

Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials

MECÀNICA

recull de qüestions i problemes de
Dinàmica



Laboratori de Mecànica - ETSEIB



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

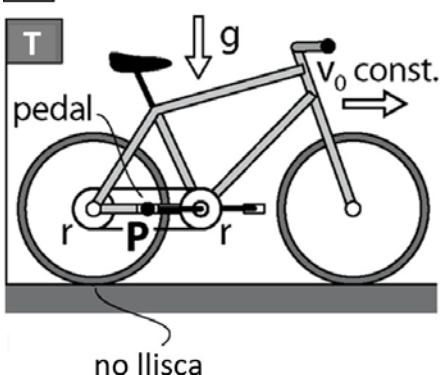
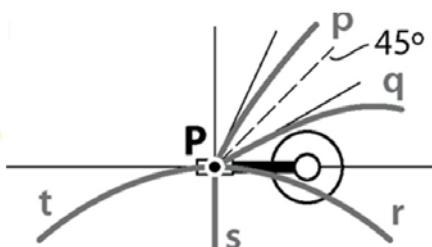
Departament d'Enginyeria Mecànica

Aquest document conté les qüestions i problemes que es realitzen durant la **segona part** del curs de *Mecànica* del Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials a l'ETSEIB (UPC).

A cada figura s'indica la unitat del curs en la que està programat veure'n el contingut, on T fa referència a les sessió de teoria i P a les de problemes.

Tota la teoria, amb exemples i exercicis resolts al web **mec.etseib.upc.edu**

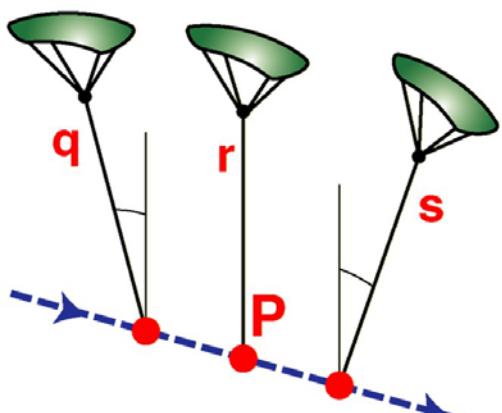
8T

**P es desprèn**

La bicicleta no llisca sobre el terra (T). Plat i pinyó tenen el mateix radi.

La partícula **P** es desprèn del pedal. Quina és la seva trajectòria respecte de T?

8T

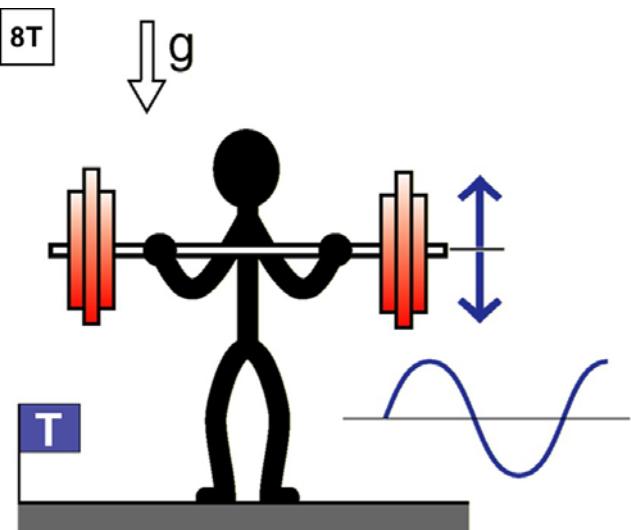


Una persona **P** fa un descens rectilini i uniforme respecte del terra (**T**) amb un parapent.
Si es negligeix la interacció aerodinàmica sobre **P**, quina és l'orientació del parapent?

- freq negligible a P
- descens uniforme

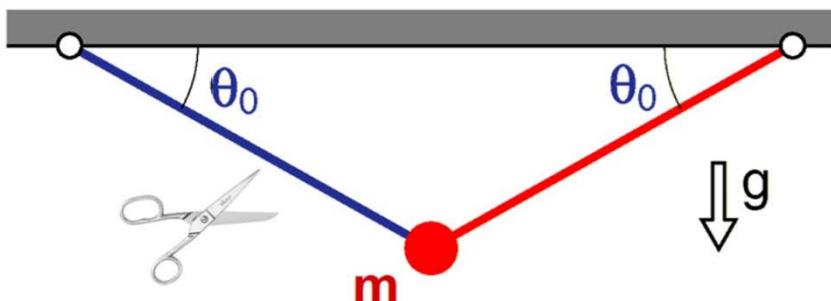
Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

8T



Una persona exercita els seus bíceps movent verticalment de manera sinusoidal una barra amb peses. En quines seccions del moviment la força que les seves mans fan sobre les peses és superior al pes d'aquestes?

8P



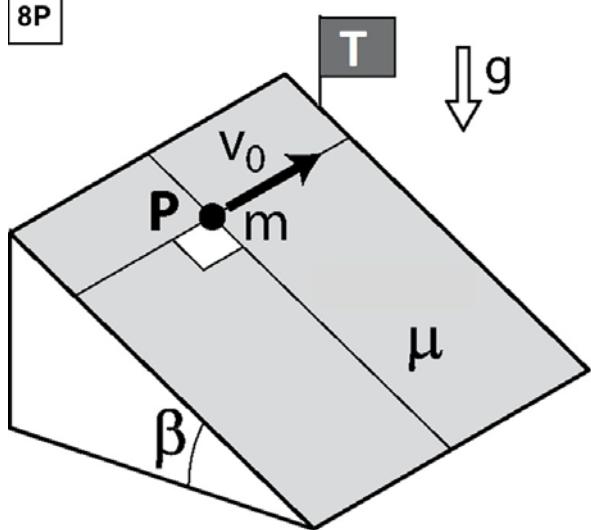
Una partícula **P** de massa m penja del sostre per mitjà de dos fils inextensibles.

Troba:

- el canvi de tensió del fil de la dreita just després de tallar el de l'esquerra.
- l'equació del moviment.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

8P

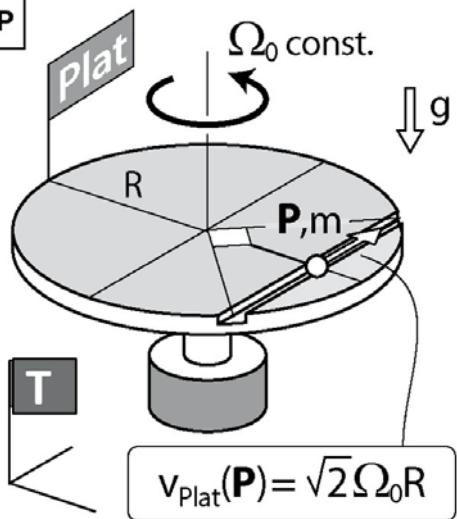


Una partícula **P** de massa m es mou al damunt

d'un terra rugós inclinat (**T**). Troba:

- el radi de curvatura respecte de **T**.

8P

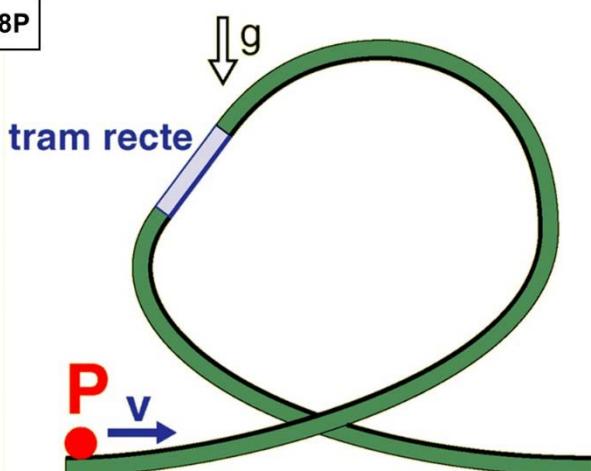


Una partícula P de massa m es mou dins una guia d'una plataforma giratòria de radi R . En la posició indicada, la seva velocitat respecte de la plataforma és $\sqrt{2}\Omega_0 R$.

Troba:

- la força de la guia sobre P a la posició indicada.

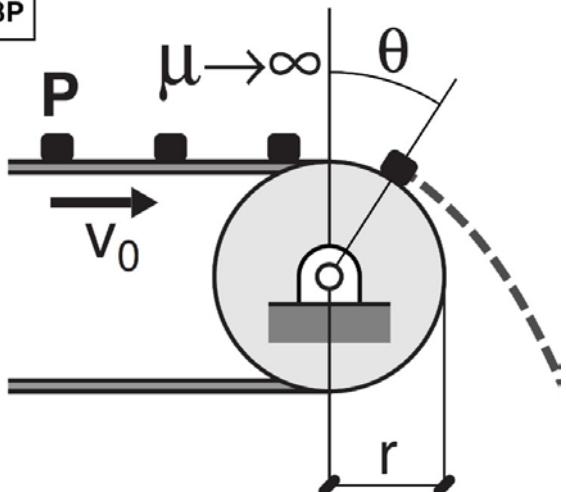
8P



Una partícula **P** de massa m llisca al llarg d'un *looping* fix a terra (**T**). Troba:

- $v_{\min}(\mathbf{P})$ per tal que arribi al punt més alt.
- $v_{\min}(\mathbf{P})$ per tal que recorri tot el *looping*.

8P

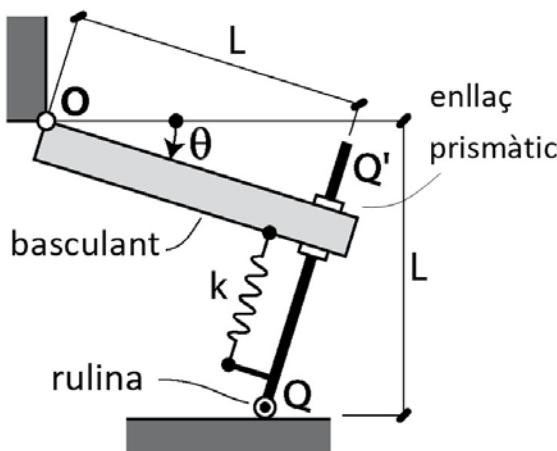


Una partícula **P** de massa m es troba al damunt d'una cinta transportadora rugosa. Troba:

- l'angle θ de pèrdua de contacte amb la cinta.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

8P $\theta_{\text{eq}} = 0, F_m(\theta_{\text{eq}} = 0) = F_0$



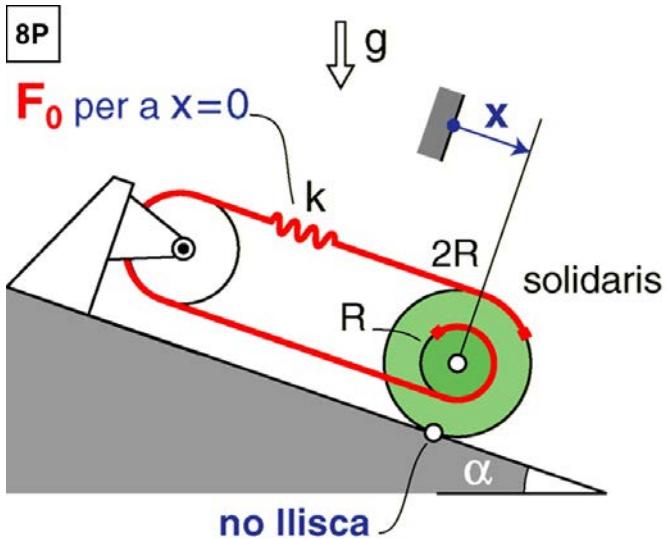
La barra es troba en contacte amb el terra per mitjà d'una rulina, i té un enllaç prismàtic amb el basculant.

La força de la molla en la configuració d'equilibri ($\theta_{\text{eq}} = 0$) és F_0 .

- formula $F_{\text{molla}}^{\text{at}} = f(\theta)$.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

8P

 F_0 per a $x=0$ 

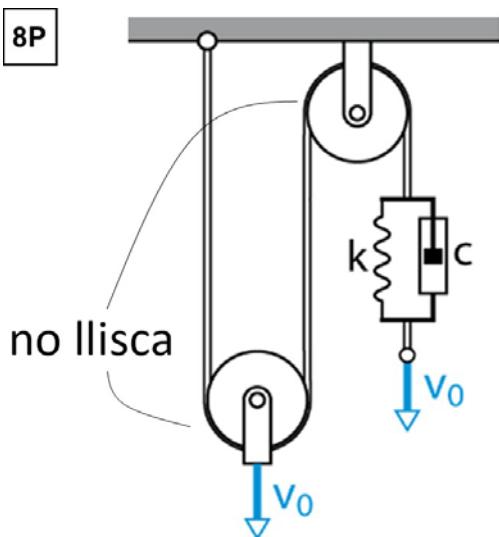
La molla està inserida en un fil inextensible que no llisca al damunt de les politges.

La força de la molla en la configuració d'equilibri ($x=0$) és F_0 .

- formula $F_{\text{molla}}^{\text{at}} = f(x)$.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

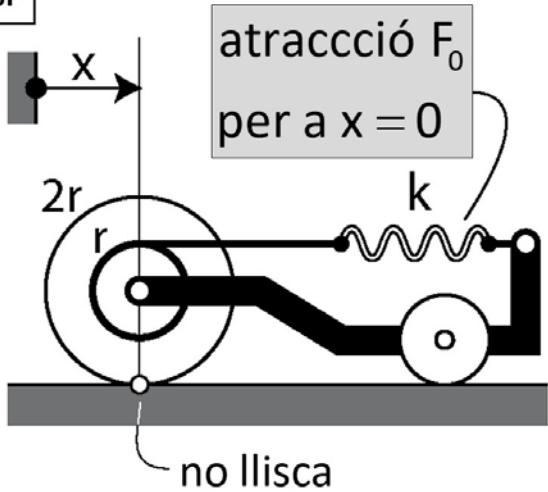
8P



El grup molla-amortidor està inserit en un fil inextensible que no llisca al damunt de les politges. El centre de la politja inferior i el d'un extrem de l'amortidor respecte del terra (T) és v_0 .

- formula $F_{\text{amort}} = f(v_0)$.

8P

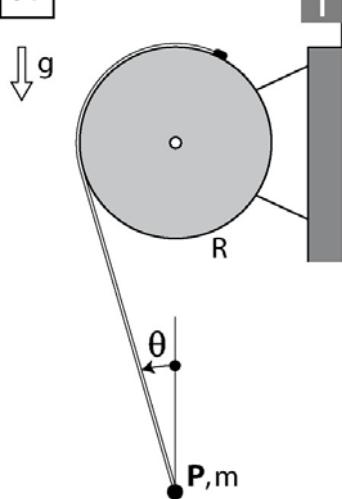


La molla està inserida en un fil inextensible amb un extrem lligat al xassís del carro i l'altre al contorn d'una politja. La coordenada x posiciona el centre de la roda posterior respecte del terra (T).

- formula $F_{\text{molla}}^{\text{at}} = f(x)$.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

9T

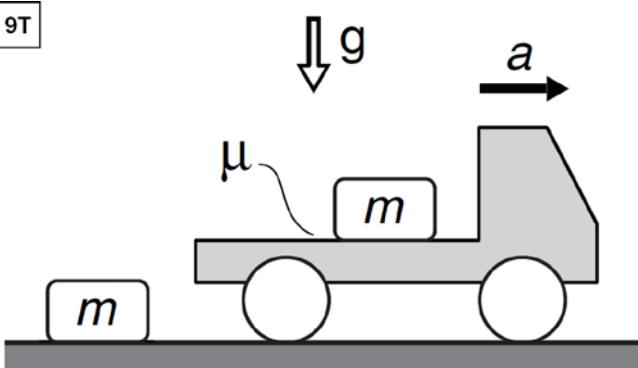


La partícula **P** de massa m penja d'un fil inextensible que té un extrem lligat al contorn d'una politja fixa a terra (**T**). La llargària lliure de fil quan el sistema està en repòs és L_0 . Troba:

- l'equació del moviment.
- la tensió del fil.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

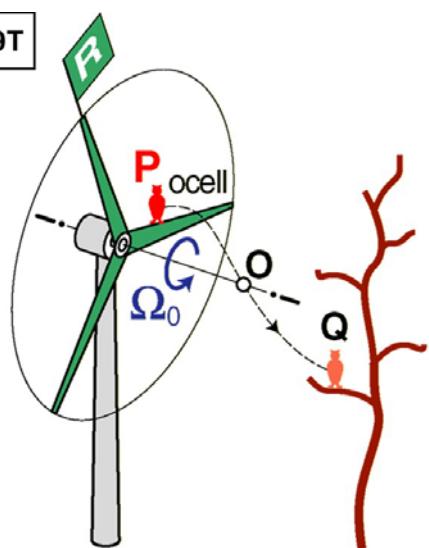
9T



El camió es mou amb acceleració a respecte del terra. Si s'estudia la dinàmica del bloc de massa m des de la referència del camió, evalua les forces d'inèrcia que cal considerar quan el bloc:

- llisca sobre el camió.
- està en caiguda lliure.
- està en repòs al damunt del terra.

9T

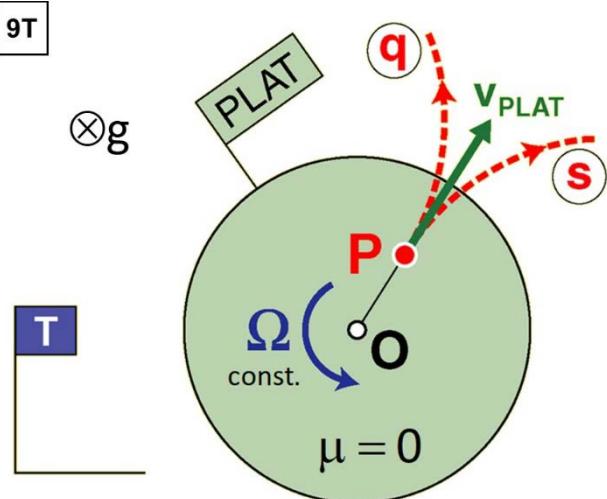


Les pales de l'aerogenerador giren amb Ω_0 constant respecte del terra (T). Si s'estudia la dinàmica de l'ocell des de la referència de les pales, evalua qualitativament les forces d'inèrcia que cal considerar quan l'ocell:

- està en repòs sobre una pala.
- vola.
- està en repòs al damunt de la branca de l'arbre.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

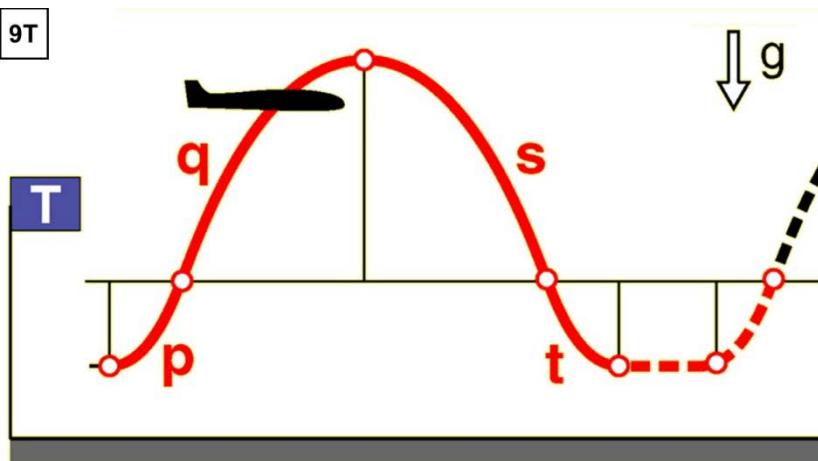
9T



La partícula **P** es mou al damunt d'una plataforma llisa que gira amb velocitat Ω constant respecte del terra (**T**). Si la velocitat inicial de **P** respecte de la plataforma és radial enfora de valor v_{PLAT} , troba:

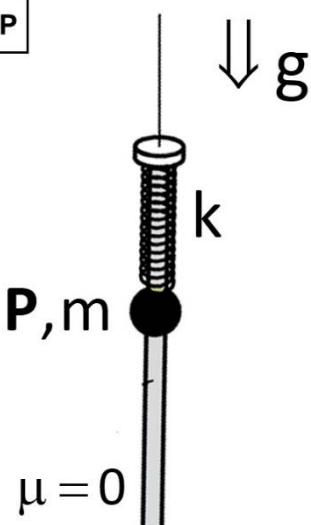
- la desviació de la trajectòria respecte de la plataforma.
- $\mathfrak{R}_{PLAT}(\mathbf{P})$ inicial.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica



L'avió fa un moviment de translació respecte del terra (T). Determina en quines fases del moviment es pot aconseguir "gravetat zero" a l'interior de l'avió.

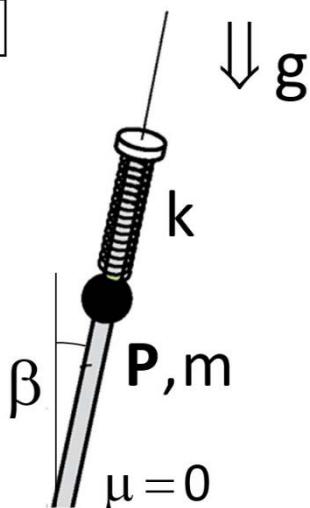
9P



La partícula **P** de massa m penja d'una molla lineal de constant k que té un extrem lligat a una guia llisa vertical fixa a terra (T). Proposa diferents orígens per a la coordenada x associada al moviment de **P** respecte de la guia, i troba:

- l'equació del moviment.
- la freqüència de les oscil·lacions.
- la força de la guia sobre **P**.

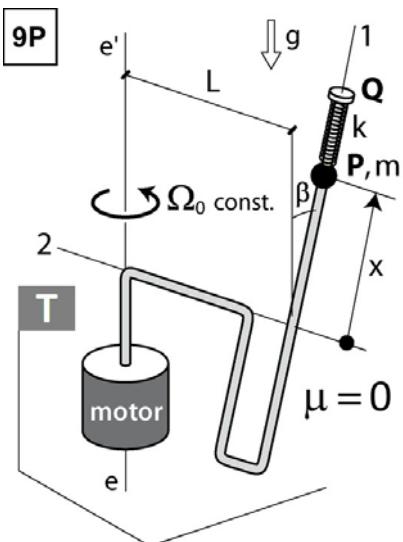
9P



La partícula P de massa m penja d'una molla lineal de constant k que té un extrem lligat a una guia llisa inclinada fixa a terra (T). Proposa diferents orígens per a la coordenada x associada al moviment de P respecte de la guia, i troba:

- l'equació del moviment.
- la freqüència de les oscil·lacions.
- la força de la guia sobre P .

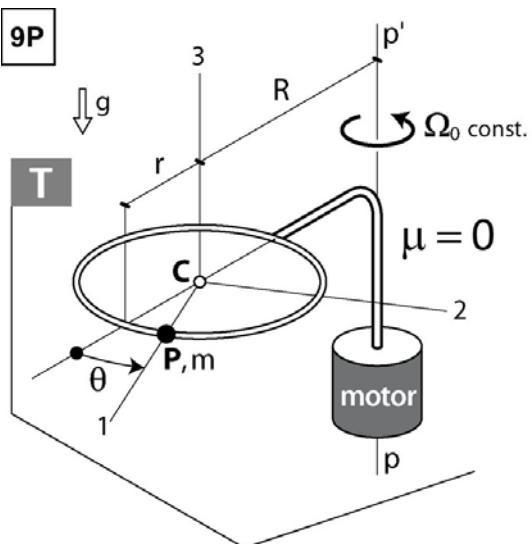
Recull de qüestions i problemes de Dinàmica



La partícula **P** de massa m penja d'una molla lineal de constant k que té un extrem lligat a una guia llisa inclinada que gira amb Ω_0 constant respecte del terra (**T**). Per a $x=0$ i $\Omega_0=0$, la partícula està en equilibri. Troba:

- l'equació del moviment, i valídala.
- la freqüència de les oscil·lacions.
- la força de la guia sobre **P**.

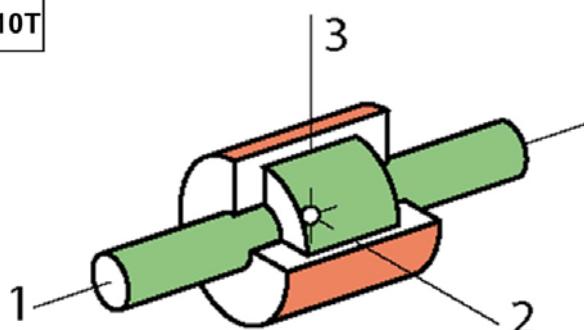
Recull de qüestions i problemes de Dinàmica



La partícula P de massa m es mou dins una guia llisa que gira amb Ω_0 constant respecte del terra (T). Troba:

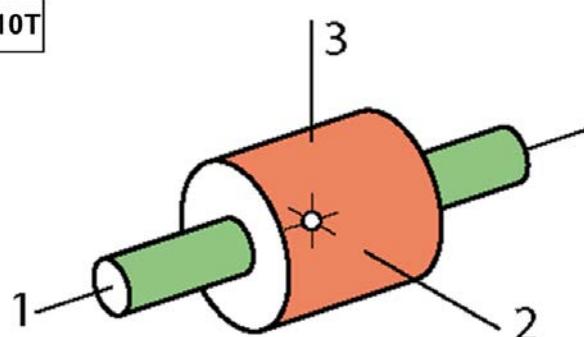
- l'equació del moviment per a la coordenada θ .
- la força de la guia sobre P .

10T



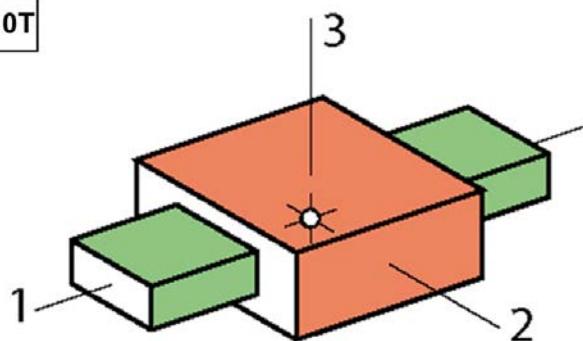
Caracteritza el torsor associat a l'enllaç cilíndric.

10T



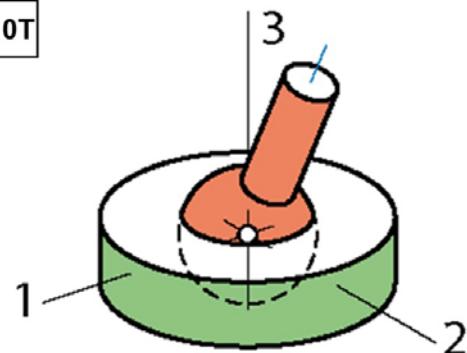
Caracteritza el torsor d'enllaç associat a l'articulació.

10T



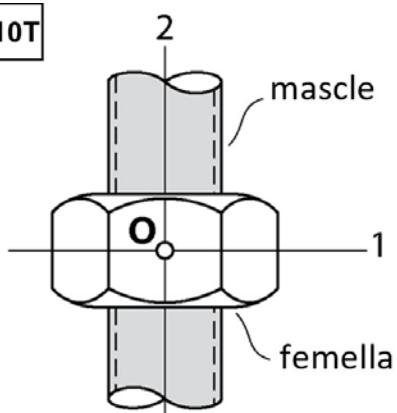
Caracteritza el torsor associat a l'enllaç prismàtic.

10T



Caracteritza el torsor d'enllaç associat a la ròtula esfèrica.

10T



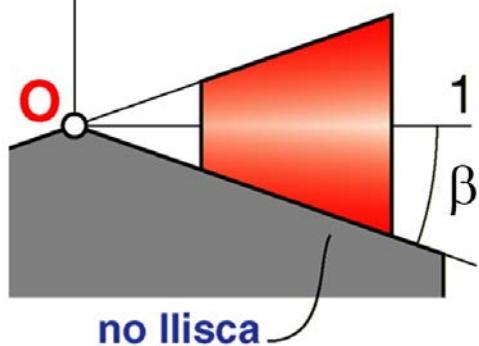
Caracteritza el torsor d'enllaç associat a la unió roscada.

$$\text{pas de rosca} = e \left[\frac{\text{mm}}{\text{volta}} \right]$$

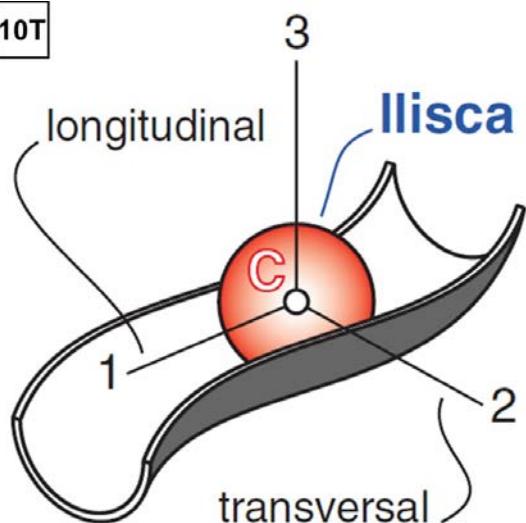
10T

2

La mola es mou sense lliscar sobre el terra. Caracteritza el torsor d'enllaç entre els dos al punt **O**.

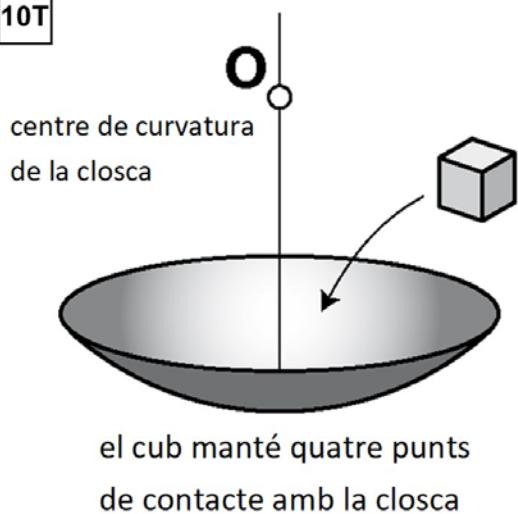


10T



La bola baixa per la guia llisa. Caracteritza el torsor d'enllaç entre guia i bola al punt C.

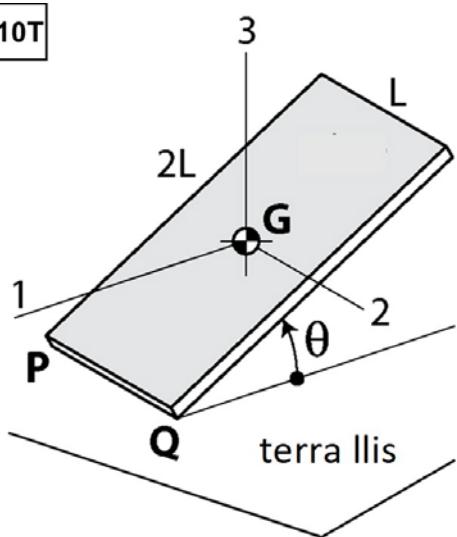
10T



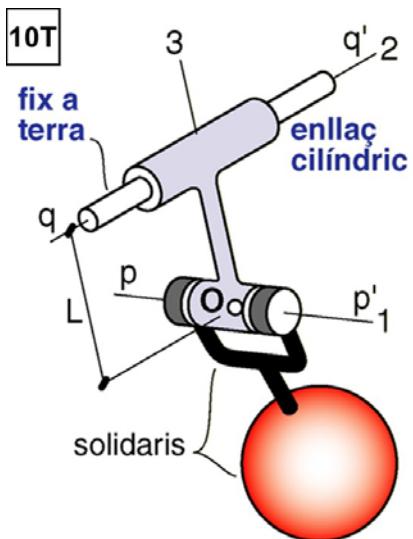
El cub està en contacte amb la superfície esfèrica.
Caracteritza el torsor d'enllaç entre superfície i cub
al punt O.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

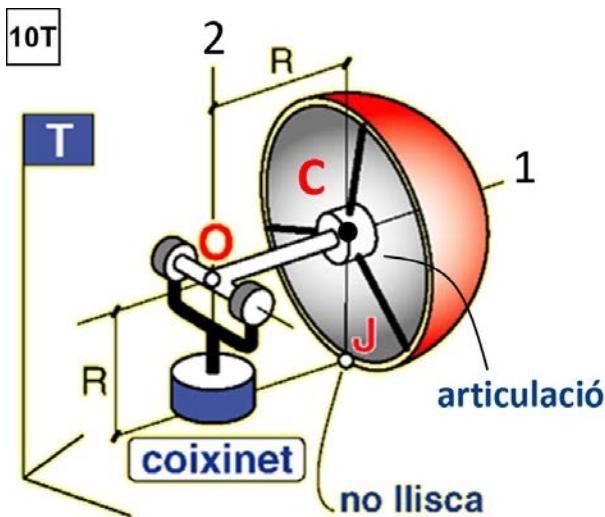
10T



La placa està en contacte amb el terra llis. Caracteritza el torsor d'enllaç entre terra i placa al punt **G**.

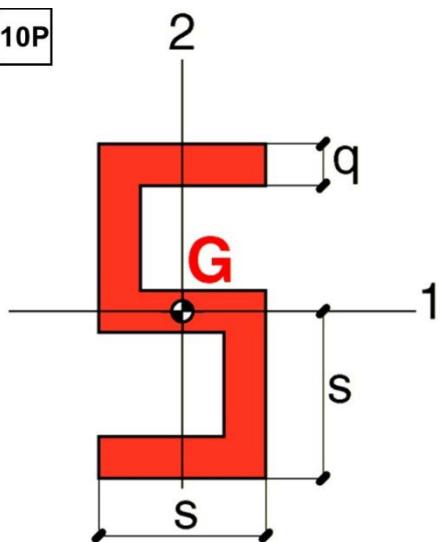


La bola està articulada a la peça grisa, de massa neglible.
La peça té un enllaç cilíndric amb la barra. La fricció als enllaços
és neglible. Caracteritza el torsor d'enllaç que la bola rep de
la barra al punt **G**.

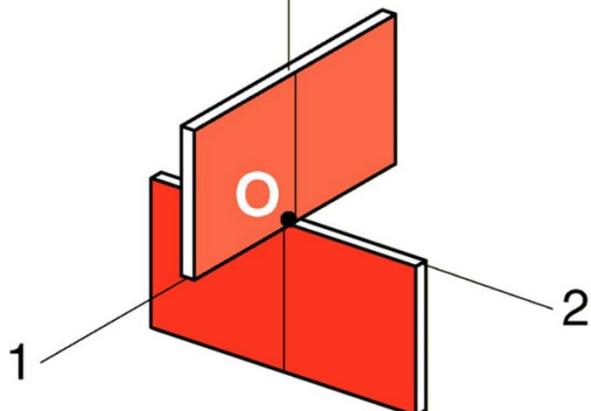


La closca semiesfèrica té un contacte sense lliscament a J i està articulada a un braç horitzontal. El braç està articulat a una forquilla. Entre forquilla i terra hi ha un coixinet. La massa del braç i la forquilla, i la fricció als enllaços són negligibles. Caracteritza el torsor d'enllaç que la closca rep del terra, per mitjà del braç i la forquilla, al punt C.

10P



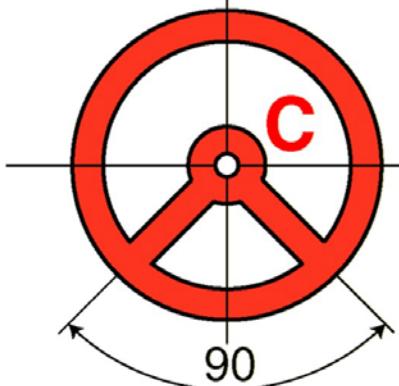
La peça plana és homogènia. Fes l'avaluació qualitativa de II(**G**).

10P**3**

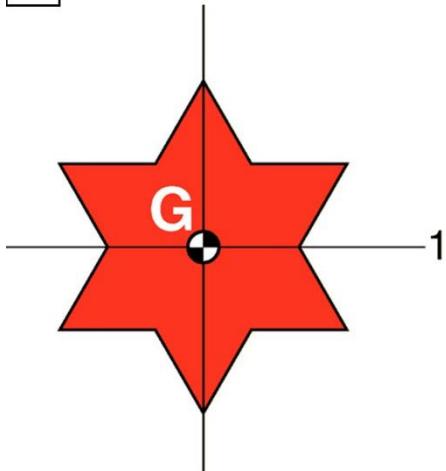
Les dues plaques són idèntiques i homogènies.
Fes l'avaluació qualitativa de II(O).

10P

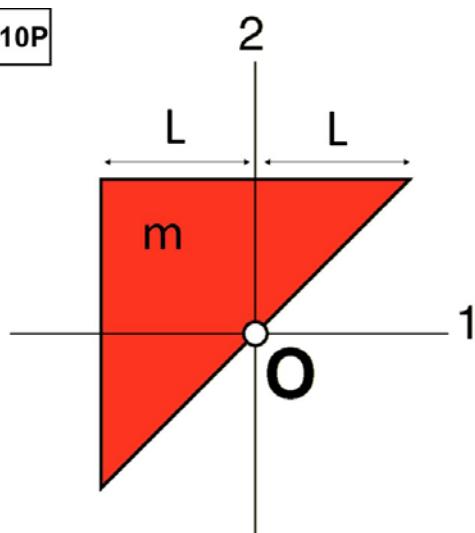
2



La peça plana és homogènia.
Fes l'avaluació qualitativa de II(O).

10P**2**La peça plana és homogènia. Fes l'avaluació qualitativa de II(**G**).

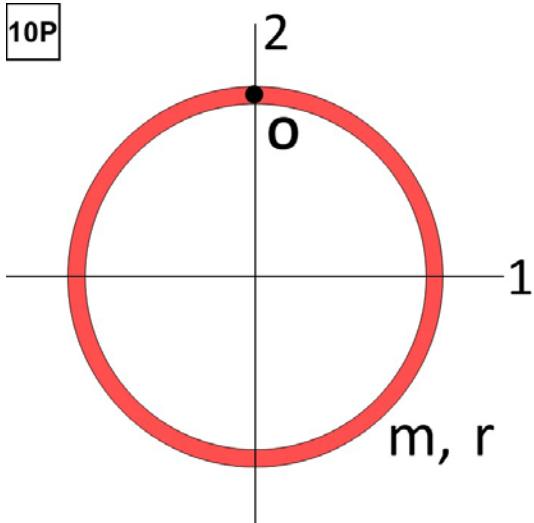
10P



La placa triangular, de massa m i costats $2L$, és homogènia.

Fes l'avaluació de $II(O)$:

- qualitativa.
- quantitativa.

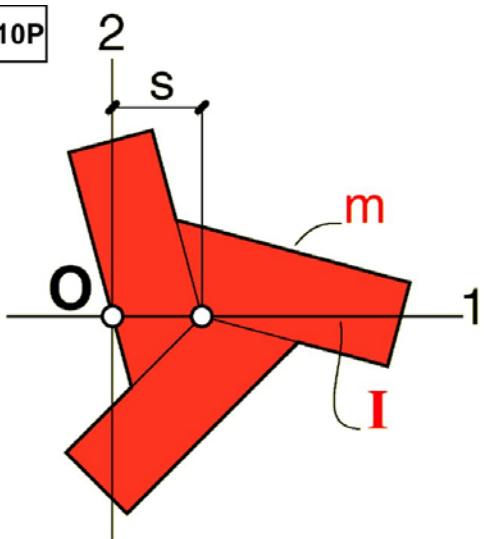
10P

L'anella, de massa m i radi r , és homogènia.

Fes l'avaluació de $\text{II}(\mathbf{O})$:

- qualitativa.
- quantitativa.

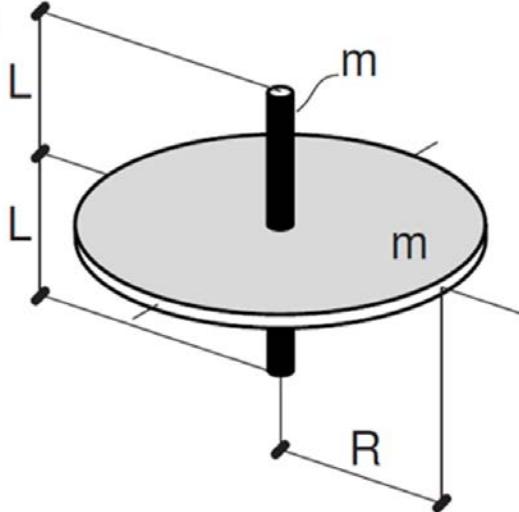
10P



La peça de massa m és homogènia. El seu moment d'inèrcia respecte de l'eix 1 és I . Fes l'avaluació qualitativa de $I_{\text{II}}(\bullet)$.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

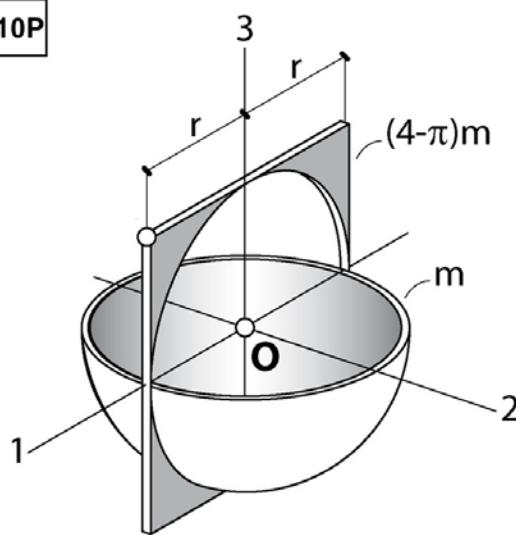
10P



La placa circular, de massa m i radi R , i la barra, de massa m i longitud $2L$, són homogènies.

- fes l'avaluació qualitativa de $\text{II}(\mathbf{O})$.
- troba $L = f(R)$ per tal que al peça sigui rotor esfèric a \mathbf{O} .

10P

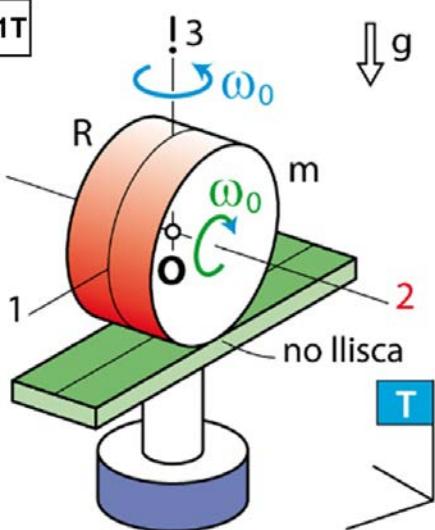


La closca semiesfèrica, de massa m i radi r , i la placa foradada, de massa $(4-\pi)m$ i costats $2r$, són homogènies. Fes l'avaluació de $\text{II}(\mathbf{O})$:

- qualitativa.
- quantitativa.

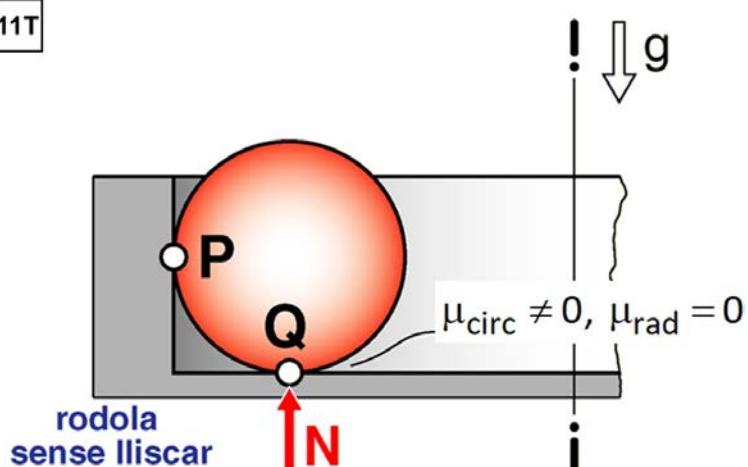
Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

11T



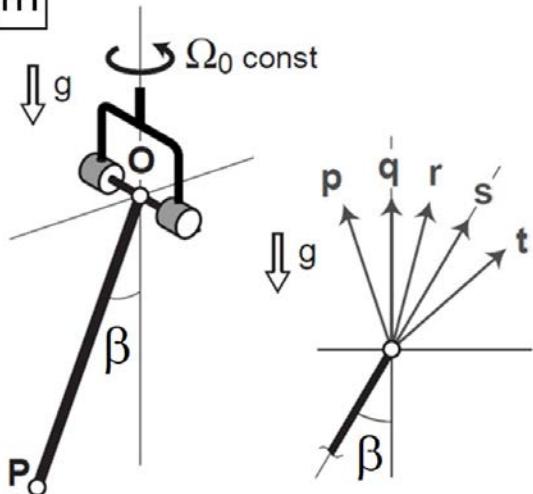
El corró homogeni, de massa m i radi R , gira sense lliscar amb ω_0 constant respecte del suport. El suport gira amb ω_0 constant respecte del terra (T). Troba la força del suport sobre el corró.

11T

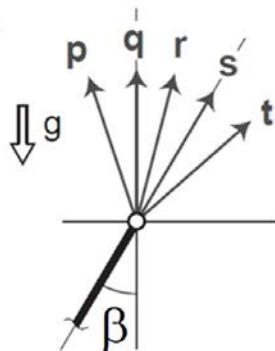


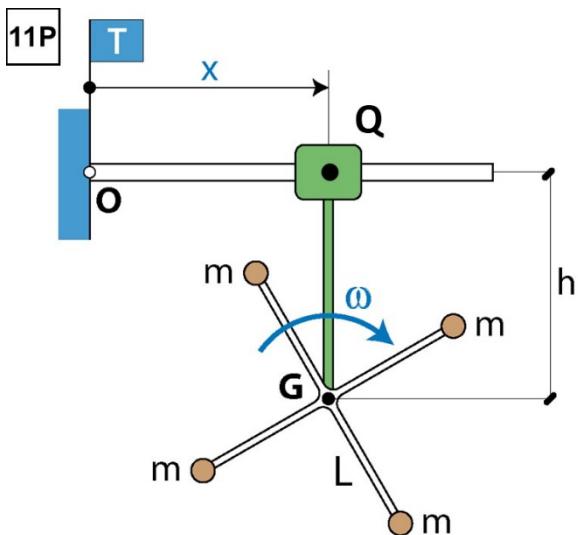
La bola homogènia rodola sense lliscar dins una cavitat cilíndrica fixa a terra. Entre cavitat i bola només hi ha freqüència en la direcció circumferencial. Compara la força normal que la bola rep a Q amb el pes ($N_Q > \text{pes}$? $N_Q < \text{pes}$? $N_Q = \text{pes}$?).

11T



La barra homogènia OP està articulada a una forquilla de massa negligible, i gira amb Ω_0 constant respecte del terra mantenint la seva inclinació β . Troba la direcció de la força de la forquilla sobre la barra.



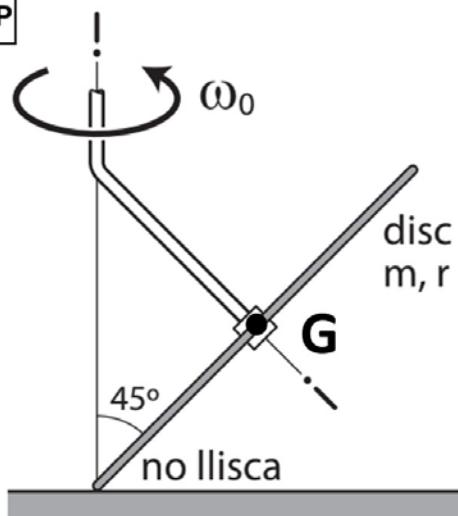


Les quatre partícules, de massa m , estan enganxades a una peça amb forma de creu de massa negligible. La peça està articulada a un suport que es mou al llarg d'una guia recta fixa a terra (**T**). Troba el moment cinètic del sistema:

- al punt **Q**.
- al punt **O**.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

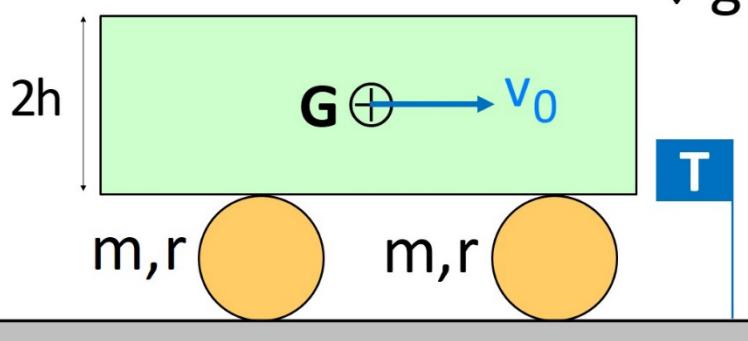
11P



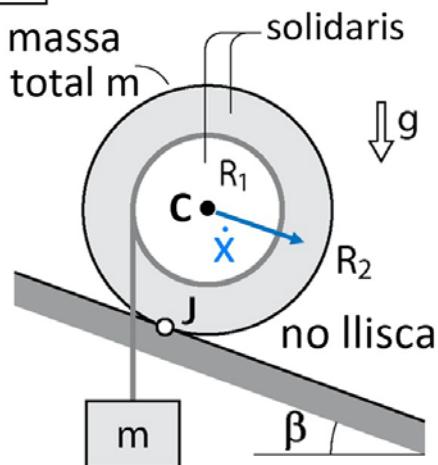
El disc homogeni, de massa m i radi r , està articulat a un braç i no llisca sobre el terra (T). El braç gira amb ω_0 constant respecte de T . Troba el moment cinètic del disc al punt G .

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

11P

 $\downarrow g$

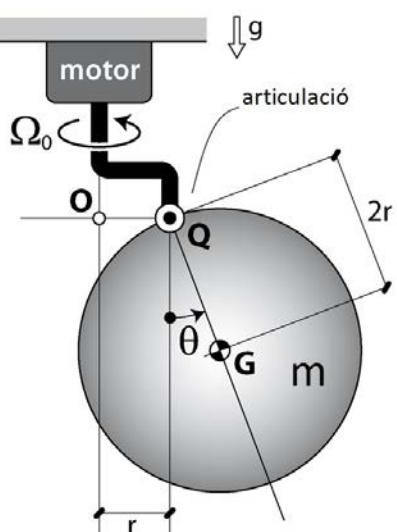
El bloc homogeni, de gruix $2h$, es mou amb v_0 respecte del terra (T), recolzat al damunt de dos corrons homogenis, de massa m i radi r , que no llisquen en cap dels seus punts de contacte amb el bloc i amb el terra. Troba el moment cinètic del sistema al centre d'inèrcia del bloc (punt G).

11P

Les rodes homogènies, de massa total m i radis R_1 i R_2 , són solidàries, i no llisquen sobre el terra (T). El bloc, de massa m , penja d'un fil inextensible que s'enrotlla sobre la roda de radi R_1 . El centre de les rodes (punt **C**) baixa amb velocitat \dot{x} respecte de T . Troba el moment cinètic del sistema a **C**.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

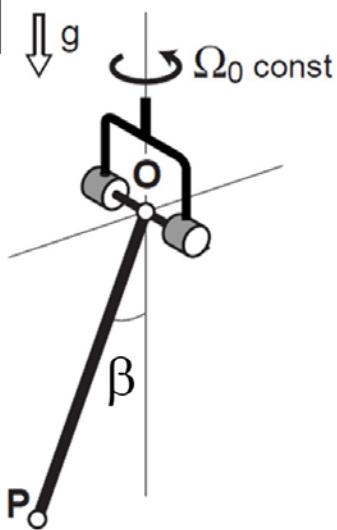
11P



La bola homogènia, de massa m i radi $2r$, està articulada a un braç que gira amb Ω_0 constant respecte del terra (T) sota l'acció d'un motor. Troba:

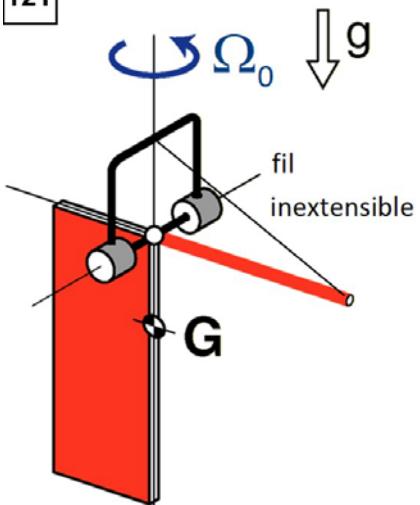
- l'equació de moviment per a la coordenada θ .
- el parell motor.

12T



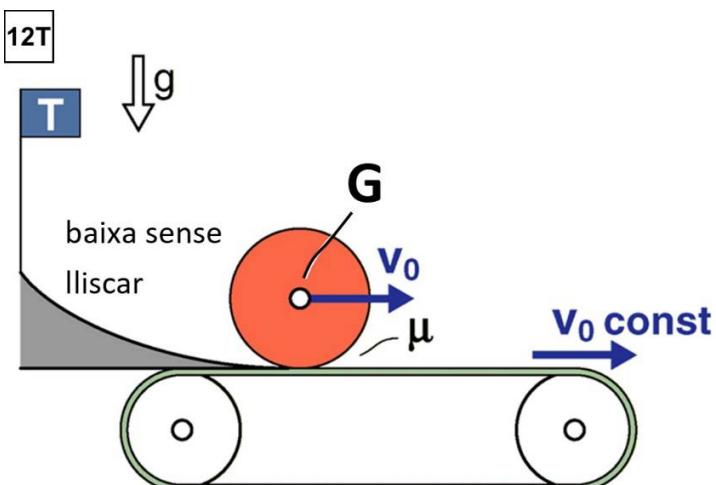
La barra està articulada a una forquilla que gira amb Ω_0 constant respecte del terra (T), i manté constant la seva inclinació β , de manera que el moviment és pla (2D). Raona si es tracta d'un problema de dinàmica 2D.

12T



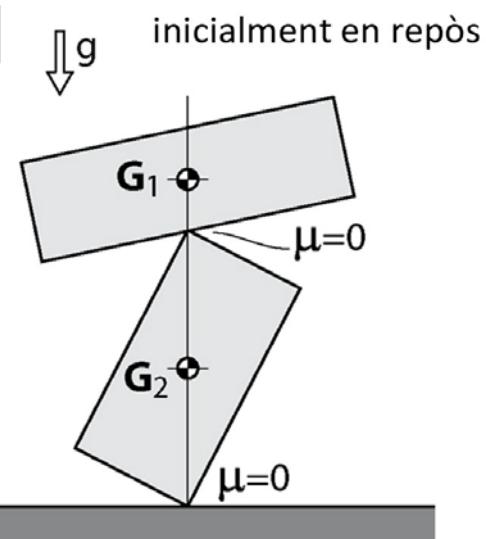
El sòlid està format per una barra i una placa rectangular, i el seu centre d'inèrcia \mathbf{G} es manté sota la vertical del punt \mathbf{O} gràcies a un fil inextensible lligat a la barra i a una forquilla que gira amb Ω_0 constant respecte del terra (T).
El moviment del sistema és pla (2D). Raona si es tracta d'un problema de dinàmica 2D.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica



La roda homogènia baixa sense lliscar per un terra inclinat i aterra sobre una cinta transportadora que es mou amb v_0 constant respecte del terra (**T**). Entre roda i cinta hi ha freq sec de coeficient μ . Analitza l'evolució de la velocitat del centre C respecte del terra just després que la roda entri en contacte amb amb la cinta (creix? d'excreix? es manté igual?).

12T

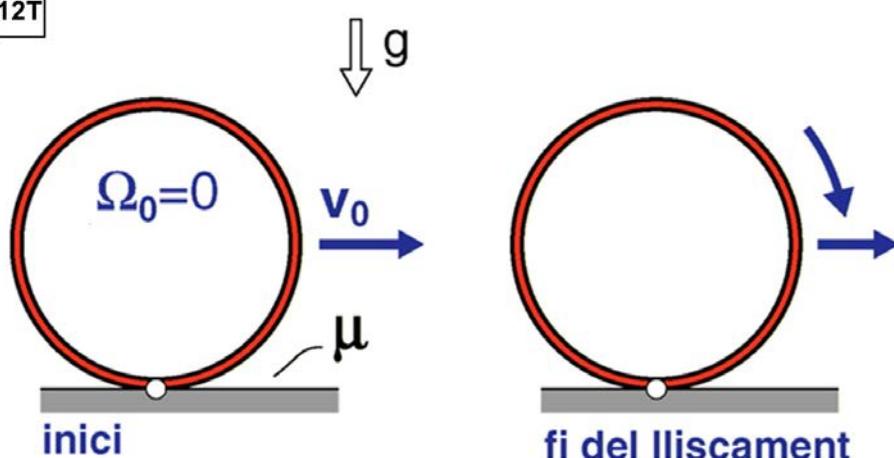


inicialment en repòs

Els dos blocs llisos homogenis estan inicialment en repòs en la configuració mostrada, i el terra també és llis.

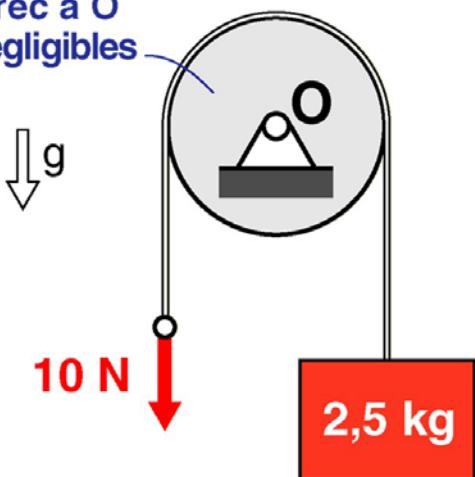
Troba el sentit de la rotació inicial de cadascun d'ells respecte del terra.

12T



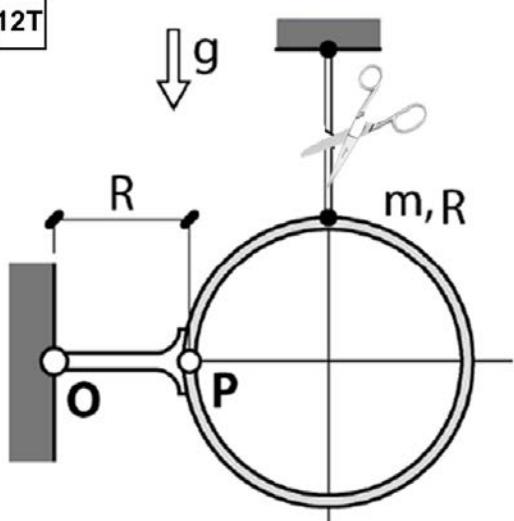
L'anella homogènia té un moviment inicial de translació v_0 respecte del terra. El coeficient de fregament entre terra i anella és μ . Troba el temps necessari perquè desaparegui el lliscament.

12T

**massa i
frec a O
negligibles**

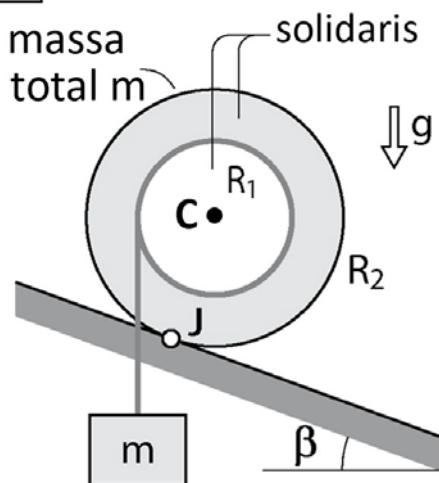
El bloc penja d'un fil inextensible que no llisca al damunt de la politja, de massa negligible, que està articulada al terra. Una força de 10 N s'aplica a l'altre extrem del fil. La fricció a l'articulació és negligible. Troba la força d'enllaç entre terra i politja.

12T



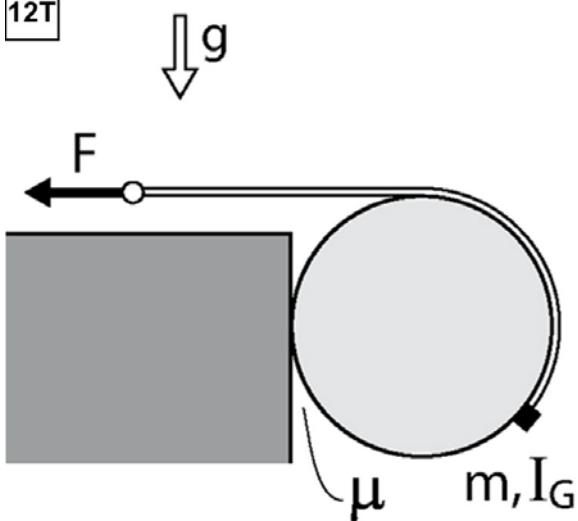
L'anella homogènia, de massa m i radi r , està unida a un braç, de massa negligible, articulat al terra. Troba l'acceleració angular de l'anella respecte del terra i la força d'enllaç associada a l'articulació just després de tallar el fil.

12T



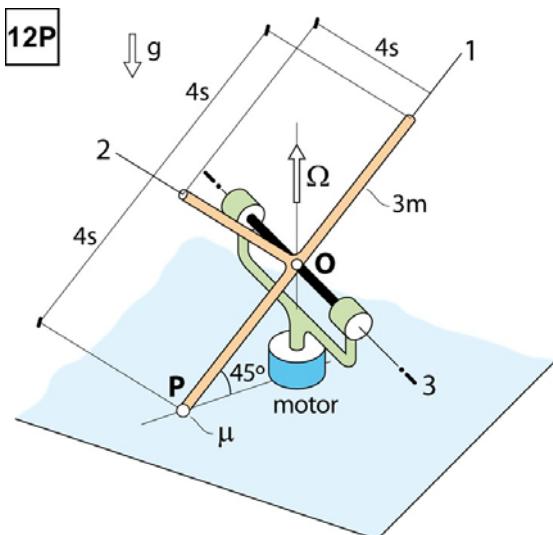
Les rodes homogènies, de massa total m i radi R_1 i R_2 , són solidàries, i no llisquen sobre el terra (T). El bloc, de massa m , penja d'un fil inextensible que s'enrotlla sobre la roda de radi R_1 . Troba el valor de R_1 perquè el sistema estigui en equilibri.

12T



El disc homogeni, de massa total m i moment central d'inèrcia I_G , manté contacte amb una paret. Un fil inextensible té un extrem lligat al disc, i a l'altre s'aplica una força F . Troba el valor mínim del coeficient de fricció entre paret i disc perquè hi hagi equilibri.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

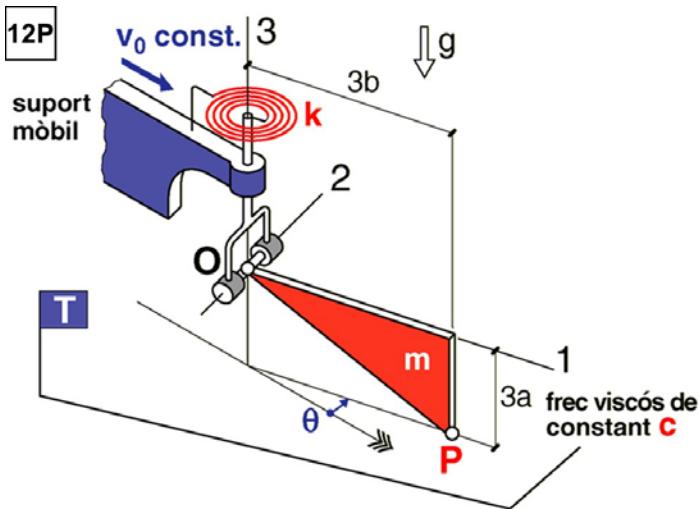


El sòlid rígid està format per tres barres homogènies, cadascuna de massa m i llargària $3s$, i està articulat a una forquilla. Inicialment, el sòlid gira amb amb Ω_0 respecte del terra (T) i manté contacte amb el terra. Entre terra i sòlid hi ha freq sec de coeficient μ .

Fes el diagrama general d'interaccions (DGI) i troba:

- el valor crític de Ω_0 (Ω_{cr}) per al qual es perd el contacte amb el terra.
- l'equació el moviment quan $\Omega > \Omega_{cr}$.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

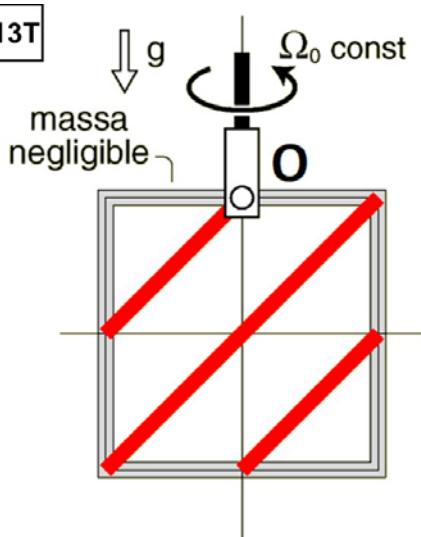


La placa triangular homogènia, de massa m i costats $3a$ i $3b$, està articulada a una forquilla, de massa negligible, i manté contacte amb el terra (T). Entre terra i placa hi ha freq viscós de coeficient c . La forquilla està articulada a un suport que té un moviment de translació v_0 constant respecte del terra. Entre suport i forquilla hi ha una molla torsional de constant k . Fes el diagrama general d'interaccions (DGI) i troba:

- l'equació el moviment per a la θ .
- el valor de k mínim per a estabilitzar les oscil·lacions al voltant de la configuració $\theta = 0$.

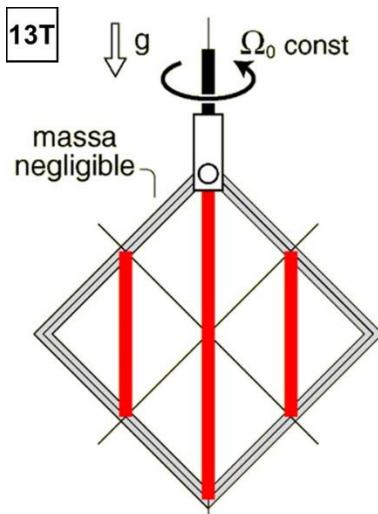
Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

13T



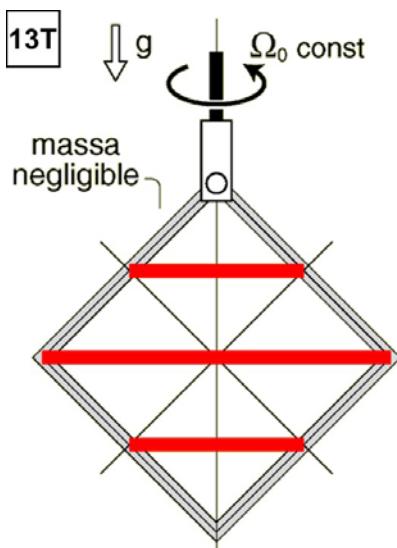
El sòlid rígid està format per barres homogènies i un marc de massa negligible, i està articulat a una forquilla que gira amb Ω_0 constant respecte del terra (T) sota l'acció d'un motor. Investiga la possibilitat que el sòlid giri mantenint l'orientació respecte de la forquilla mostrada a la figura.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica



El sòlid rígid està format per barres homogènies i un marc de massa negligible, i està articulat a una forquilla que gira amb Ω_0 constant respecte del terra (T) sota l'acció d'un motor. Investiga la possibilitat que el sòlid giri mantenint l'orientació respecte de la forquilla mostrada a la figura.

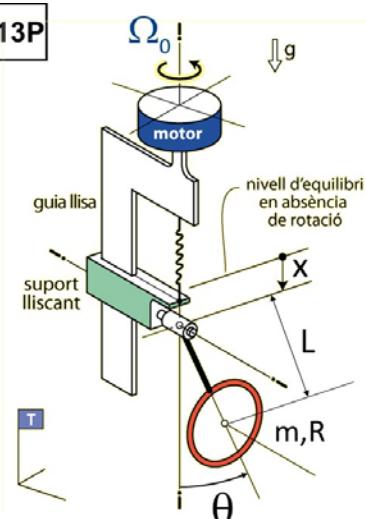
Recull de qüestions i problemes de Dinàmica



El sòlid rígid està format per barres homogènies i un marc de massa negligible, i està articulat a una forquilla que gira amb Ω_0 constant respecte del terra (T) sota l'acció d'un motor. Investiga la possibilitat que el sòlid giri mantenint l'orientació respecte de la forquilla mostrada a la figura.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

13P

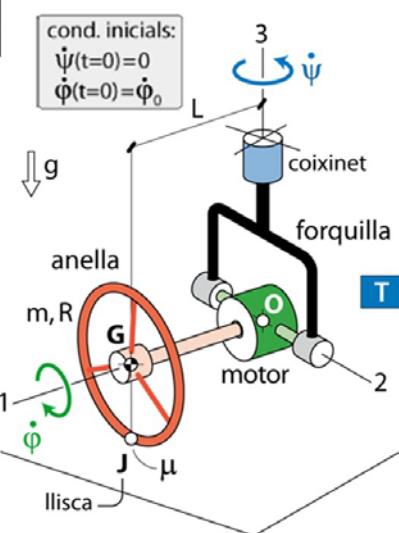


El pèndol està format per una anella homogènia, de massa m i radi R , i un braç, de llargària ($L - R$), i està articulat a un suport que es mou al llarg d'una guia llisa. Entre suport i guia hi ha una molla lineal de constant k . El conjunt gira amb Ω_0 constant respecte del terra (T) sota l'acció d'un motor. Tots els elements tret de l'anella tenen massa negligible. Fes el diagrama general d'interaccions i troba:

- l'equació del moviment per a la coordenada θ .
- l'equació del moviment per a la coordenada x .
- el parell motor.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

13P

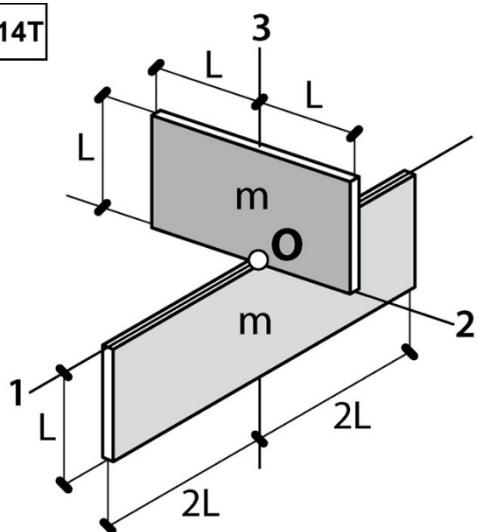


L'anella homogènia, de massa m i radi R , està articulada a un braç, de llargària L , solidari al rotor d'un motor. L'estator del motor està articulat a una forquilla enllaçada amb el sostre (T) per mitjà d'un coixinet. Tots els elements tret de l'anella tenen massa negligible. Fes el diagrama general d'interaccions i troba:

- l'equació del moviment per a la coordenada ψ .
- el parell motor.
- la força normal d'enllaç del terra sobre l'anella.

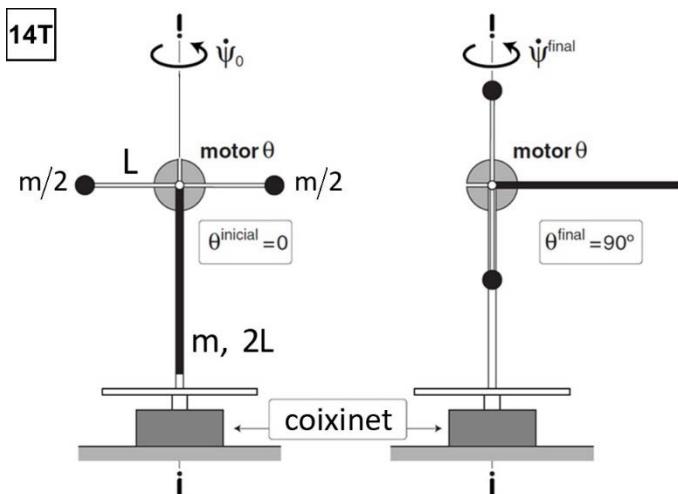
Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

14T



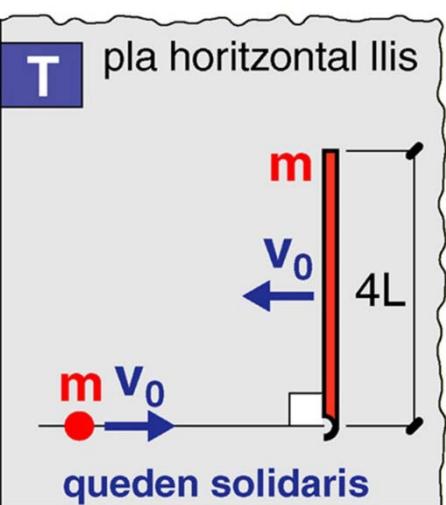
El sòlid rígid està format per dues es plaques rectangulars homogènies, de massa m cadascuna d'elles. Raona si la seva velocitat angular respecte del terra (T) quan es llança enllaire es pot mantenir constant.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica



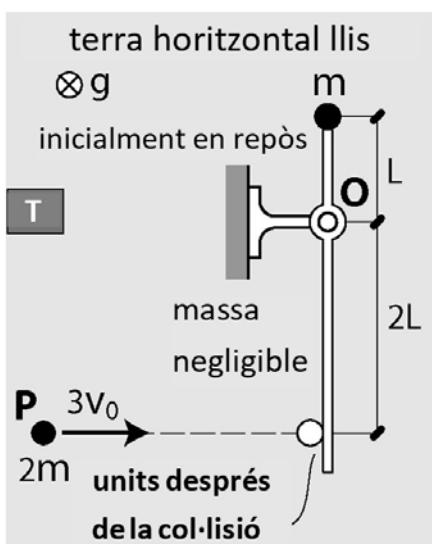
El sòlid rígid consta d'una barra homogènia, de massa m i llargària $2L$, i una segona barra de la mateixa llargària amb la massa concentrada als extrems. El sòlid és solidari al rotor d'un motor que té l'estator fix a una plataforma que pot girar lliurement amb $\dot{\psi}$ respecte del terra (T). Quan $\dot{\psi} = \dot{\psi}_0$, el motor modifica l'orientació del sòlid en 90° . Troba la $\dot{\psi}$ en la configuració final.

14T



La barra homogènia, de massa m i llargària $4L$, i la partícula, de massa m , avancen una vers l'altra sobre un terra horitzontal llis (T) fins que es produeix la col·lisió i queden enganxades. Troba la velocitat angular del conjunt respecte de T després de la col·lisió.

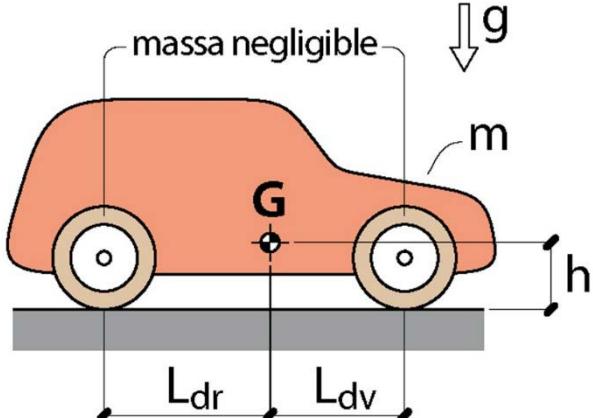
14T



La barra, de llargària $3L$, té la massa m concentrada en un extrem i està articulada a un terra horitzontal llis (**T**). La partícula de massa m avança cap a l'altre extrem de la barra amb v_0 respecte de **T** fins que es produeix la col·lisió i queden enganxades. Troba la velocitat del centre d'inèrcia del conjunt \mathbf{G}_{sist} respecte de **T** després de la col·lisió.

14T

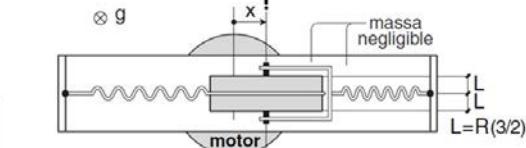
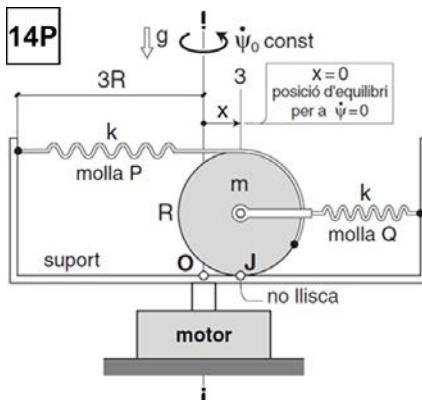
Tracció al darrere



El vehicle, de massa m , no té suspensions i avança sense lliscar per un terra horitzontal. Les rodes són idèntiques i tenen massa negligible. Compara el valor de les forces normals al davant i al darrere quan:

- el vehicle avança amb velocitat constant respecte del terra.
- el vehicle accelera respecte del terra.
- el vehicle frena respecte del terra.

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

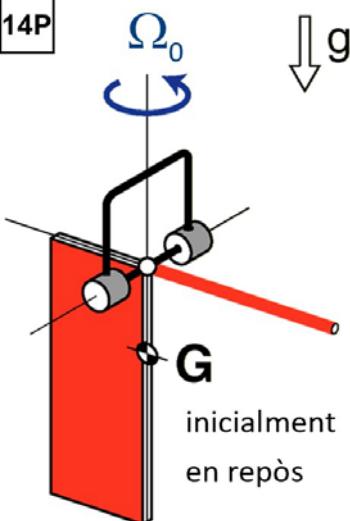


El corró, de massa m , radi R i gruix $2L$, es mou sense lliscar sobre un suport, de massa negligible, que gira amb ψ_0 constant respecte del terra (T). Les dues molles lineals, de constant k , tenen un extrem fix al suport. La superior té l'altre extrem lligat a un fill inextensible que s'enrotlla al damunt del corró, en tant que la inferior el té lligat al centre del corró.

Fes el diagrama general d'interaccions i troba:

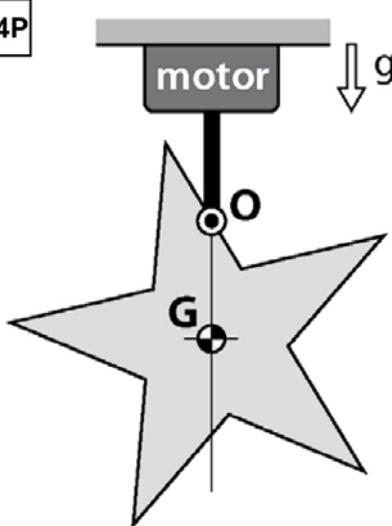
- l'equació del moviment.
- el parell motor.
- la força normal entre suport i corró.

14P



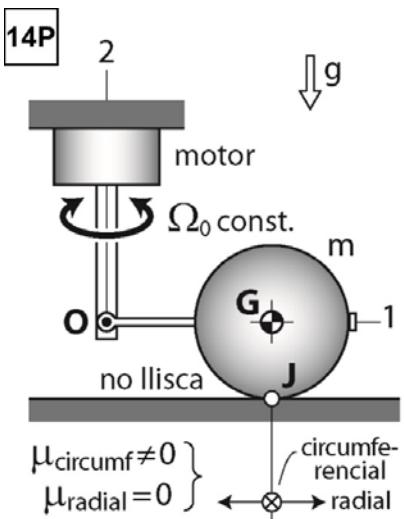
El sòlid està format per una barra i una placa rectangular, i gira amb Ω_0 constant respecte del terra (T) sota l'acció d'un motor. Investiga la possibilitat que el sòlid giri sense que el seu centre d'inèrcia \mathbf{G} s'allunyi de la vertical que passa per \mathbf{O} .

14P



El sòlid homogeni en forma d'estrella gira amb Ω_0 constant respecte del terra (T) sota l'acció d'un motor. Investiga la possibilitat que el sòlid giri que el seu centre d'inèrcia G s'allunyi de la vertical que passa per O .

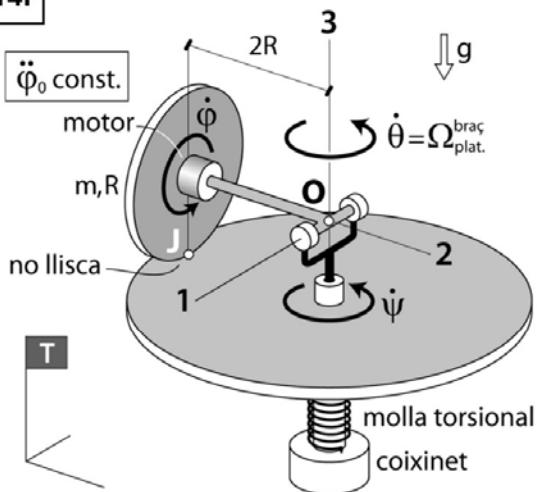
Recull de qüestions i problemes de Dinàmica



La bola homogènia, de massa no nul·la, està articulada a una barra horitzontal i no llisca sobre el terra (T). La barra, de massa negligible està articulada a una forquilla i gira amb Ω_0 constant respecte del terra sota l'acció d'un motor. Estudia com afecta el valor de Ω_0 al valor de la força normal a J .

Recull de qüestions i problemes de Dinàmica

14P



El disc homogeni, de massa m i radi R , està connectat a una barra horitzontal i manté contacte sense lliscament amb una plataforma que pot girar lliurement respecte del terra (T). Entre disc i barra hi ha un motor que garanteix una acceleració angular relativa constant entre els dos. La barra està articulada a una forquilla, i la forquilla ho està a la plataforma. Tots els elements tret del disc tenen massa negligible.

- fes una anàlisi cinemàtica del sistema.

Fes el diagrama general d'interaccions i proposa fulls de ruta per trobar:

- l'equació del moviment per a la coordenada ψ .
- el parell motor.
- la força normal entre plataforma i disc.