Recordem:

Relació entre vel. i accel. en 2 refs.



$$\bar{\mathbf{v}}_{AB}(\mathbf{P}) = \bar{\mathbf{v}}_{REL}(\mathbf{P}) + \bar{\mathbf{v}}_{ar}(\mathbf{P})$$

$$\text{amb } \bar{\mathbf{v}}_{ar}(\mathbf{P}) = \bar{\mathbf{v}}_{AB}(\mathbf{P} \in REL)$$

$$\bar{\mathbf{a}}_{AB}(\mathbf{P}) = \bar{\mathbf{a}}_{REL}(\mathbf{P}) + \bar{\mathbf{a}}_{ar}(\mathbf{P}) + \bar{\mathbf{a}}_{Cor}(\mathbf{P})$$

$$\text{amb } \begin{cases} \bar{\mathbf{a}}_{ar}(\mathbf{P}) = \bar{\mathbf{a}}_{AB}(\mathbf{P} \in REL) \\ \bar{\mathbf{a}}_{Cor}(\mathbf{P}) = 2\bar{\Omega}_{AB}^{REL} \times \bar{\mathbf{v}}_{REL}(\mathbf{P}) \end{cases}$$

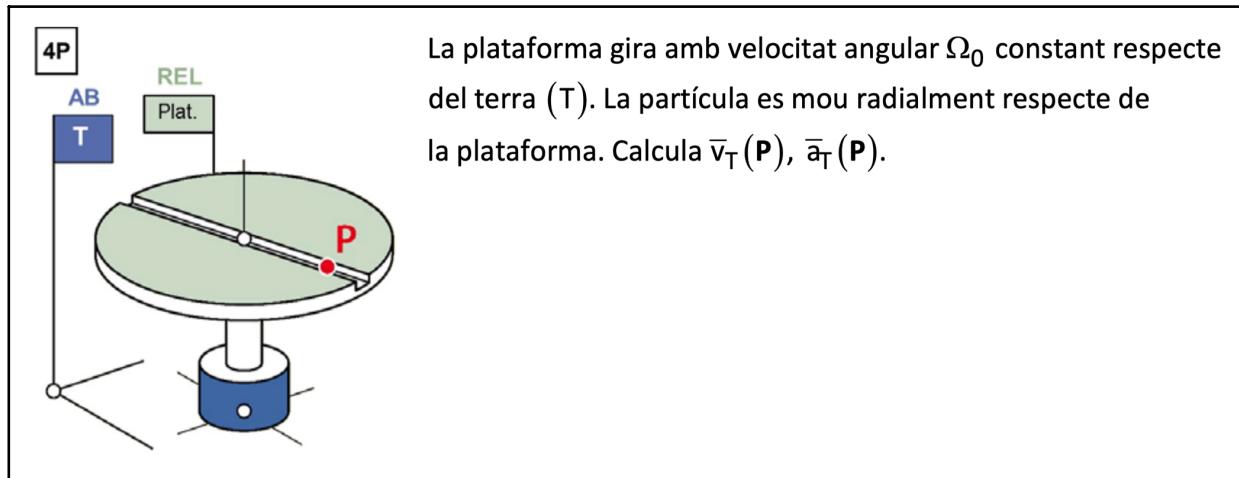
IMPORTANT:

Sempre cal declarar les referències.

Quan feu composició de moviments, cal declarar què feu servir com a referències absoluta i relativa (AB i REL)

Si expresseu els resultats en alguna base, indiqueu a què són fixes les direccions d'aquesta base.

Per il·lustrar les relacions anteriors, apliquem-les al següent exemple:



$\bar{v}_T(P)$

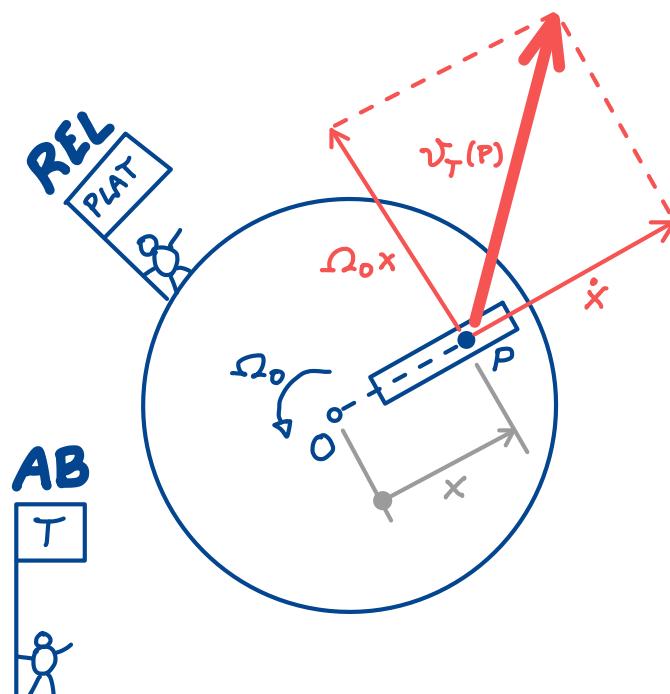
Comp. mov. amb

$$\left| \begin{array}{l} \text{REL = PLAT} \\ \text{AB = T} \end{array} \right.$$

Declareu

sempre les

refs. AB i REL



L'observada
des de REL

la vel. absoluta de P
si P fos fix a REL

$$\begin{aligned} \bar{v}_{AB}(P) &= \underbrace{\bar{v}_{REL}(P)} + \underbrace{\bar{v}_{ar}(P)} \\ &= (\rightarrow \dot{x}) + (\uparrow \Omega_0 x) \end{aligned}$$

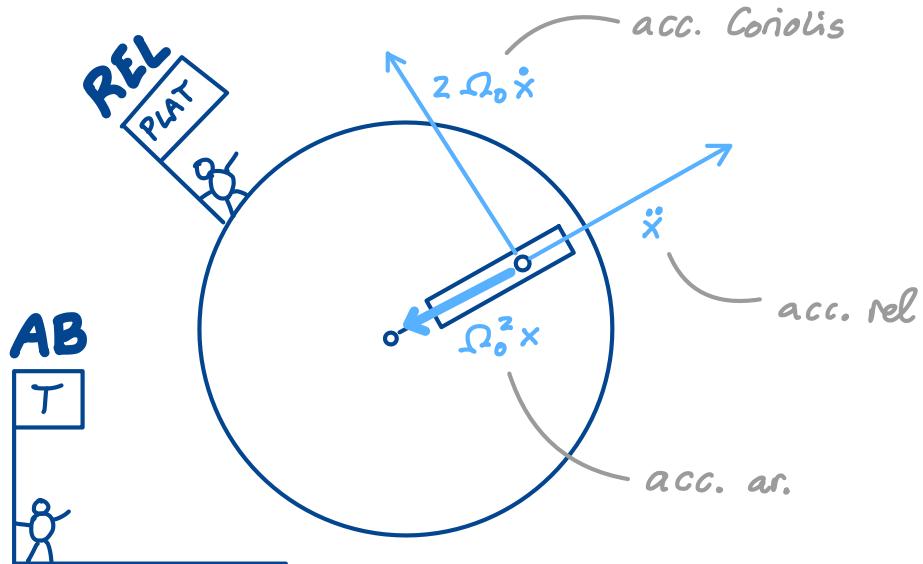
Definim la coordenada
x per posicionar P resp.
la ref. PLAT.

$\bar{a}_T(P)$

$$\boxed{\bar{a}_{AB}(P) = \bar{a}_{REL}(P) + \bar{a}_{ar}(P) + \underbrace{\bar{a}_{Cor}(P)}_{(*)} =}$$

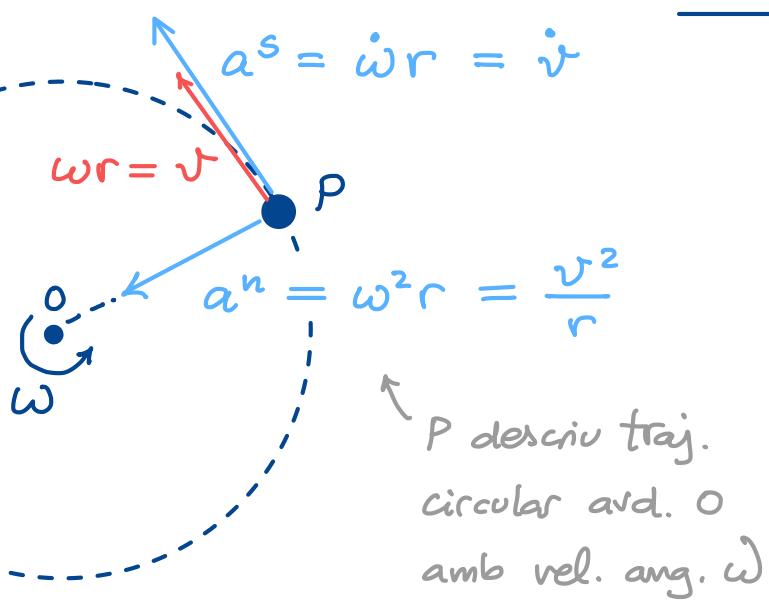
$$= (\rightarrow \ddot{x}) + \underbrace{(\leftarrow \Omega_0^2 x)}_{(*)} + \underbrace{z [(\Theta \Omega_0) \times (\rightarrow \dot{x})]}_{(\uparrow z \Omega_0 \dot{x})} =$$

$$= \boxed{[\rightarrow (\ddot{x} - \Omega_0^2 x)] + \uparrow (z \Omega_0 \dot{x})}$$



(*)

Recordatori
Components
intrínseques
de l'accel.:

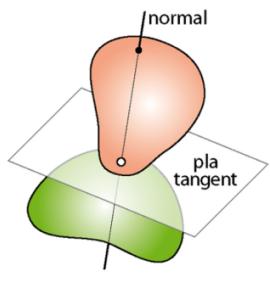
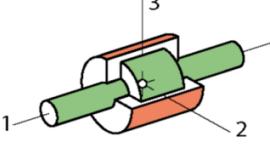
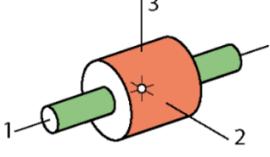
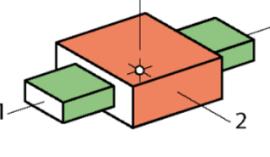
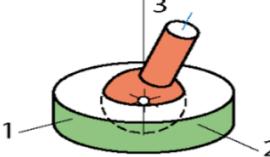
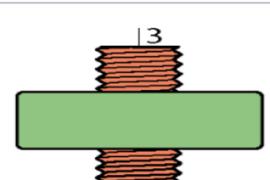
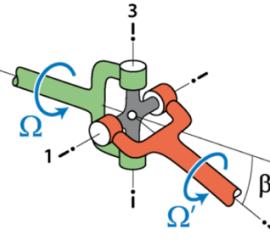


Cal saber-s'ho bé!

Recordem

Enllaços habituals entre dos sòlids

(vegeu Wikimec C2.8)

	<p>Contacte puntual amb lliscament [Permet 5 GL]: Permet tres rotacions independents entre els dos sòlids (al voltant de la direcció normal i de les dues tangencials), i dues translacions independents (al llarg de les dues direccions tangencials).</p> <p>Contacte puntual sense lliscament [Permet 3 GL]: Permet tres rotacions independents entre els dos sòlids (al voltant de la direcció normal i de les dues tangencials).</p>
	<p>Enllaç de revolució (articulació) [Permet 1 GL]: Permet una rotació entre els dos sòlids al voltant de l'eix de revolució (eix 1 a la figura).</p>
	<p>Enllaç cilíndric [Permet 2 GL]: Permet una rotació entre els dos sòlids al voltant de l'eix 1, i una translació (desplaçament sense rotació) al llarg de l'eix 1.</p>
	<p>Enllaç prismàtic [Permet 1 GL]: Permet una translació entre els dos sòlids al llarg de l'eix 1.</p>
	<p>Enllaç esfèric (ròtula esfèrica) [Permet 3 GL]: Permet tres rotacions independents entre els dos sòlids al voltant dels eixos 1, 2, 3.</p>
	<p>Enllaç helicoidal (enllaç cargolat) [Permet 1 GL]: Permet una rotació entre els dos sòlids al voltant de l'eix 3; aquesta rotació provoca un desplaçament al llarg de l'eix 3. La relació entre la rotació i el desplaçament ve donada pel pas de rosca e [mm/volta].</p>
	<p>Junta Cardan (junta universal o de creueta) [Permet 2 GL]: Permet dues rotacions independents entre els dos sòlids al voltant dels eixos 1, 3. L'enllaç és indirecte, a través de la creueta, que es considera un sòlid auxiliar d'enllaç (Video C2.2).</p>

A tenir en compte a partir d'avui:

Vector general o particularitzat?

A partir d'avui caldrà tenir ben present la diferència entre un vector general (o “pel·lícula”) i un vector particularitzat (o “foto”):

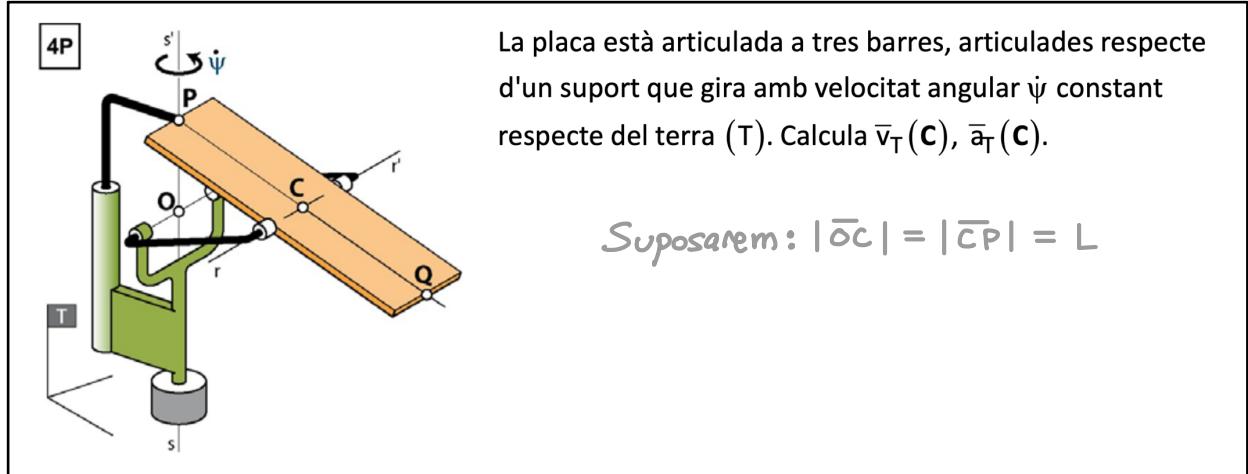
- Vector **general**, o “pel·lícula” = Un que és vàlid per a tota configuració del sistema (per a tot instant de temps). Són els vectors obtinguts a partir d'una configuració genèrica del sistema (per a valors “no especials” de les coordenades $x, \psi, \theta, \varphi, \dots$ que defineixen la configuració). N'és un exemple el vector $\bar{\mathbf{v}}_T(\mathbf{C})$ en el problema de la placa articulada giratòria d'avui.
- Vector **particularitzat**, o “foto” = Un que només és vàlid per a una configuració especial del sistema. N'és un exemple el vector $\bar{\mathbf{v}}_T(\mathbf{P})$ en el problema del disc de 2 GL d'avui, quan \mathbf{P} passa per la posició més alta.

Els vectors pel·lícula es poden derivar per obtenir velocitats o acceleracions. Per exemple, a la placa articulada giratòria podem derivar $\bar{\mathbf{v}}_T(\mathbf{C})$ per obtenir $\bar{\mathbf{a}}_T(\mathbf{C})$, i el resultat seria correcte. A classe obtenim $\bar{\mathbf{a}}_T(\mathbf{C})$ per composició de moviments, però en aquestes notes també l'obtinc per derivació de $\bar{\mathbf{v}}_T(\mathbf{C})$ i veureu que el resultat és idèntic!

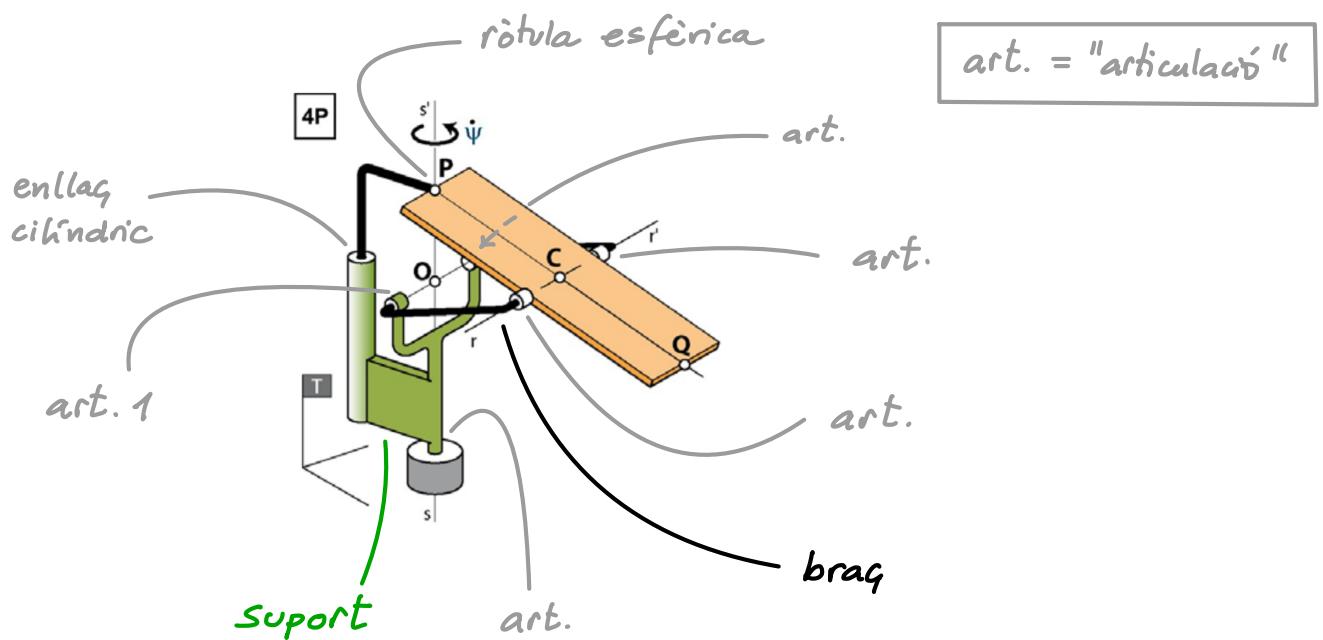
Els vectors foto, en canvi, no es poden derivar! En el problema del disc de 2 GL, per trobar $\bar{\mathbf{a}}_T(\mathbf{P})$ no podem derivar la velocitat $\bar{\mathbf{v}}_T(\mathbf{P})$ obtinguda per composició de moviments perquè aquesta només és vàlida per a l'instant en que \mathbf{P} passa pel punt més alt.

La denominació vector “pel·lícula” o “foto” és del tot informal. Quan hagueu de ser formals digueu vector “general” o “particularitzat”, respectivament.

Placa articulada giratòria



Sempre començarem entenent com es pot moure el sistema i comptant el n° de graus de llibertat (GL) que té. A tal efecte cal entendre primer com són els enllaços entre els seus sòlids:



Si aturem la rotació ($\dot{\theta}\psi$) del suport resp. T, la placa encara es pot moure (P es pot desplaçar lliurement encara, al llarg de l'eix vertical s-s'). Si ara aturem la rotació relativa de l'art. 1 (del braç resp. el suport) tot queda aturat. Per tant, el sist. té 2 GL. Aquests GL corresponen a $\dot{\psi}$ i $\dot{\theta}$, on θ és l'angle definit al dibuix següent:

$\bar{v}_T(C)$

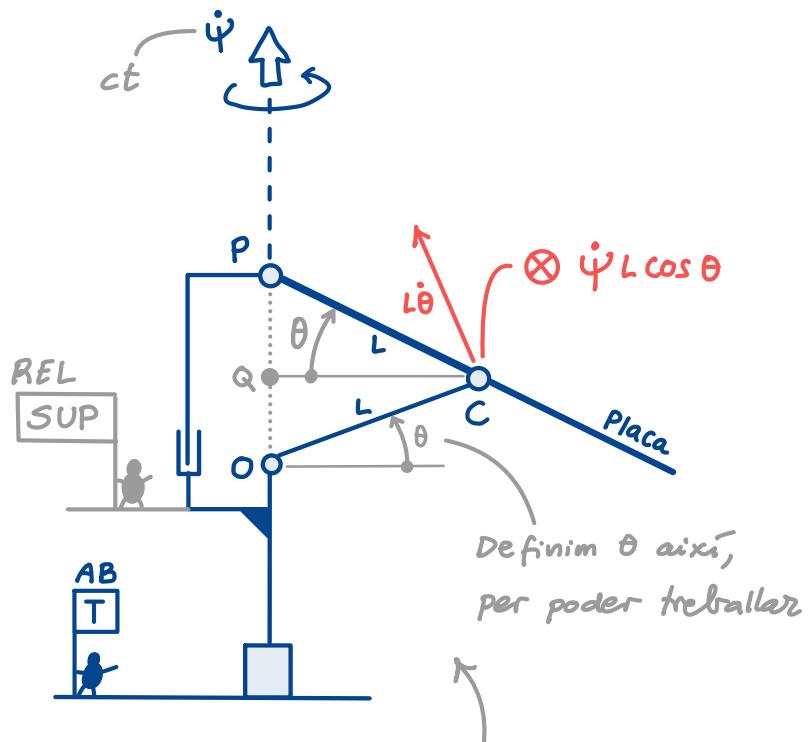
Podrem calcular $\bar{v}_T(C)$ derivant \overline{OC} , ja que és un vec. pos. adient per a C (perquè OET) i alhora és un vec. general (perquè la configuració del dibuix és genèrica). Tanmateix, calcularem $\bar{v}_T(C)$ per composició de moviments, per practicar aquest nou mètode.

Fem un dibuix 2D del sistema pq. tot quedi clar.

Declarem refs:

$$REL = \text{suport (sup)}$$

$$AB = T$$

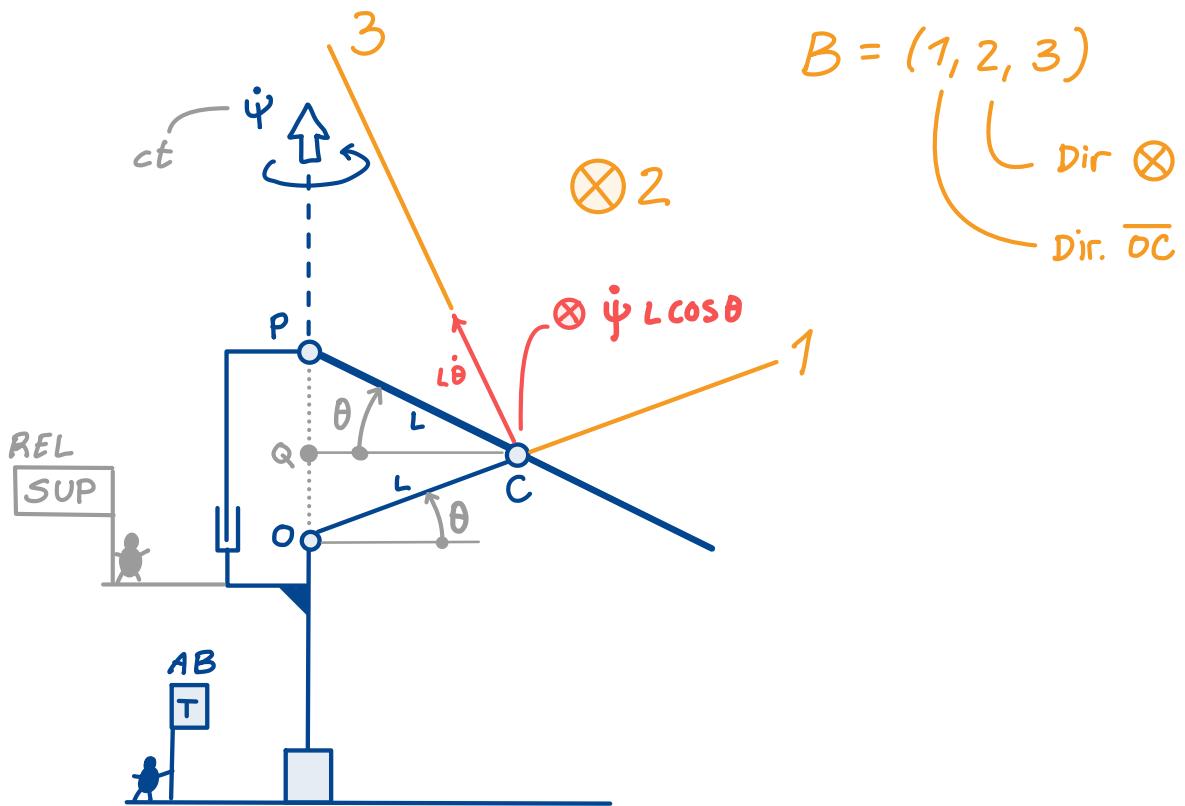


$$\begin{aligned} \bar{v}_{AB}(C) &= \bar{v}_{REL}(C) + \bar{v}_{ar}(C) = \\ &\stackrel{T}{=} \underbrace{(\uparrow L\dot{\theta})}_{\text{Respecte REL, C descriu una traj. circular al voltant de O}} + \underbrace{(\otimes \dot{\psi} L \cos \theta)}_{\text{Si fixem C a REL (bloquejant theta), C descriu una traj. circular al voltant de Q}} \end{aligned} \quad (1)$$

Respecte REL, C descriu una traj. circular al voltant de O

Si fixem C a REL (bloquejant θ), C descriu una traj. circular al voltant de Q

Si volem expressar $\bar{v}_{AB}(c)$ en alguna base, triem tres direccions ortogonals que facilitin la projecció de $(\dot{\psi} L \cos \theta)$ i $(\dot{\theta})$. Triem, per exm., la base B:



En aquesta base:

$$\left\{ \bar{v}_T(c) \right\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \overset{\circ}{\psi} L \cos \theta \\ \dot{\theta} \end{array} \right\} \quad (2)$$

És un vec. general (o "pel·lícula") \Rightarrow Si volem, el podem derivar per obtenir $\bar{a}_T(c)$, però calcularem $\bar{v}_T(c)$ per composició de moviments per practicar:

$\bar{a}_T(G)$

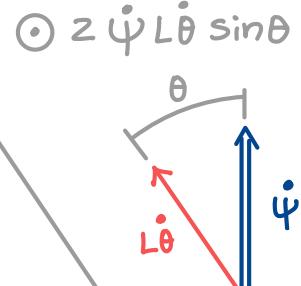
$$\boxed{\bar{a}_{AB}(c)} = \bar{a}_{REL}(c) + \bar{a}_{ar}(c) + \bar{a}_{cor}(c) =$$

$$2 \bar{\Omega}_{AB}^{REL} \times \bar{v}_{REL}(c)$$

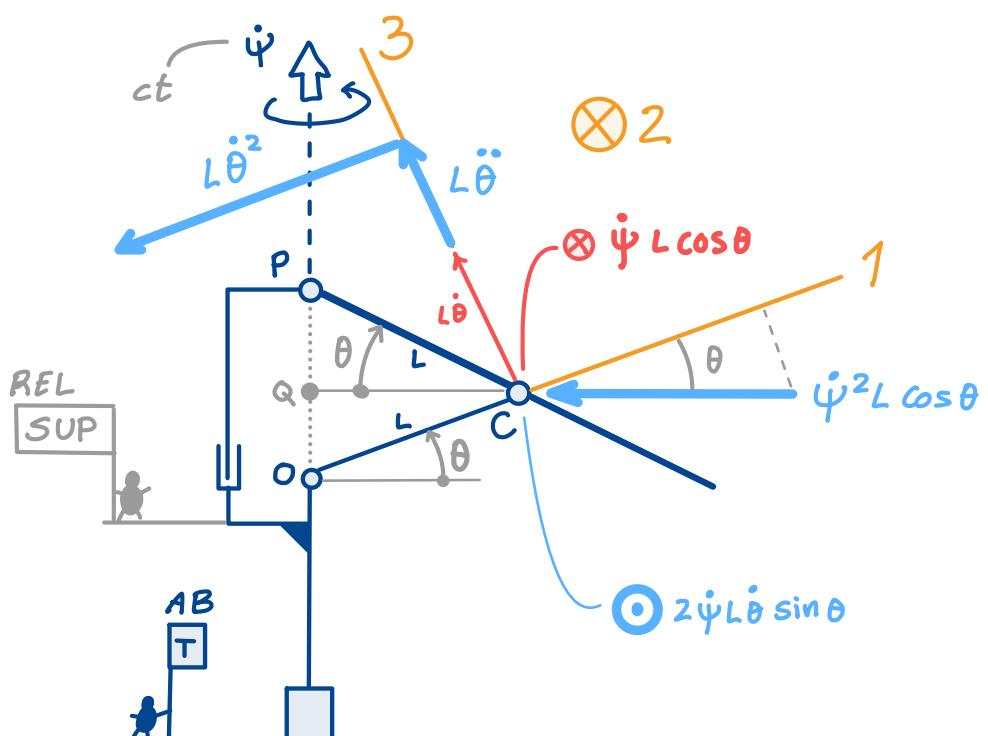
Vaig pintant cada terme al dibuix de baix, en blau

$$\begin{aligned}
 & \boxed{REL} \quad \boxed{ar} \quad \boxed{cor} \\
 & = (\uparrow L\ddot{\theta}) + (-\dot{\theta}^2 L) + (-\dot{\psi}^2 L \cos \theta) + 2 [(\uparrow \dot{\psi}) \times (\uparrow L\dot{\theta})] = \\
 & = (\uparrow L\ddot{\theta}) + (-\dot{\theta}^2 L) + \\
 & + (-\dot{\psi}^2 L \cos \theta) + \\
 & + (\odot z \dot{\psi} L \dot{\theta} \sin \theta)
 \end{aligned}$$

0, expressat
en base B, ...



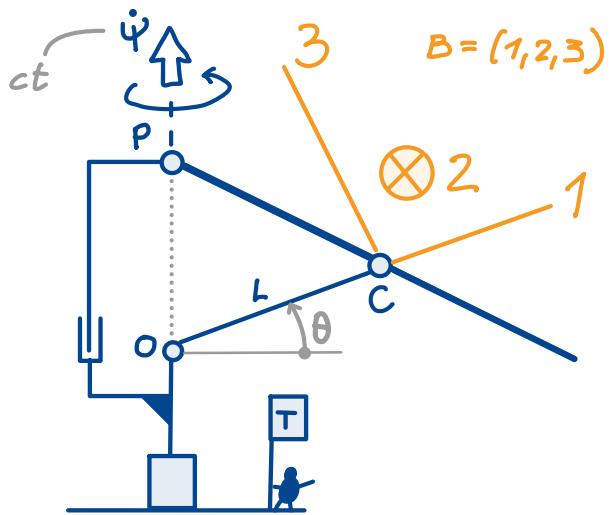
$$\left\{ \bar{a}_{AB}(c) \right\}_B = \left\{ \begin{array}{l} -L\dot{\theta}^2 - \dot{\psi}^2 L \cos^2 \theta \\ -z \dot{\psi} L \dot{\theta} \sin \theta \\ L\ddot{\theta} + \dot{\psi}^2 L \cos \theta \sin \theta \end{array} \right\} \quad (3)$$



Obtenació de $\bar{v}_T(C)$ i $\bar{\alpha}_T(C)$ derivant un vec. pos.

També és una bona solució! Com que \bar{OC} és un vec. pos. general, el podem derivar dues vegades per obtenir $\bar{v}_T(C)$ i $\bar{\alpha}_T(C)$. Fem-ho:

$$\{\bar{OC}\}_B = \begin{Bmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (A)$$



$$\{\bar{v}_T(C)\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \boxed{\begin{Bmatrix} \dot{\psi} \sin \theta \\ -\dot{\theta} \\ \dot{\psi} \cos \theta \end{Bmatrix}} \times \begin{Bmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ L\dot{\psi} \cos \theta \\ L\dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (B)$$

Coincideix amb l'Eq.(2) d'abans.

$$\bar{\omega}_T^B = \bar{\omega}_{\text{Support}}^B + \bar{\omega}_T^{\text{Support}} = (\odot \dot{\theta}) + (\uparrow \dot{\psi})$$

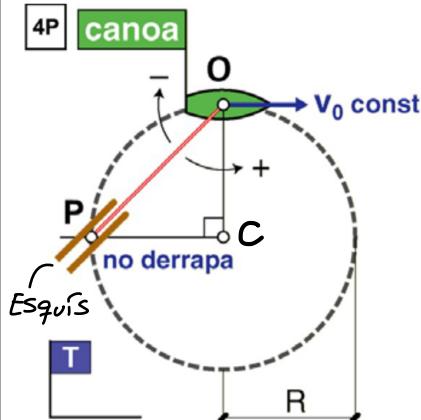
$$\{\bar{\omega}_T^B\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\dot{\theta} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{\psi} \sin \theta \\ 0 \\ \dot{\psi} \cos \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\psi} \sin \theta \\ -\dot{\theta} \\ \dot{\psi} \cos \theta \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{\alpha}_T(C)\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ -L\dot{\psi}\dot{\theta} \sin \theta \\ \ddot{\theta}L \end{Bmatrix} + \boxed{\begin{Bmatrix} \dot{\psi} \sin \theta \\ -\dot{\theta} \\ \dot{\psi} \cos \theta \end{Bmatrix}} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ L\dot{\psi} \cos \theta \\ L\dot{\theta} \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} -L\ddot{\theta}^2 - L\dot{\psi}^2 \cos^2 \theta \\ -2L\dot{\psi}\dot{\theta} \sin \theta \\ L\ddot{\theta} + L\dot{\psi}^2 \sin \theta \cos \theta \end{Bmatrix} \quad (C)$$

Coincideix amb l'Eq. (3) d'abans!

4P



L'esquiador P és arrossegat, mitjançant un cable inextensible, per una canoa. La velocitat del punt central O respecte del terra (T) és de valor constant v_0 . Calcula $\bar{\Omega}_{\text{cano}}^{\text{cable}}$.

La canoa descriu, respecte de T, la trajectòria circular indicada, de radi R, al voltant de CET.

Coses que veiem a priori:

- Esquis no derrapen $\Rightarrow \bar{v}_T(P)$ té la dir. \overline{PO}
 - Cable inextensible
 - Cable tens
 - P q P és arrossegat
- \Rightarrow Respecte la canoa,
P descriu un mov.
circular arr. O.

Si sabessim $\bar{v}_{\text{cano}}(P)$, seria fàcil trobar

$\bar{\Omega}_{\text{cano}}^{\text{cable}}$, ja que

$$\approx |\overline{OP}|$$

$$v_{\text{cano}}(P) = \bar{\Omega}_{\text{cano}}^{\text{cable}} \cdot R\sqrt{2}$$

i el sentit de $\bar{v}_{\text{cano}}(P)$ ens determinaria
el de $\bar{\Omega}_{\text{cano}}^{\text{cable}}$

Busquem doncs $\bar{v}_{\text{cano}}(P)$, via comp. movim. amb

$$AB = T \quad \text{REL} = \text{Canoa}$$

Apuntem l'eq. de comp. de moviments i allò que sabem de cada velocitat (*):

$$\bar{v}_{AB}(P) = \bar{v}_{REL}(P) + \bar{v}_{ar}(P)$$

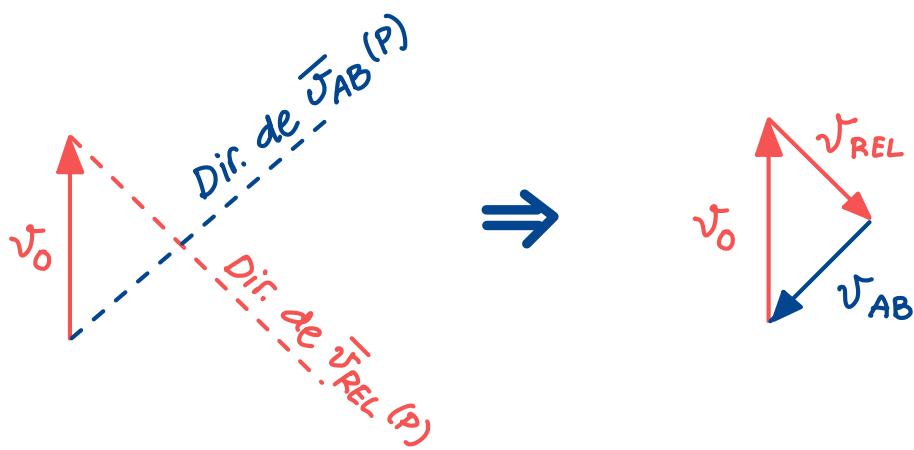
$$\underbrace{\left(\begin{array}{c} \nearrow v_{AB} \\ \searrow \end{array} \right)}_{\text{Sabem que té la dir. de la recta PO. Desconeixem el seu sentit (}\leftarrow\text{ o }\nearrow\text{) i valor }} = \underbrace{\left(\begin{array}{c} \nearrow v_{REL} \\ \searrow \end{array} \right)}_{\text{Sabem que té dir. }\perp\text{ a la recta PO, però desconeixem el seu sentit (}\leftarrow\text{ o }\nearrow\text{) i valor }} + \underbrace{\left(\begin{array}{c} \uparrow v_0 \\ \end{array} \right)}_{\text{La sabem completament (Si fixem P a la canoa, P tindrà la vel. }+v_0\text{ resp. T, ja que podem veure la canoa com una plataf. que gira ard C)}} \quad (\text{I})$$

Sabem que té la dir. de la recta PO. Desconeixem el seu sentit (\leftarrow o \nearrow) i valor v_{AB}

Sabem que té dir. \perp a la recta PO, però desconeixem el seu sentit (\leftarrow o \nearrow) i valor v_{REL} .

La sabem completament (Si fixem P a la canoa, P tindrà la vel. $+v_0$ resp. T, ja que podem veure la canoa com una plataf. que gira ard C)

De (I) deduïm la següent geometria de velocitats:



Ergo

$$\bar{v}_{REL}(P) = \left(\begin{array}{c} \downarrow v_0/\sqrt{2} \\ \end{array} \right) \quad (\text{I})$$

Canoa

(*) La notació ($\begin{array}{c} \nearrow u \\ \searrow \end{array}$) indica "vector de valor u apuntant en dir. \nearrow o bé \leftarrow "

Això implica que $\bar{\Omega}_{\text{cano}}^{\text{cable}}$ tindrà sentit \odot .

És a dir:

$$\bar{\Omega}_{\text{cano}}^{\text{cable}} = \odot \underbrace{\omega}_{\text{pdet} (*)}$$

Ara, com que

$$\bar{v}_{\text{cano}}(P) = \left(\downarrow \omega \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} \right) \quad (\text{II})$$

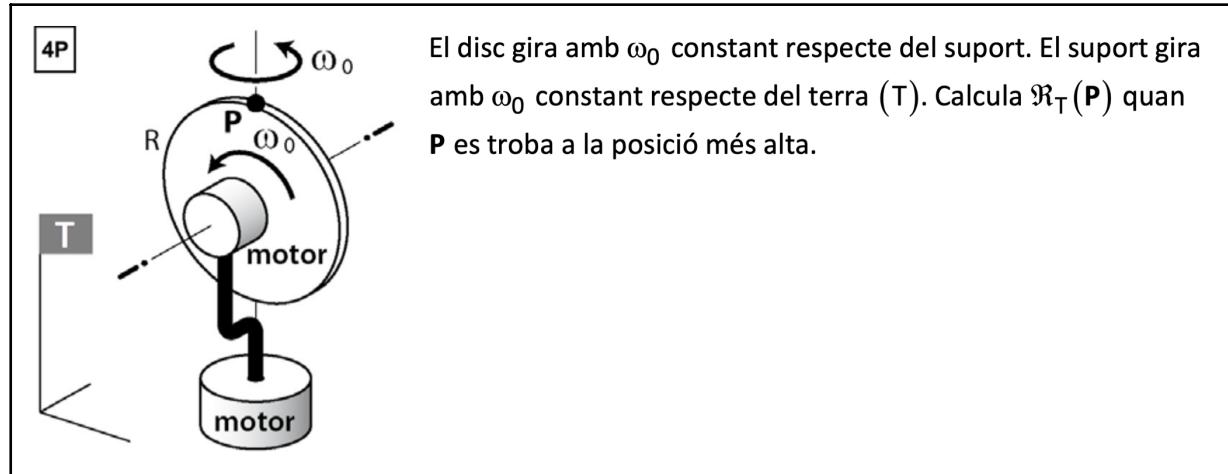
Igualant (I) = (II) tenim

$$\frac{v_0}{\sqrt{2}} = \omega \frac{R}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{v_0}{R}$$

Per tant

$$\boxed{\bar{\Omega}_{\text{cano}}^{\text{cable}} = \odot \frac{v_0}{R}}$$

(*) Per determinar, encara



Aquest exercici va molt bé per entendre què és un "vector foto" (particularitat).

Com que

$$R_T(P) = \frac{v_T^2(P)}{|a_T^n(P)|}$$

per determinar $R_T(P)$ ens caldrà calcular primer

$\bar{v}_T(P)$ i $\bar{a}_T(P)$ \leftarrow i descompondre aquesta en $\bar{a}_T^S(P)$ i $\bar{a}_T^n(P)$

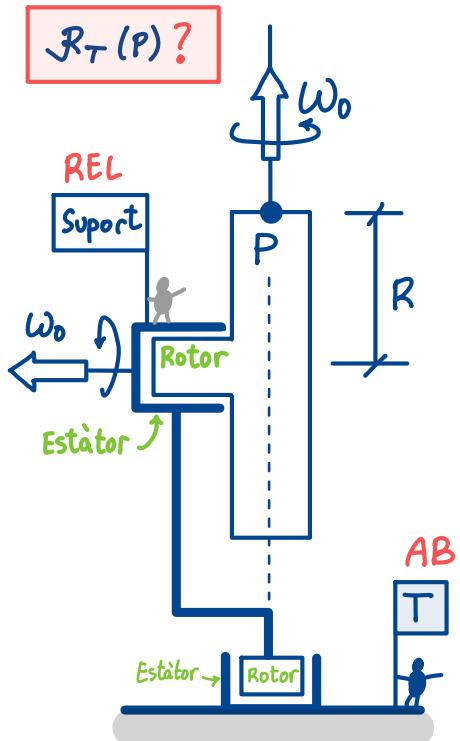
És molt fàcil calcular $\bar{v}_T(P)$ via composició de velocitats (v. pàg. seg.) però el vector que en resulta no és un **vector general** (o "pel·lícula") perquè només és vàlid per a l'instant en que P passa pel punt més alt. Per tant, no el podem derivar respecte el temps per obtenir $\bar{a}_T(P)$. En conclusió: ens caldrà obtenir $\bar{a}_T(P)$ via composició de moviments.

Solució:

$$\text{Comp. mov.} \quad \left| \begin{array}{l} AB = T \\ REL = \text{Suport} \end{array} \right.$$

$$\bar{v}_{AB}(P) = \underbrace{\bar{v}_{REL}(P)}_{\otimes \omega_0 R} + \underbrace{\bar{v}_{ar}(P)}_{\bar{o}} = \otimes \omega_0 R \quad (1)$$

$(\otimes \omega_0 R)$ és un vec. foto (només és vàlid per a l'instant en que P passa pel punt més alt) \Rightarrow No el podem derivar \Rightarrow Cal fer comp. movim. per trobar $\bar{a}_T(P)$.



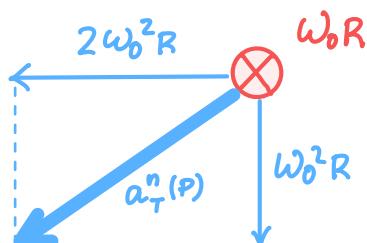
$$\bar{a}_{AB}(P) = \bar{a}_{REL}(P) + \bar{a}_{ar}(P) + \bar{a}_{cor}(P) =$$

$$2 \bar{\Omega}_{AB}^{REL} \times \bar{v}_{REL}(P)$$

$$= (\downarrow \omega_0^2 R) + 0 + 2 \underbrace{[(\uparrow \omega_0) \times (\otimes \omega_0 R)]}_{(\leftarrow 2\omega_0^2 R)} = (\downarrow \omega_0^2 R) + (\leftarrow 2\omega_0^2 R) \quad (2)$$

Dibuixem vel. i acc.:

— vel.
— accel.



Tota l'acceleració
és normal a

$$\bar{v}_{AB}(P) = \otimes \omega_0 R$$

$$a_T^n(P) = \sqrt{(2\omega_0^2 R)^2 + (\omega_0^2 R)^2} = \omega_0^2 R \sqrt{5}$$

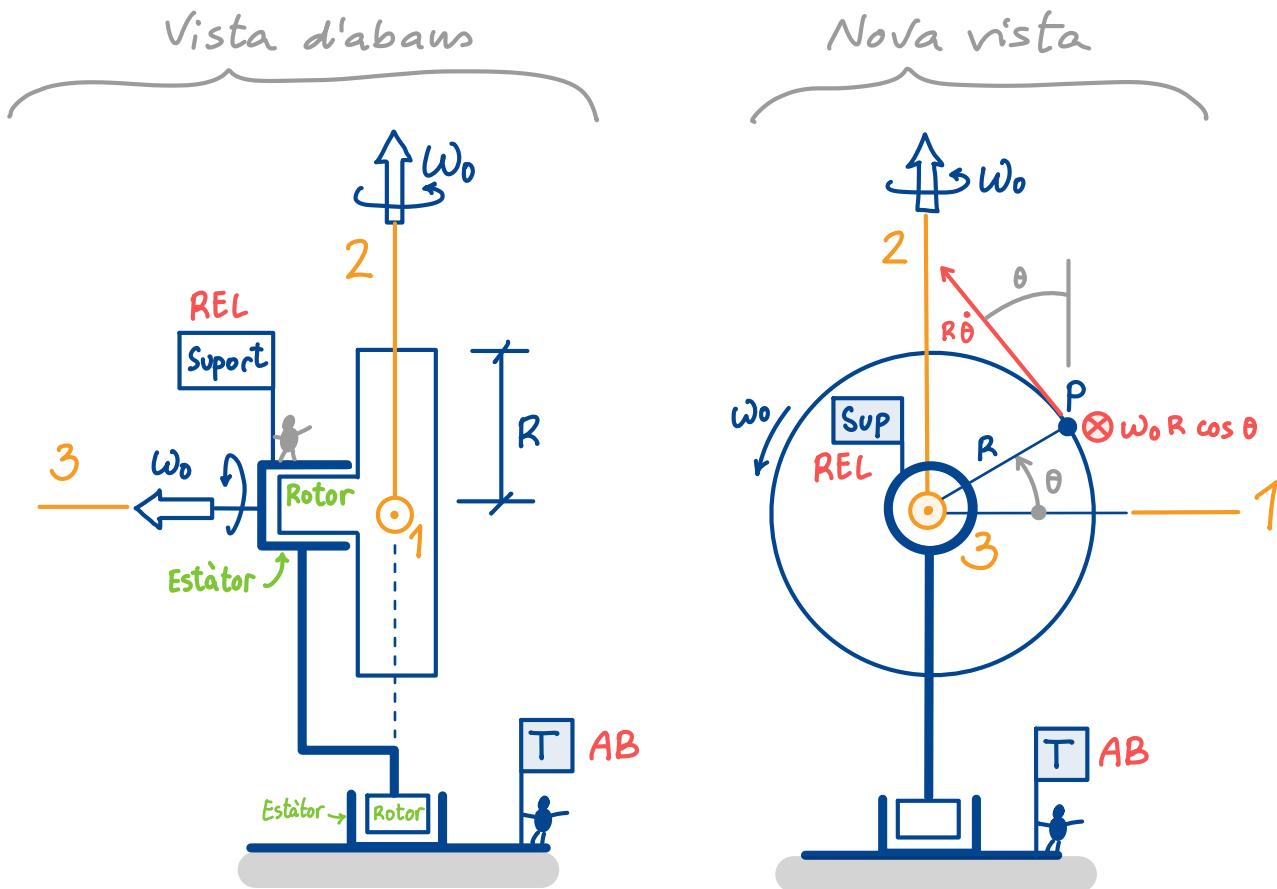
$$R_T(P) = \frac{v_T^2(P)}{|a_T^n(P)|} = \frac{\omega_0^2 R^2}{\omega_0^2 R \sqrt{5}} = \frac{R}{\sqrt{5}}$$

Punt que a alguns estudiants els costa de veure

- Ho poso per si teniu curiositat només..

Solució + feixuga via l'obtenció d'un vec. pel·lí per $\bar{v}_{AB}(P)$, i derivant-lo
la faig pq es vegi la superioritat de la comp. de movim. en aquest problema

Cal obtenir $\bar{v}_{AB}(P)$ sobre una config. genèrica. Això obliga a treballar sobre una altra vista del sistema, i a posar P en posició general, introduint la coordenada θ :



Treballant amb la nova vista:

$$\bar{v}_{AB}(P) = (\nwarrow R\dot{\theta}) + (\otimes \omega_0 R \cos \theta) = \left\{ \begin{array}{l} -R\dot{\theta} \sin \theta \\ R\dot{\theta} \cos \theta \\ -\omega_0 R \cos \theta \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{l} -R\omega_0 \sin \theta \\ R\omega_0 \cos \theta \\ -\omega_0 R \cos \theta \end{array} \right\}_B$$

Ara $\bar{v}_{AB}(P)$ sí que és un vec. pel·lícula i el podem derivar!

Abans de fer-ho, fixem-nos que si el particularitzem per a $\theta = 90^\circ$, obtenim la velocitat de P quan passa pel punt més alt. És a dir, la de (1) a la pàgina anterior:

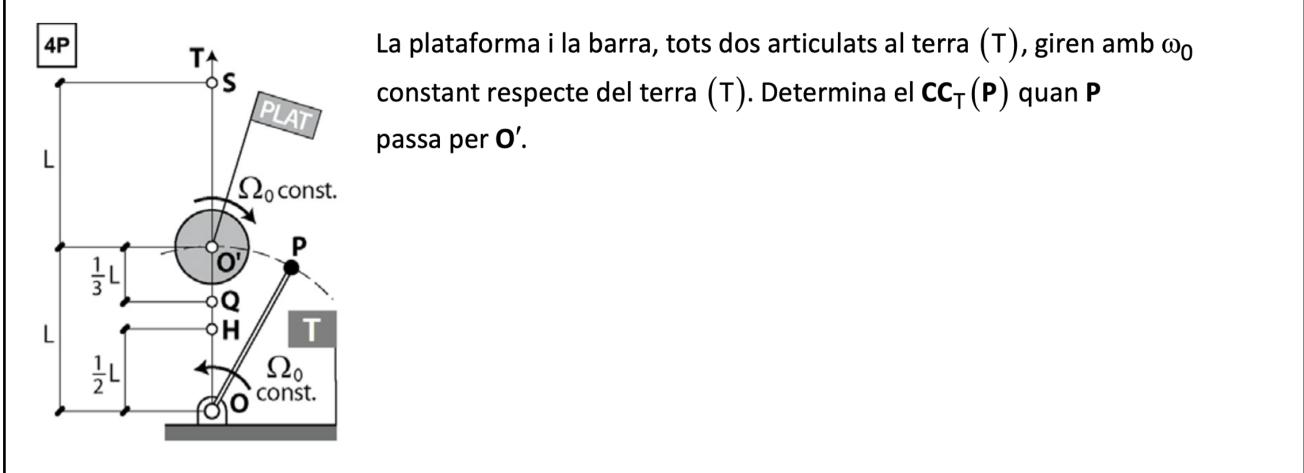
$$\left[\bar{v}_{AB}(P) \right]_{\theta=90^\circ} = \left\{ \begin{array}{l} -R\omega_0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_B \leftarrow \text{Coincideix amb el resultat de l'Eg. (1), com esperavem!}$$

Doncs va! Ara deriven el vector general $\vec{v}_{AB}(P)$ per obtenir un vector general $\vec{a}_{AB}(P)$. Fem-ho analíticament:

$$\begin{aligned} \{\vec{v}_{AB}(P)\}_B &= \begin{Bmatrix} -R\omega_0 \sin \theta \\ R\omega_0 \cos \theta \\ -R\omega_0 \cos \theta \end{Bmatrix}_B \\ &\downarrow d/dt \\ \{\vec{a}_{AB}(P)\}_B &= \begin{Bmatrix} -R\omega_0 \dot{\theta} \cos \theta \\ -R\omega_0 \dot{\theta} \sin \theta \\ R\omega_0 \dot{\theta} \sin \theta \end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} -R\omega_0 \sin \theta \\ R\omega_0 \cos \theta \\ -R\omega_0 \cos \theta \end{Bmatrix}}_{\begin{Bmatrix} -R\omega_0^2 \cos \theta \\ 0 \\ R\omega_0^2 \sin \theta \end{Bmatrix}} = \begin{Bmatrix} -2R\omega_0^2 \cos \theta \\ -R\omega_0^2 \sin \theta \\ 2R\omega_0^2 \sin \theta \end{Bmatrix}_B \quad (*) \\ &\qquad \qquad \qquad \dot{\theta} = \omega_0 \end{aligned}$$

Si ara particularitzem (*) per $\theta = 90^\circ$ obtenim l'acceleració de P quan passa pel punt més alt:

$$\left[\vec{a}_{AB}(P) \right]_B \Big|_{\theta=90^\circ} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -R\omega_0^2 \\ 2R\omega_0^2 \end{Bmatrix}_B \leftarrow \text{Coinideix amb el resultat de l'Eg. (2), com esperàrem!}$$



$$\text{Buscarem } \mathcal{R}_{\text{Plat}}(P) = \frac{\dot{v}_{\text{Plat}}^2(P)}{|a_{\text{Plat}}^n(P)|}$$

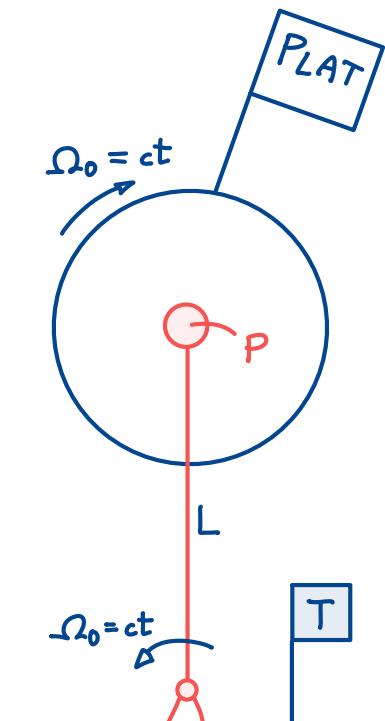
Farem camp. de movim amb $\begin{cases} AB = T \\ REL = PLAT \end{cases}$

$$\bar{v}_{\text{REL}}(P) = \underbrace{\bar{v}_{AB}(P)}_{\leftarrow \Omega_0 L} - \underbrace{\bar{v}_{ar}(P)}_0 = (\leftarrow \Omega_0 L)$$

$$\bar{a}_{\text{REL}}(P) = \bar{a}_{AB}(P) - \bar{a}_{ar}(P) - \bar{a}_{cor}(P) = \underbrace{2 \bar{\Omega}_{AB}^{\text{REL}} \times \bar{v}_{\text{REL}}(P)}$$

$$= (\downarrow \Omega_0^2 L) - \bar{0} - 2 \left[\left(\overbrace{\Omega_0}^{\curvearrowright} \times (\leftarrow \Omega_0 L) \right) \right] =$$

$$= (\downarrow 3 \Omega_0^2 L)$$



$$\xrightarrow{\Omega_0 L} P \quad \xrightarrow{3 \Omega_0^2 L} \quad \Rightarrow \mathcal{R}_{\text{PLAT}}(P) = \frac{\dot{v}_{\text{Plat}}^2(P)}{|a_{\text{Plat}}^n(P)|} = \frac{(\Omega_0 L)^2}{3 \Omega_0^2 L} = \frac{L}{3}$$

Per tant:

$$CC_{\text{PLAT}}(P) = Q$$

