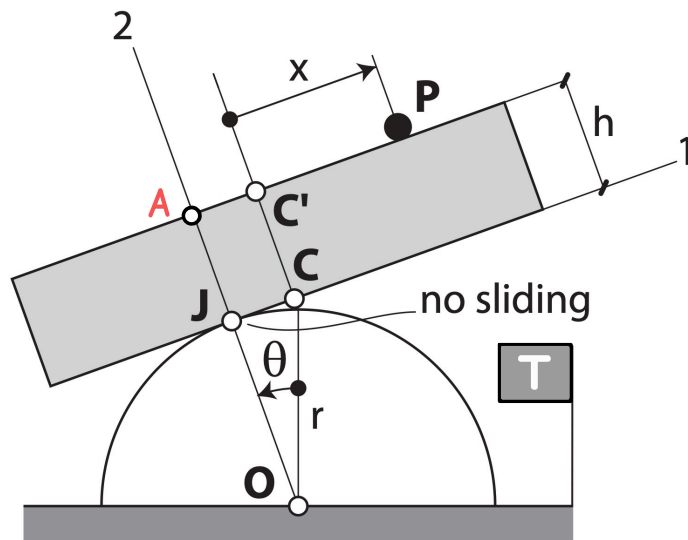


# 2P

derivació  
analítica

## Bloc sobre semicilindre - Problema 2.1 RBK, pàg. 100



The mass point **P** slides on the block. The block rotates without sliding on the semicylindrical support fixed to the ground (**T**). For  $\theta = 0$ , **C** and **C'** are both on the vertical line through **O**.

Find:

$$\bar{v}_T(\mathbf{P}), \bar{a}_T(\mathbf{P})?$$

Feu-lo per derivació analítica, en base  $B = (1, 2, 3)$ , i després per derivació geomètrica

Pistes :

- Deriveu  $\overline{OP} = \overline{OA} + \overline{AP}$ .
- Utilitzeu les coordenades  $x$  i  $\theta$  per expressar  $\overline{OA}$  i  $\overline{AP}$ .
- Fixeu-vos que  $\|AC'\| = \|JC\| = r\theta$ . Per què?
- La velocitat angular de la base és  $\odot \dot{\theta}$ .

Solucions:

$$\bar{v}_T(P)$$

$$\left\{ \bar{v}_T(P) \right\}_B = \begin{Bmatrix} \dot{x} - \dot{\theta}h \\ (r\dot{\theta} + x)\dot{\theta} \\ 0 \end{Bmatrix}_B$$

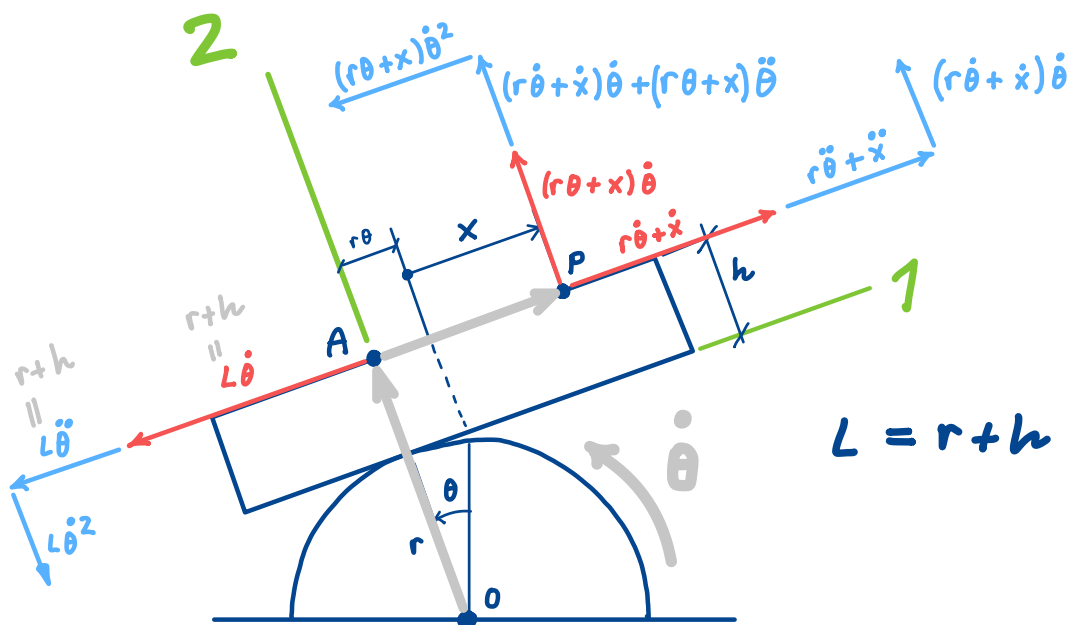
$$\bar{a}_T(P)$$

$$\left\{ \bar{a}_T(P) \right\}_B = \begin{Bmatrix} \ddot{x} - \ddot{\theta}h - (r\dot{\theta} + x)\dot{\theta}^2 \\ (r - h)\dot{\theta}^2 + (r\dot{\theta} + x)\ddot{\theta} + 2\dot{\theta}\dot{x} \\ 0 \end{Bmatrix}_B$$

Solució gràfica de la derivada geomètrica

Descomposem  $\bar{OP} = \bar{OA} + \bar{AP}$  i derivem  $\bar{OA}$  i  $\bar{AP}$  per separat.

- vecs  $\bar{OA}$  i  $\bar{AP}$
- 1eres derivades = velocitat
- 2ones " = accel.



Heu de projectar aquests vectors sobre  $B = (1, 2, 3) \dots$

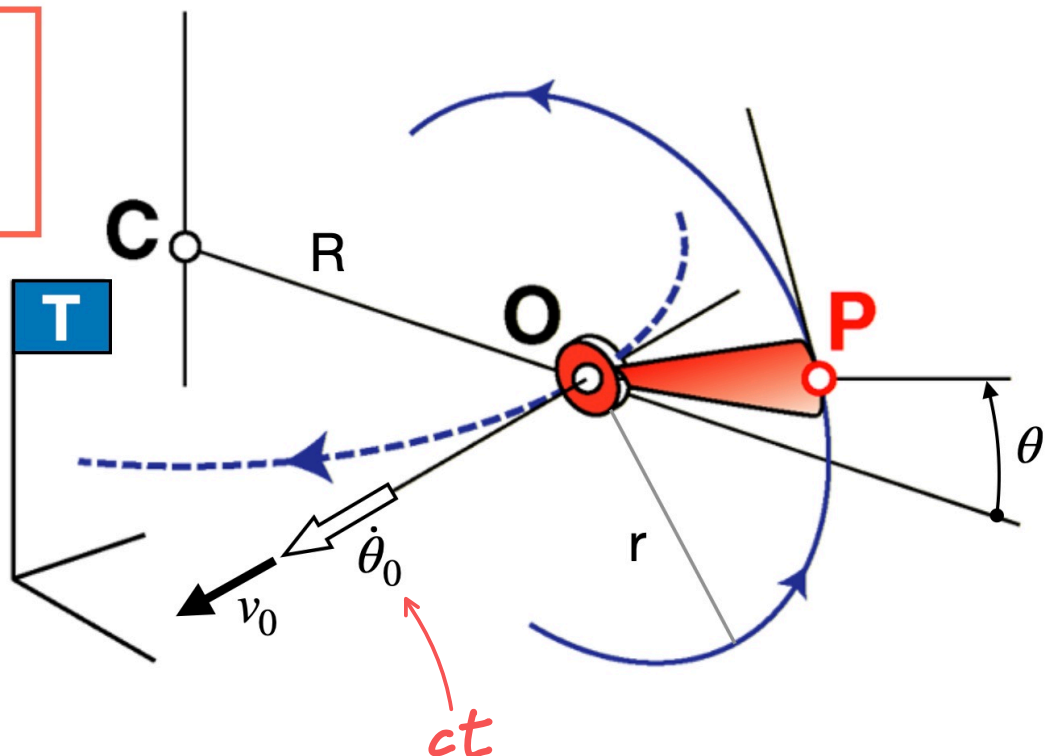
## Avió en rotació simple (problema 3.8 RBK, pàg. 103)

A plane has a simple rotation motion relative to the ground (T). Its propeller center O describes a circular trajectory in T, with center C, radius R, and constant speed  $v_0$ . The propeller rotates relative to the airplane with constant angular velocity  $\dot{\theta}_0$  about its axis, which is tangent to the O trajectory.

Find:

$$\bar{\mathbf{v}}_T(P)$$

$$\bar{\mathbf{a}}_T(P)$$

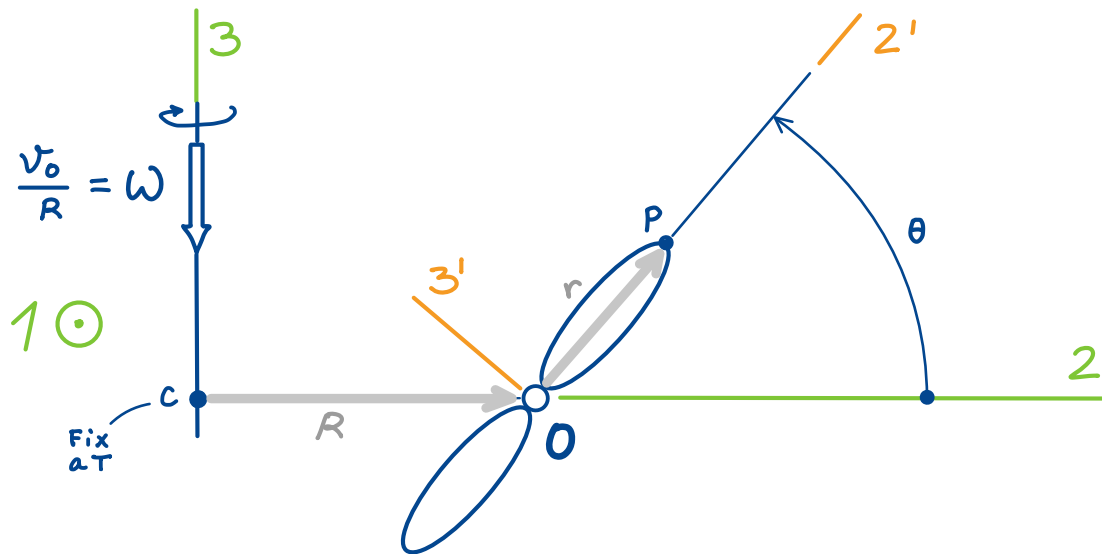


El farem per derivació analítica i vosaltres després el podeu fer per deriv. geomètrica i veure que els resultats encaixen.

Pistes :

- Proposeu 2 bases en les que  $\bar{\mathbf{CO}}$  o  $\bar{\mathbf{OP}}$  siguin fàcils de projectar (almenys un d'ells).
- Deriveu  $\bar{\mathbf{CP}} = \bar{\mathbf{CO}} + \bar{\mathbf{OP}}$  utilitzant cadascuna d'aquestes bases.

Solutions:



Les 2 bases "naturals" són  $B = (1, 2, 3)$  facilita proj.  $\overline{CO}$   
 $B' = (1', 2', 3')$  " "  $\overline{OP}$

En base B

$$\{\bar{v}_T(P)\}_B = \begin{Bmatrix} \omega R + \omega r \cos \theta \\ -r \dot{\theta} \sin \theta \\ r \dot{\theta} \cos \theta \end{Bmatrix}$$

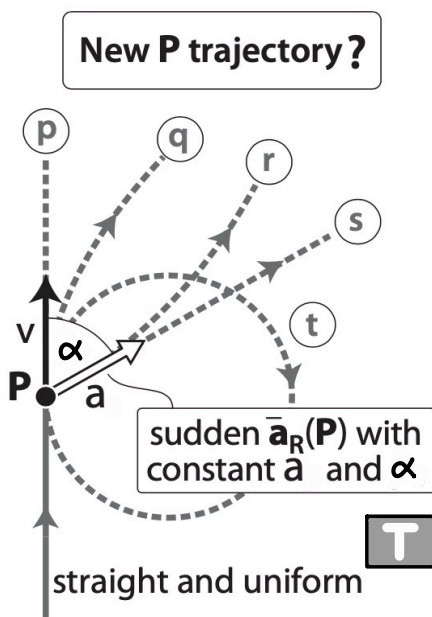
$$\{\bar{a}_T(P)\}_B = \begin{Bmatrix} -2\omega r \dot{\theta} \sin \theta \\ -\omega^2 R - r \cos \theta \cdot (\ddot{\theta} + \omega^2) \\ -r \dot{\theta}^2 \sin \theta \end{Bmatrix} \quad \text{on he assumit} \\ \dot{\theta} = ct \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$$

En base B'

$$\{\bar{v}_T(P)\}_{B'} = \begin{Bmatrix} \omega R + \omega r \cos \theta \\ 0 \\ \dot{\theta} r \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{a}_T(P)\}_{B'} = \begin{Bmatrix} -2\omega r \dot{\theta} \sin \theta \\ -\omega^2 \cos \theta (R + r \cos \theta) - \dot{\theta}^2 r \\ \omega^2 \sin \theta (R + r \cos \theta) \end{Bmatrix} \quad \leftarrow \text{Novament, aquí assumixo que} \\ \dot{\theta} = ct \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$$

## Qüestió 2.8 RBK



**2.8** The initial motion of  $P$  in  $R$  is uniform and rectilinear. Suddenly it acquires an acceleration with constant value  $a$  and defining a constant angle  $\alpha$  with the velocity  $\bar{v}_R(P)$ . What will be the new trajectory of  $P$  in  $R$ ?

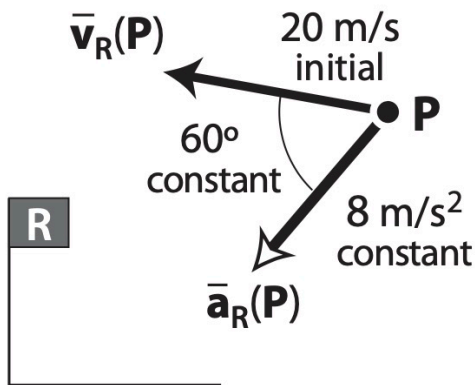
- A p
- B q
- C r
- D s
- E t

Pistes :

- (s) i (r) són ràpidament descartables. Per què?
- Per saber si ens trobem en (p), (q) o (t) tinguem en compte que per a una velocitat  $v$  donada, qui determina el radi de curvatura de la trajectòria és l'acceleració normal  $\bar{a}_T^n(p)$ . Expressen  $R_T(p)$  en funció de  $v$ ,  $a$  i  $\alpha$ ...

Qüestió 2.9 RBK, pàg. 85

Speed after 10 s?



**2.9** The initial speed of point **P** relative to **R** is 20 m/s. What will be the speed 10 s later?

- A 100 m/s
- B 26.93 m/s
- C 20 m/s
- D 60 m/s
- E Not enough data to calculate it.

*Pistes :*

- L'única component de  $\bar{a}_R(P)$  que pot canviar la celeritat de P és la tangencial  $\bar{a}_R^S(P)$ .
- la  $\bar{a}_R^M(P)$  només canvia la curvatura de la trajectòria (el radi del cercle osculador).