4P

Versió 1.0

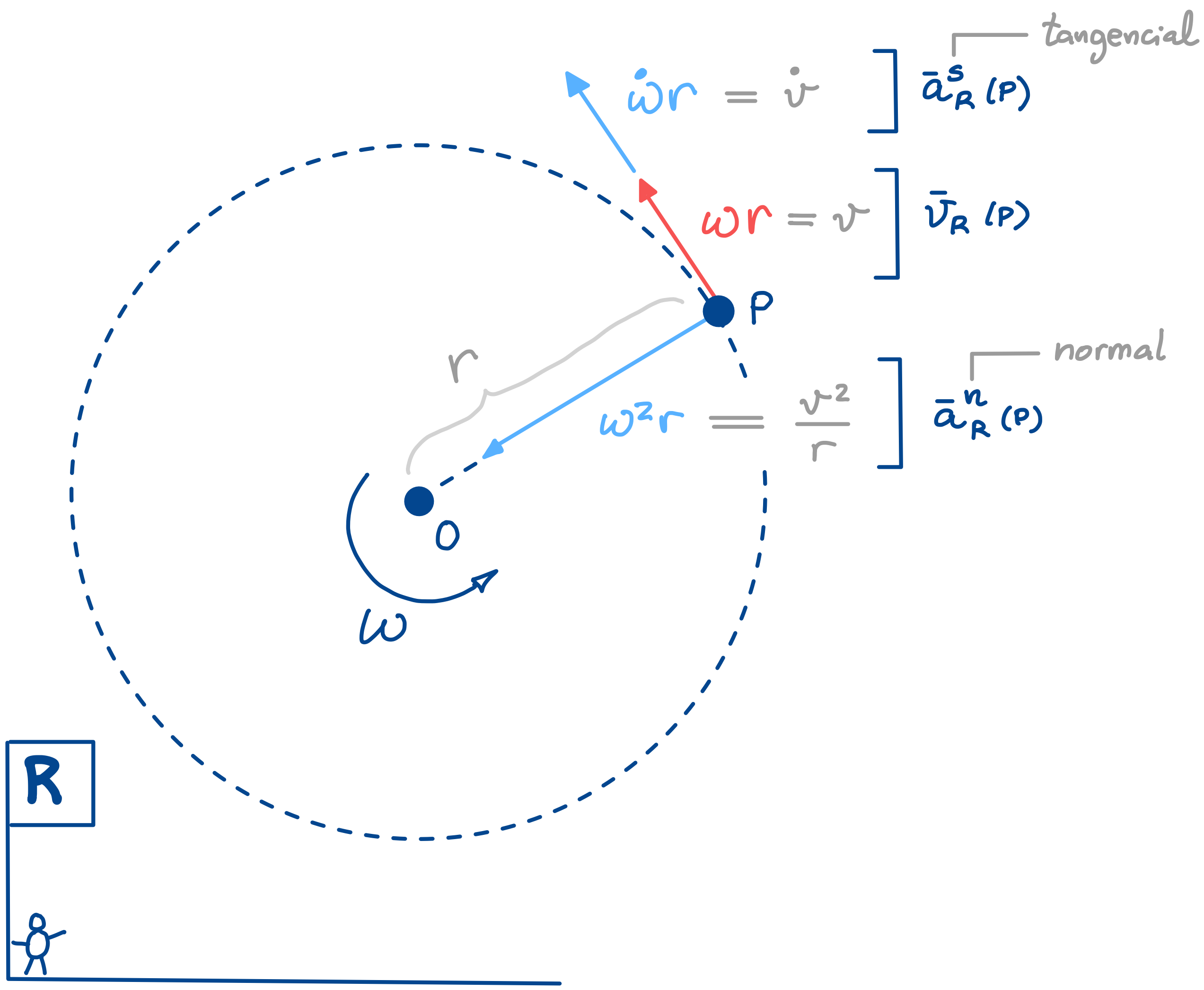
Composició de moviments

Lluís Ros
https://lluisros.github.io/mecanica

Recordem

Components intrínseques en el moviment circular

Si P descriu una traj. circular avd $O \in R$, amb $\bar{\Omega}_R^{OP} = \odot \omega$, les components de velocitat i accel. de P resp. R són:

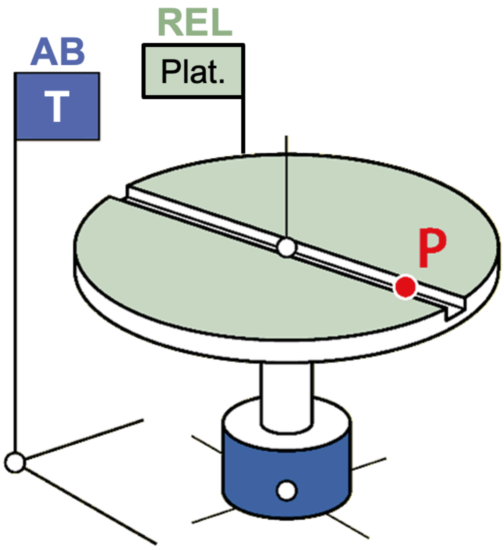


<u>OBS:</u> que el moviment sigui circular no implica que hagi de ser uniforme. És a dir, ω, i per tant v, no són necessàriament constants.

Recordem:

Composició de moviments

(Relacions entre velocitats i acceleracions en dues refs. diferents)



$$\bar{\mathbf{v}}_{AB}(\mathbf{P}) = \overbrace{\bar{\mathbf{v}}_{REL}(\mathbf{P})}^{\text{La vista des de REL}} + \overbrace{\bar{\mathbf{v}}_{ar}(\mathbf{P})}^{\text{la vel. abs. de P, si P fos fix a REL}}$$

$$\text{amb} \quad \bar{\mathbf{v}}_{ar}(\mathbf{P}) = \bar{\mathbf{v}}_{AB}(\mathbf{P} \in \mathrm{REL})$$

$$\bar{\mathbf{a}}_{AB}(\mathbf{P}) = \bar{\mathbf{a}}_{REL}(\mathbf{P}) + \bar{\mathbf{a}}_{ar}(\mathbf{P}) + \bar{\mathbf{a}}_{Cor}(\mathbf{P})$$

$$\text{amb} \quad \begin{cases} \bar{\mathbf{a}}_{ar}(\mathbf{P}) = \bar{\mathbf{a}}_{AB}(\mathbf{P} \in \mathrm{REL}) \\ \bar{\mathbf{a}}_{Cor}(\mathbf{P}) = 2\bar{\Omega}_{AB}^{REL} \times \bar{\mathbf{v}}_{REL}(\mathbf{P}) \end{cases}$$

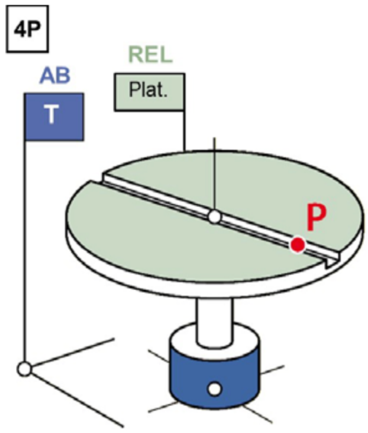
IMPORTANT:

Sempre cal declarar les referències.

Quan feu composició de moviments, cal declarar què feu servir com a referències absoluta i relativa (AB i REL)

Si expresseu els resultats en alguna base, indiqueu a què són fixes les direccions d’aquesta base.

Per il·lustrar les relacions anteriors, apliquem-les al següent exemple:



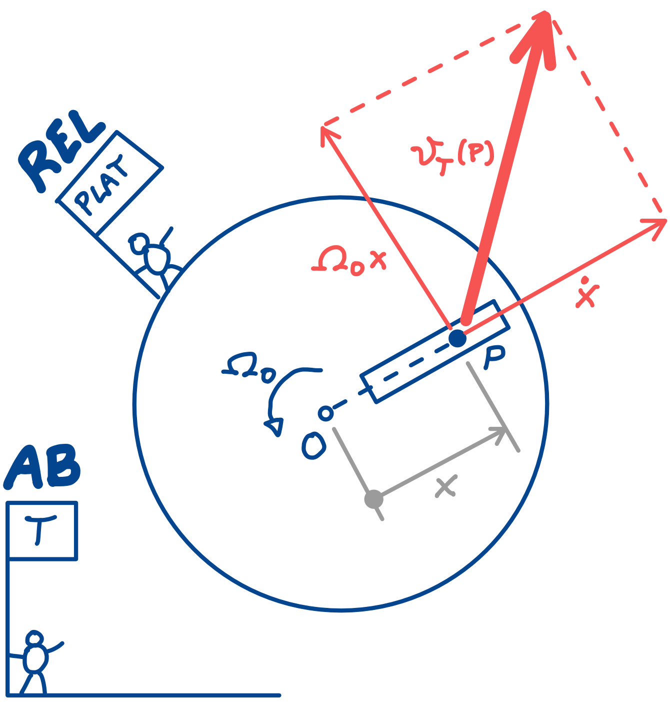
La plataforma gira amb velocitat angular Ω_0 constant respecte del terra (T). La partícula es mou radialment respecte de la plataforma. Calcula $\bar{v}_T(\mathbf{P})$, $\bar{a}_T(\mathbf{P})$.

$\bar{v}_T(P)$

Comp. mov. amb

REL = PLAT
AB = T

Declareu sempre les refs. AB i REL



$$\boxed{\bar{v}_{AB}(P)} = \overbrace{\bar{v}_{REL}(P)}^{\text{L'observada des de REL}} + \overbrace{\bar{v}_{ar}(P)}^{\text{La vel. absoluta de P si P fos fix a REL}} =$$

$$= \boxed{(\nearrow \dot{x}) + (\nwarrow \Omega_0 x)}$$

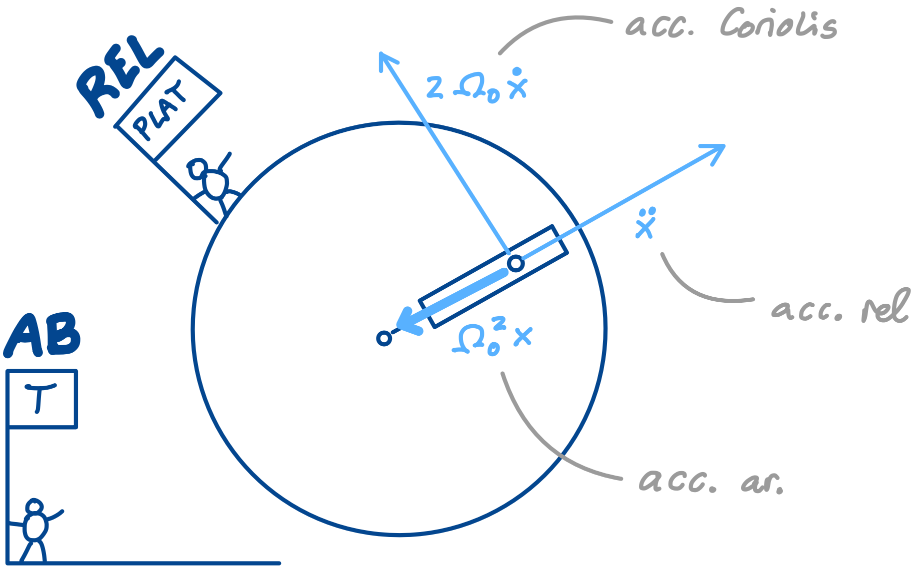
Definim la coordenada x per posicionar P resp. la ref. PLAT.

$\bar{a}_T(P)$

$$\boxed{\bar{a}_{AB}(P)} = \bar{a}_{REL}(P) + \bar{a}_{ar}(P) + \overbrace{\bar{a}_{cor}(P)}^{2\,\bar{\Omega}^{REL}_{AB} \times \bar{v}_{REL}(P)} =$$

$$= (\nearrow \ddot{x}) + \underbrace{(\swarrow \Omega_0^2 x)}_{(*)} + \underbrace{2\left[(\circlearrowleft \odot\, \Omega_0) \times (\nearrow \dot{x})\right]}_{(\nwarrow\, 2\Omega_0 \dot{x})} =$$

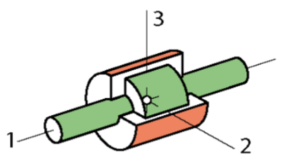
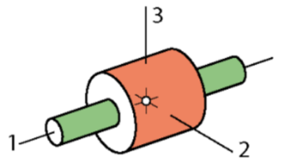
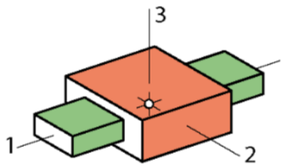
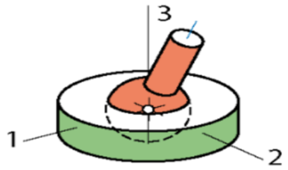
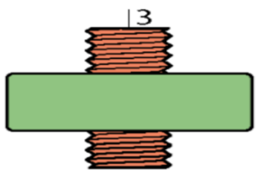
$$\boxed{= \left[\nearrow (\ddot{x} - \Omega_0^2 x)\right] + \nwarrow (2\Omega_0 \dot{x})}$$



Recordem

Enllaços habituals entre dos sòlids

(vegeu Wikimec C2.8)

	**Enllaç de revolució (articulació) [Permet 1 GL]:** Permet una rotació entre els dos sòlids al voltant de l'eix de revolució (eix 1 a la figura).
	**Enllaç cilíndric [Permet 2 GL]:** Permet una rotació entre els dos sòlids al voltant de l'eix 1, i una translació (desplaçament sense rotació) al llarg de l'eix 1.
	**Enllaç prismàtic [Permet 1 GL]:** Permet una translació entre els dos sòlids al llarg de l'eix 1.
	**Enllaç esfèric (ròtula esfèrica) [Permet 3 GL]:** Permet tres rotacions independents entre els dos sòlids al voltant dels eixos 1, 2, 3.
	**Enllaç helicoidal (enllaç cargolat) [Permet 1 GL]:** Permet una rotació entre els dos sòlids al voltant de l'eix 3; aquesta rotació provoca un desplaçament al llarg de l'eix 3. La relació entre la rotació i el desplaçament ve donada pel pas de rosca *e* [mm/volta].

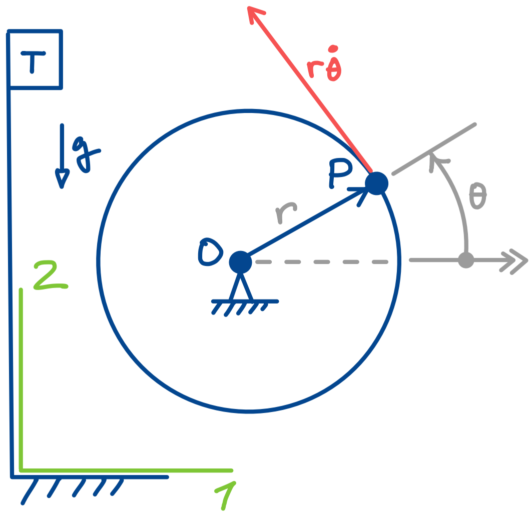
Vector general o particularitzat?

A partir d'ara caldrà tenir ben present la diferència entre un vector general i un de particularitzat:

Vec. general (o "pel·lícula") = un que és vàlid per a tota configuració del sistema (per a tot instant de l'evolució del sistema).

<u>Exemple</u>: el vec. $\{\overline{OP}\}_B$ a la següent plataforma que gira al voltant de $O \in T$:

$$\{\overline{OP}\}_B = \begin{Bmatrix} r\cos\theta \\ r\sin\theta \\ 0 \end{Bmatrix} \leftarrow \text{Vàlid } \forall\theta$$



$B = (1,2,3)$ és fixa a T

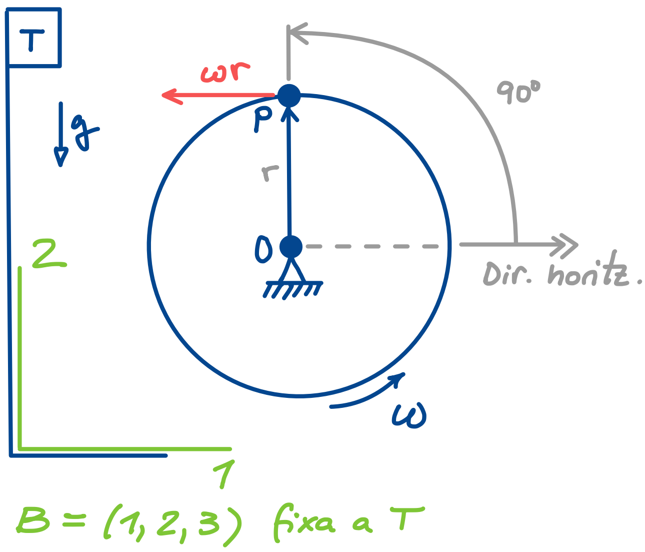
Aquests vectors els podem derivar respecte el temps perquè duen implícita la seva evolució temporal (en aquest cas, $\theta = \theta(t)$):

$$\{\overline{v}_T(P)\}_B = \left\{\left[\frac{d}{dt}\,\overline{OP}\right]_T\right\}_B = \begin{Bmatrix} -r\dot\theta\sin\theta \\ r\dot\theta\cos\theta \\ 0 \end{Bmatrix} = r\dot\theta\begin{Bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Resultat correcte

Vec. particularitzat (o "foto") = Un que només és vàlid per a una configuració especial del sistema (per a un instant concret).

Exemple: El vec. pos. $\overline{OP}$ de l'anterior exemple, quan P assoleix la posició més alta ($\theta = 90°$):



$$\left\{\overline{OP}\right\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ r \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Només vàlid per la pos. més alta de P

Si derivem aquest vector analíticament surt un resultat incoherent:

$$\left\{\left[\frac{d\overline{OP}}{dt}\right]_T\right\}_B = \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}_{\text{Deriv. comp.}} + \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}_{\overline{\Omega}^B_T} \times \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ r \\ 0 \end{Bmatrix}}_{\text{Vec. sense derivar}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

No és $\overline{v}_T(P) = (\leftarrow \omega r)$!

Els vectors foto, en general, no els podem derivar, perquè no duen codificada la història de la seva evolució. Ara bé, per context, de vegades sabem com evolucionarà un vector foto a partir de l'instant considerat, i això ens permet obtenir la "seva" derivada. Per exemple, en el cas anterior, sabem que $\overline{OP}$ gira amb vel. angular $\odot\omega$ resp. T, i que $|\overline{OP}| = r$ (constant). Per tant, podem derivar $\overline{OP}$ geomètricament:

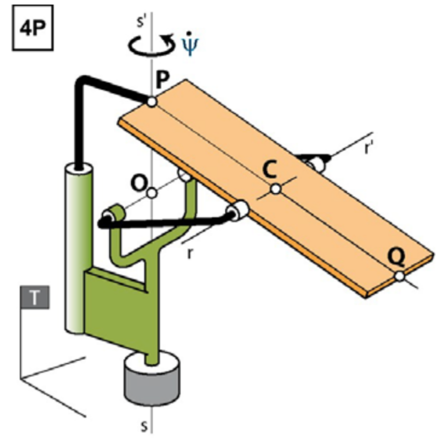
$$\overline{v}_T(P) = \left.\frac{d\overline{OP}}{dt}\right]_T = \underbrace{\overline{0}}_{\text{c. valor}} + \underbrace{(\odot\omega) \times (\uparrow r)}_{\text{canvi dir.}} = (\leftarrow \omega r)$$

Resultat correcte ara (sí que és $\overline{v}_T(P)$)

He dit "seva" perquè aquí no és ben bé un vec. foto allò que derivem, ja que ara estem explotant informació de context que ens indica com evolucionarà el vector.

La denominació vector "pel·lícula" o "foto" és del tot informal. Quan haguem de ser formals diguem vector "general" o "particularitzat," respectivament.

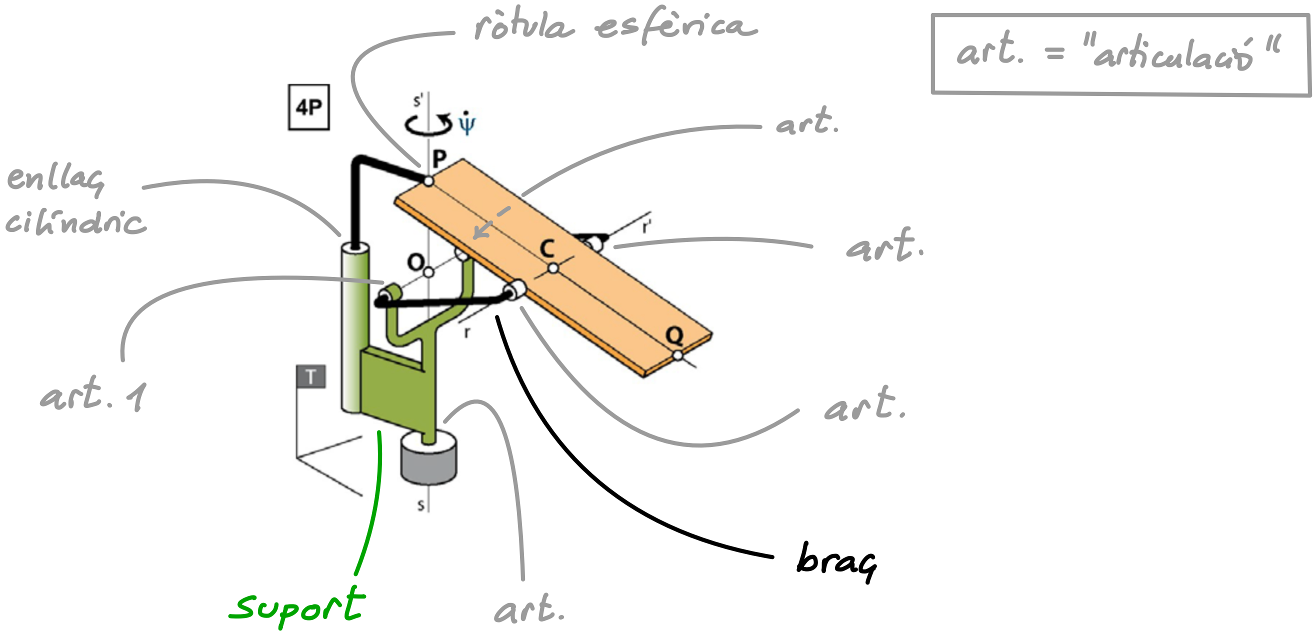
Placa articulada giratòria



La placa està articulada a tres barres, articulades respecte d'un suport que gira amb velocitat angular $\dot\psi$ constant respecte del terra (T). Calcula $\bar{v}_T(\mathbf{C})$, $\bar{a}_T(\mathbf{C})$.

Suposarem: $|\overline{OC}| = |\overline{CP}| = L$

Sempre començarem entenent com es pot moure el sistema i comptant el nº de graus de llibertat (GL) que té. A tal efecte cal entendre primer com són els enllaços entre els seus sòlids:



Si aturem la rotació ($\Uparrow\dot\psi$) del suport resp. T, la placa encara es pot moure (P es pot desplaçar lliurement encara, al llarg de l'eix vertical s-s'). Si ara aturem la rotació relativa de l'art. 1 (del braç resp. el suport) tot queda aturat. Per tant, el sist. té 2 GL. Aquests GL corresponen a $\dot\psi$ i $\dot\theta$, on θ és l'angle definit al dibuix de la pàg. següent.

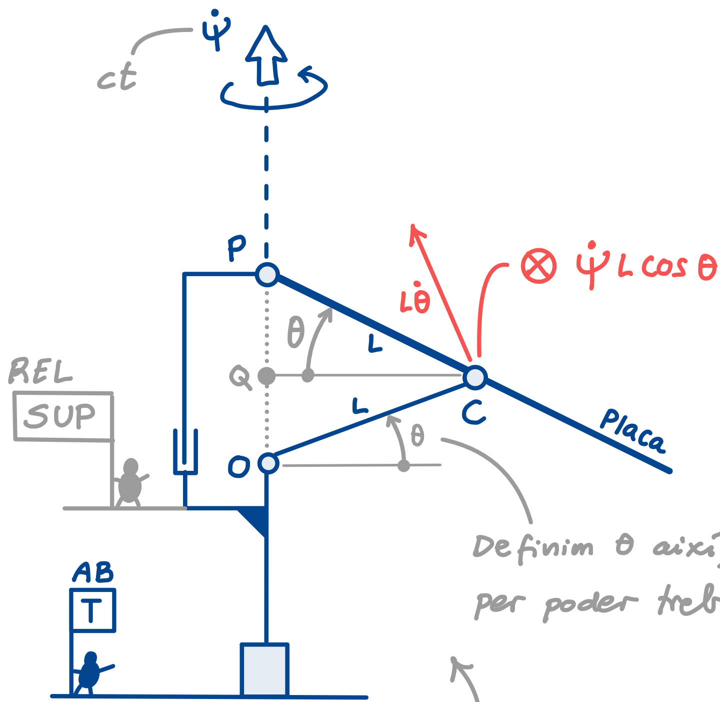
$\bar{v}_T(C)$

Podríem calcular $\bar{v}_T(C)$ derivant $\overline{OC}$, ja que és un vec. pos. adient per a C (perquè $O \in T$) i alhora és un vec. general (perquè la configuració del dibuix és genèrica). Tanmateix, calcularem $\bar{v}_T(C)$ per composició de moviments, per practicar aquest nou mètode.

Fem un dibuix 2D del sistema pq. tot quedi clar.

Declarem refs:

REL = suport (SUP)
AB = T



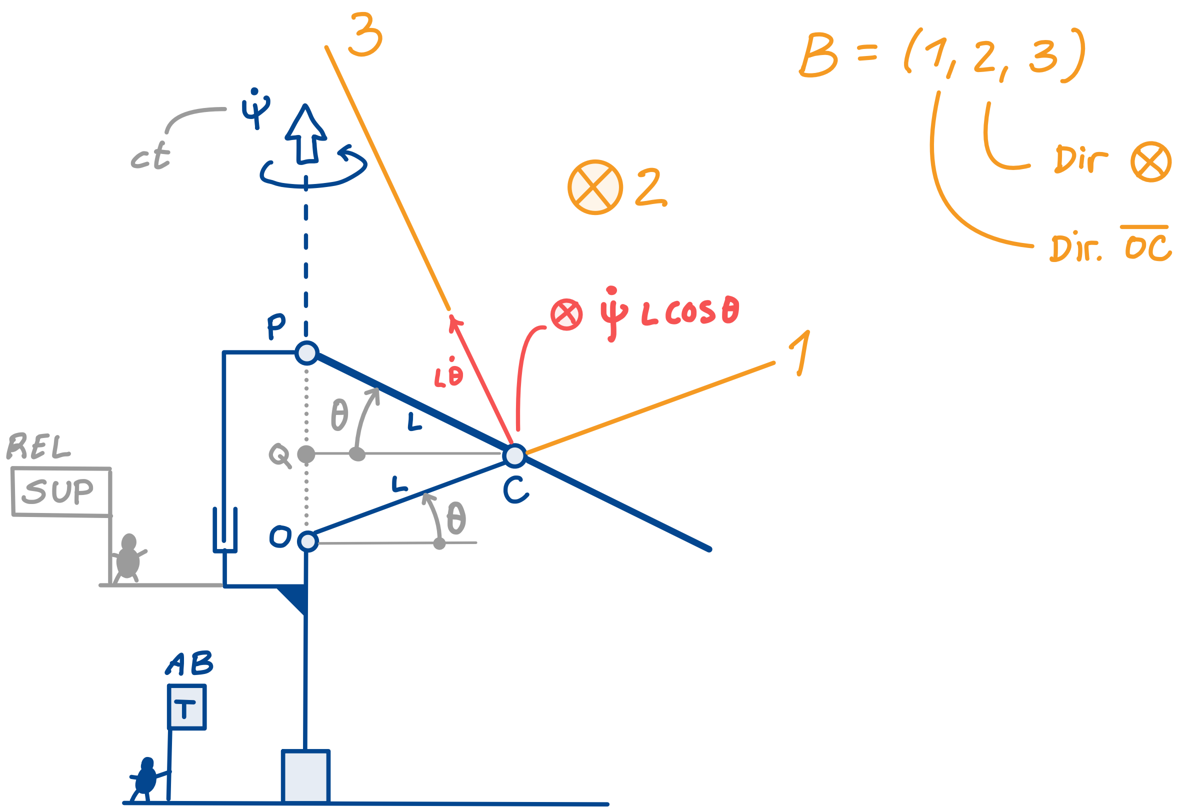
Definim θ així, per poder treballar

Pinto aquests vecs. al dibuix, en vermell

$$\underset{\substack{\parallel \\ T}}{\bar{v}_{AB}}(C) = \bar{v}_{REL}(C) + \bar{v}_{ar}(C) =$$

$$= \underbrace{\left(\nwarrow L\dot\theta\right)}_{\text{Respecte REL, C descriu una traj. circular al voltant de O}} + \underbrace{\left(\otimes\ \dot\psi L\cos\theta\right)}_{\text{Si fixem C a REL (bloquejant } \theta\text{), C descriu una traj. circular al voltant de Q}} \qquad (1)$$

Si volem expressar $\bar{v}_{AB}(C)$ en alguna base, triem tres direccions ortogonals que facilitin la projecció de $(\nwarrow L\dot{\theta})$ i $(\otimes \dot{\psi} L\cos\theta)$. Triem, per exm., la base B:



En aquesta base:

$$\left\{\bar{v}_T(C)\right\}_B = \underbrace{\left\{\begin{matrix} 0 \\ \dot{\psi} L\cos\theta \\ L\dot{\theta} \end{matrix}\right\}}_{} \qquad (2)$$

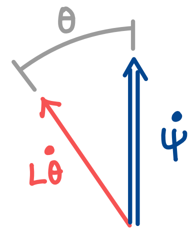
És un vec. general (o "pel·lícula") ⇒ Si volem, el podem derivar per obtenir $\bar{a}_T(C)$, però calcularem $\bar{v}_T(C)$ per composició de moviments per practicar:

$\bar{a}_T\,(G)$

$$\boxed{\bar{a}_{AB}(C)} = \bar{a}_{REL}(C) + \bar{a}_{ar}(C) + \overbrace{\bar{a}_{Cor}(C)}^{2\,\bar{\Omega}^{REL}_{AB} \times \bar{v}_{REL}(C)} =$$

Vaig pintant cada terme al dibuix de baix, en blau

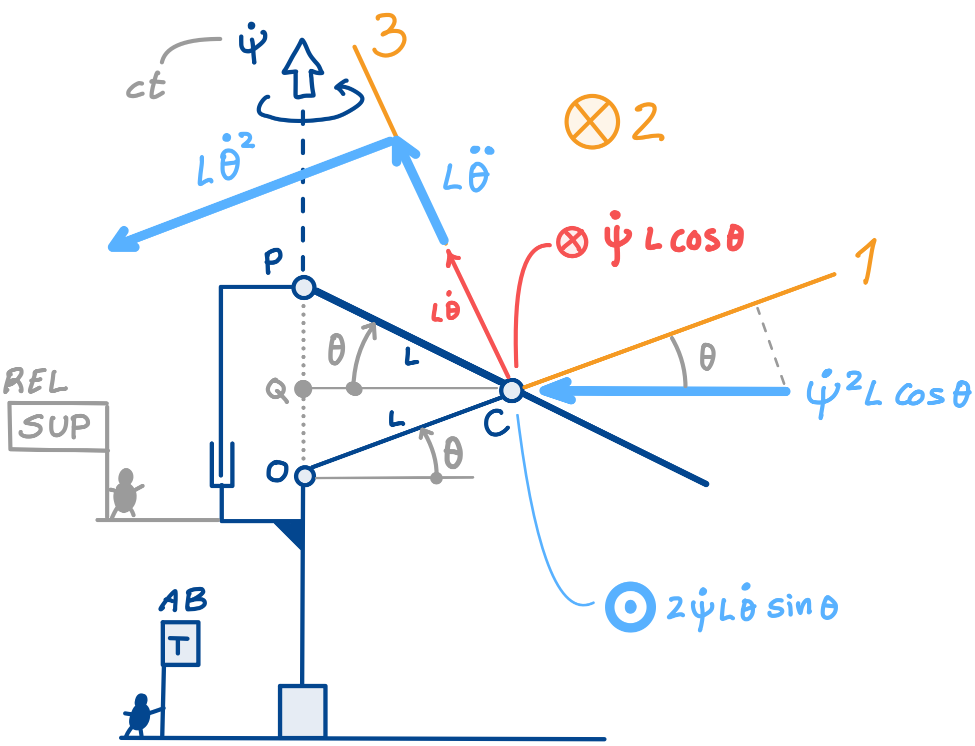
$$= \overbrace{(\nwarrow L\ddot{\theta}) + (\swarrow \dot{\theta}^2 L)}^{REL} + \overbrace{(\leftarrow \dot{\psi}^2 L\cos\theta)}^{ar} + \overbrace{\underbrace{2\left[(\Uparrow \dot{\psi}) \times (\nwarrow L\dot{\theta})\right]}_{\odot\, 2\dot{\psi} L\dot{\theta}\sin\theta}}^{Cor} =$$



$$= (\nwarrow L\ddot{\theta}) + (\swarrow \dot{\theta}^2 L) + (\leftarrow \dot{\psi}^2 L\cos\theta) + (\odot\, 2\dot{\psi} L\dot{\theta}\sin\theta)$$

0, expressat en base B, ...

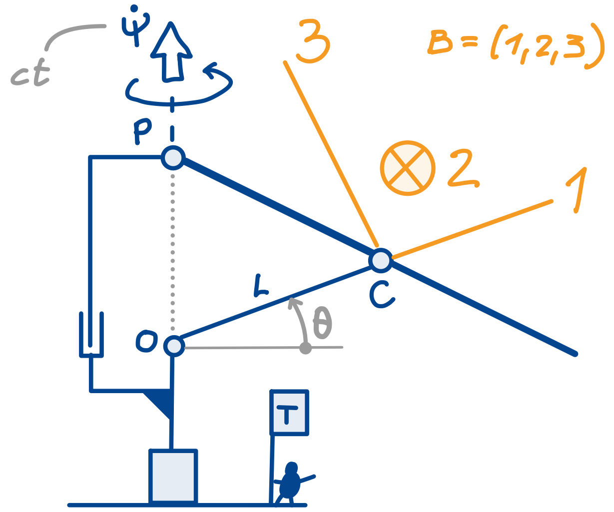
$$\boxed{\left\{\bar{a}_{AB}(C)\right\}_B = \left\{\begin{matrix} -L\dot{\theta}^2 - \dot{\psi}^2 L\cos^2\theta \\ -2\dot{\psi} L\dot{\theta}\sin\theta \\ L\ddot{\theta} + \dot{\psi}^2 L\cos\theta\sin\theta \end{matrix}\right\}} \qquad (3)$$



Obtenció de $\bar{v}_T(C)$ i $\bar{a}_T(C)$ derivant un vec. pos.

També és una bona solució! Com que $\overline{OC}$ és un vec. pos. general, el podem derivar dues vegades per obtenir $\bar{v}_T(C)$ i $\bar{a}_T(C)$. Fem-ho:

$$\{\overline{OC}\}_B = \begin{Bmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (A)$$



$$\{\bar{v}_T(C)\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot\psi \sin\theta \\ -\dot\theta \\ \dot\psi\cos\theta \end{Bmatrix}}_{\{\bar\Omega_T^B\}_B} \times \begin{Bmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ L\dot\psi\cos\theta \\ L\dot\theta \end{Bmatrix} \ (B)$$

Coincideix amb l'Eq.(2) d'abans.

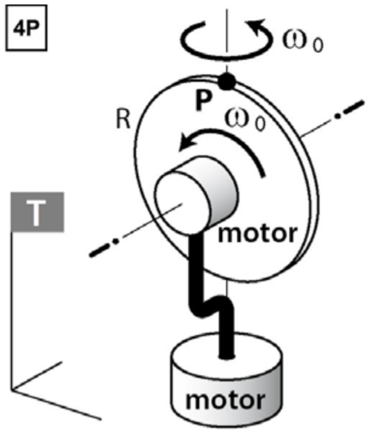
$$\bar\Omega_T^B = \bar\Omega^B_{\text{suport}} + \bar\Omega^{\text{suport}}_T = (\odot\,\dot\theta) + (\Uparrow\dot\psi)$$

$$\{\bar\Omega_T^B\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\dot\theta \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot\psi\sin\theta \\ 0 \\ \dot\psi\cos\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot\psi\sin\theta \\ -\dot\theta \\ \dot\psi\cos\theta \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{a}_T(C)\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ -L\dot\psi\dot\theta\sin\theta \\ \ddot\theta L \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot\psi\sin\theta \\ -\dot\theta \\ \dot\psi\cos\theta \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ L\dot\psi\cos\theta \\ L\dot\theta \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} -L\dot\theta^2 - L\dot\psi^2\cos^2\theta \\ -2L\dot\psi\dot\theta\sin\theta \\ L\ddot\theta + L\dot\psi^2\sin\theta\cos\theta \end{Bmatrix} \quad (C)$$

Coincideix amb l'Eq. (3) d'abans, com era d'esperar!



El disc gira amb ω_0 constant respecte del suport. El suport gira amb ω_0 constant respecte del terra (T). Calcula $\Re_T(\mathbf{P})$ quan **P** es troba a la posició més alta.

Aquest exercici va molt bé per entendre què és un "vector foto" (particularitzat).

Com que

$$\mathcal{R}_T(P) = \frac{v_T^2(P)}{|a_T^n(P)|}$$

per determinar $\mathcal{R}_T(P)$ ens caldrà calcular primer

$\bar{v}_T(P)$ i $\bar{a}_T(P)$ ← i descompondre aquesta en $\bar{a}_T^s(P)$ i $\bar{a}_T^n(P)$

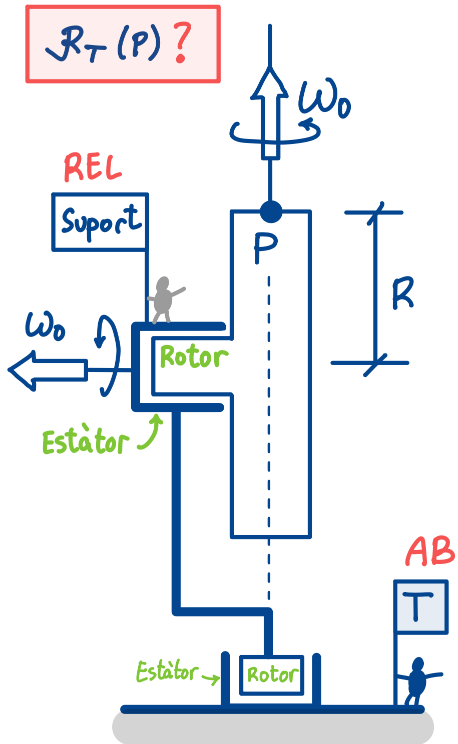
És molt fàcil calcular $\bar{v}_T(P)$ via composició de velocitats (v. pàg. seg.) però el vector que en resulta no és un vector general (o "pel·lícula") perquè només és vàlid per a l'instant en que P passa pel punt més alt. Per tant, no el podem derivar respecte el temps per obtenir $\bar{a}_T(P)$. En conclusió: ens caldrà obtenir $\bar{a}_T(P)$ via composició de moviments.

Solució:

Comp. mov. $\left| \begin{array}{l} AB = T \\ REL = Suport \end{array}\right.$

$$\bar{v}_{AB}(P) = \underbrace{\bar{v}_{REL}(P)}_{\otimes\, \omega_0 R} + \underbrace{\bar{v}_{ar}(P)}_{\bar{0}} = \otimes\, \omega_0 R \qquad (1)$$

$(\otimes\, \omega_0 R)$ és un vec. foto (només és vàlid per a l'instant en que P passa pel punt més alt) $\Rightarrow$ No el podem derivar $\Rightarrow$ Cal fer comp. movim. per trobar $\bar{a}_T(P)$.

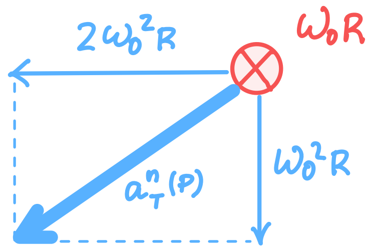


$$\bar{a}_{AB}(P) = \bar{a}_{REL}(P) + \bar{a}_{ar}(P) + \underbrace{\bar{a}_{cor}(P)}_{2\,\bar{\Omega}^{REL}_{AB} \times \bar{v}_{REL}(P)} =$$

$$= (\downarrow \omega_0^2 R) + 0 + \underbrace{2\left[(\Uparrow \omega_0) \times (\otimes\, \omega_0 R)\right]}_{(\leftarrow 2\omega_0^2 R)} = (\downarrow \omega_0^2 R) + (\leftarrow 2\omega_0^2 R) \qquad (2)$$

Dibuixem vel. i acc.:

— vel.
— accel.



Tota l'acceleració és normal a $\bar{v}_{AB}(P) = \otimes\, \omega_0 R$

$$a_T^n(P) = \sqrt{(2\omega_0^2 R)^2 + (\omega_0^2 R)^2} = \omega_0^2 R\sqrt{5}$$

$$\boxed{R_T(P) = \frac{v_T^2(P)}{|a_T^n(P)|} = \frac{\omega_0^2 R^2}{\omega_0^2 R\sqrt{5}} = \frac{R}{\sqrt{5}}}$$

Punt que a alguns estudiants els costa de veure

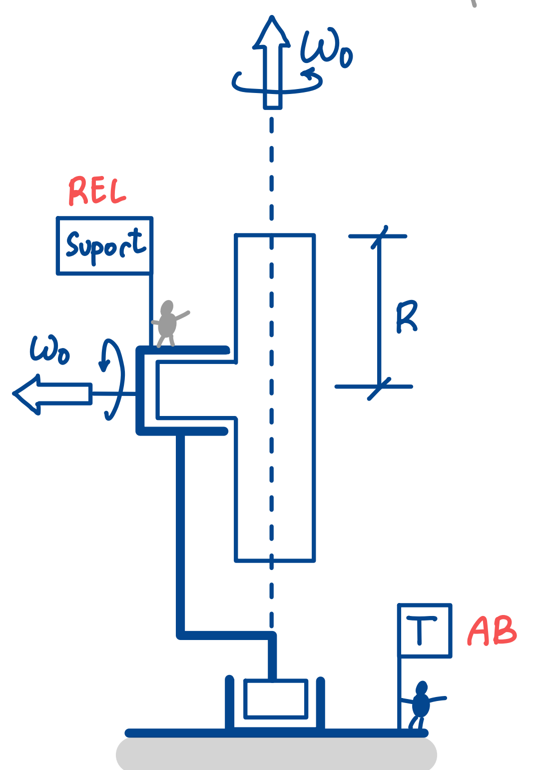
Ho poso per si teniu curiositat només...

Solució + feixuga via l'obtenció d'un vec. pel·li per $\bar{v}_{AB}(P)$, i derivant-lo

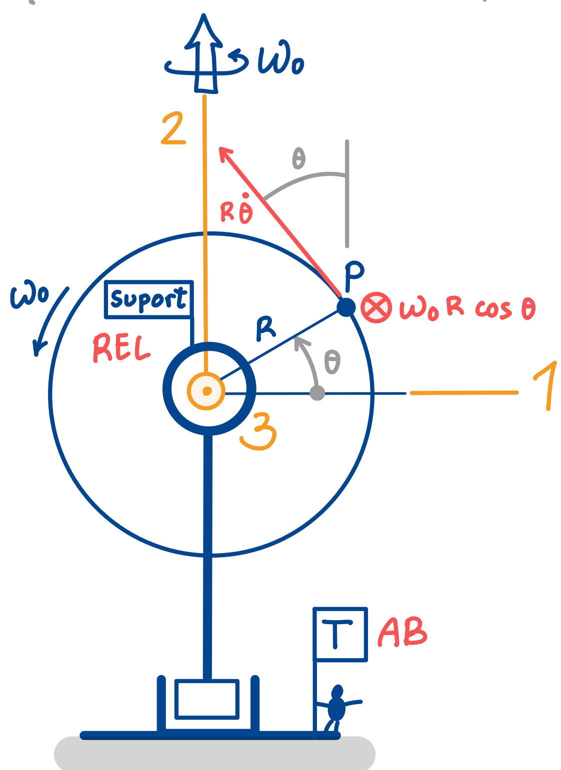
La faig pq es vegi la superioritat de la comp. de movim. en aquest problema

Cal obtenir $\bar{v}_{AB}(P)$ sobre una config. genèrica. Això obliga a treballar sobre una altra vista del sistema, i a posar P en posició general, introduint la coordenada θ:

Vista d'abans



Nova vista



Treballant amb la nova vista:

$$\bar{v}_{AB}(P) = \underbrace{(\nwarrow R\dot{\theta})}_{\bar{v}_{REL}(P)} + \underbrace{(\otimes\, \omega_0 R\cos\theta)}_{\bar{v}_{ar}(P)} = \left\{\begin{matrix} -R\dot{\theta}\sin\theta \\ R\dot{\theta}\cos\theta \\ -\omega_0 R\cos\theta \end{matrix}\right\}_B \overset{\dot{\theta}=\omega_0}{=} \left\{\begin{matrix} -R\omega_0\sin\theta \\ R\omega_0\cos\theta \\ -\omega_0 R\cos\theta \end{matrix}\right\}_B$$

Ara $\bar{v}_{AB}(P)$ sí que és un vec. pel·lícula i el podem derivar!

Abans de fer-ho, fixem-nos que si el particularitzem per a $\theta = 90°$, obtenim la velocitat de P quan passa pel punt més alt. És a dir, la de (1) a la pàgina anterior:

$$\bar{v}_{AB}(P)\Big]_{\theta=90°} = \left\{\begin{matrix} -R\omega_0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}_B \leftarrow \text{Coincideix amb el resultat de l'Eq. (1), com esperàvem!}$$

Doncs va! Ara derivem el vector general $\bar{v}_{AB}(P)$ per obtenir un vector general $\bar{a}_{AB}(P)$. Fem-ho analíticament:

$$\left\{\bar{v}_{AB}(P)\right\}_B = \begin{Bmatrix} -R\omega_0 \sin\theta \\ R\omega_0 \cos\theta \\ -R\omega_0 \cos\theta \end{Bmatrix}_B$$

$$\Big\downarrow \, d/dt$$

$\dot{\theta} = \omega_0$

$$\left\{\bar{a}_{AB}(P)\right\}_B = \begin{Bmatrix} -R\omega_0 \overset{\text{És } \omega_0}{\dot{\theta}} \cos\theta \\ -R\omega_0 \dot{\theta} \sin\theta \\ R\omega_0 \dot{\theta} \sin\theta \end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ \omega_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} -R\omega_0 \sin\theta \\ R\omega_0 \cos\theta \\ -R\omega_0 \cos\theta \end{Bmatrix}}_{\begin{Bmatrix} -R\omega_0^2 \cos\theta \\ 0 \\ R\omega_0^2 \sin\theta \end{Bmatrix}} = \begin{Bmatrix} -2R\omega_0^2 \cos\theta \\ -R\omega_0^2 \sin\theta \\ 2R\omega_0^2 \sin\theta \end{Bmatrix}_B \quad (*)$$

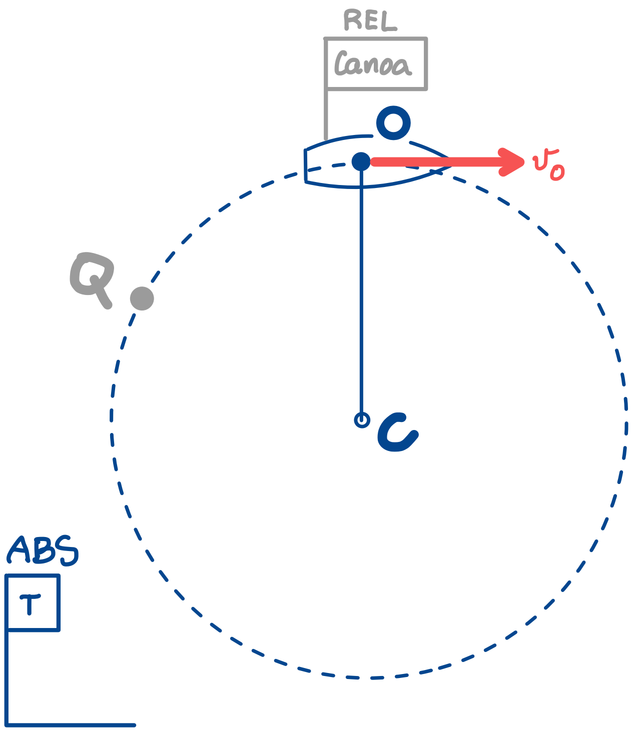
Si ara particularitzem (*) per $\theta = 90°$ obtenim l'acceleració de P quan passa pel punt més alt:

$$\left.\left\{\bar{a}_{AB}(P)\right\}_B\right]_{\theta=90^\circ} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -R\omega_0^2 \\ 2R\omega_0^2 \end{Bmatrix}_B$$

← Coincideix amb el resultat de l'Eq. (2), com esperàvem!

Per fer l'ex. de la pàg. següent us cal entendre això:

Tenim una canoa que descriu, respecte T, una trajectòria circular al voltant de C. Si en l'instant

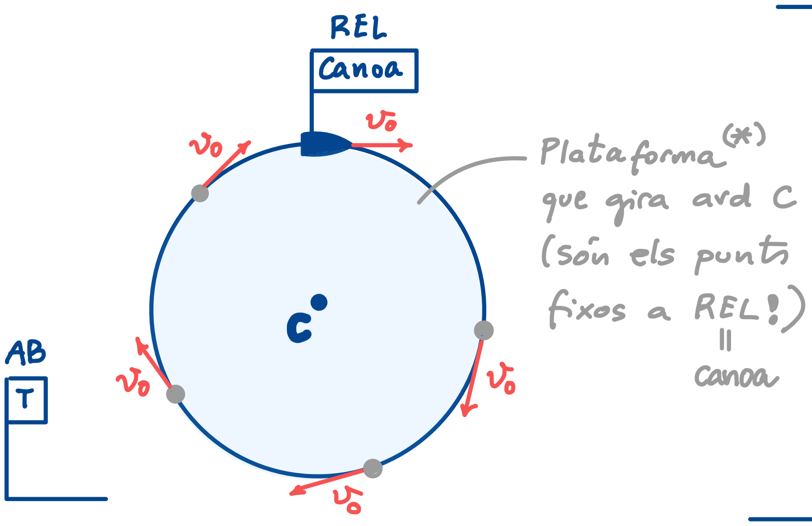


dibuixat la celeritat de O és v_0, i definim

$$\begin{cases} AB = T \\ REL = \text{Canoa} \end{cases}$$

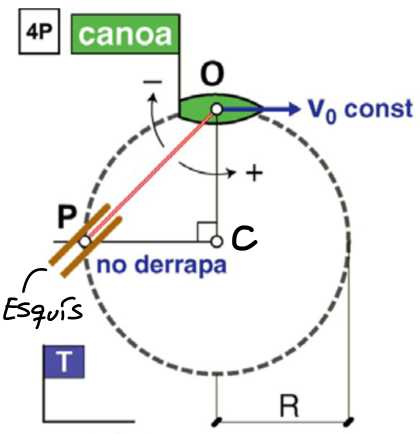
quina velocitat d'arrossegament té un punt Q qualsevol de la trajectòria?

Resposta: cal pensar Q com fix a la canoa i determinar la seva velocitat absoluta. A tal efecte pensem la canoa com enganxada a una plataforma circular que gira al voltant de C:



$\Longrightarrow$ Tots els punts de la traj. de O tenen velocitat d'arrossegament v_0, apuntant en la dir. tangent a la trajectòria!

(*) Penseu-la com un plat de tocadiscs.

	L'esquiador **P** és arrossegat, mitjançant un cable inextensible, per una canoa. La velocitat del punt central **O** respecte del terra (T) és de valor constant v_0. Calcula $\overline{\Omega}^{\text{cable}}_{\text{canoa}}$. La canoa descriu, respecte de T, la trajectòria circular indicada, de radi R, al voltant de C∈T. Suposeu que els esquís <u>no derrapen</u>

Caldria explicitar això a l'enunciat

Coses que veiem a priori:

- Esquís no derrapen $\Rightarrow$ $\overline{v}_T(P)$ té la dir. $\overline{PO}$

- Cable inextensible
- Cable $\underbrace{\text{tens}}$

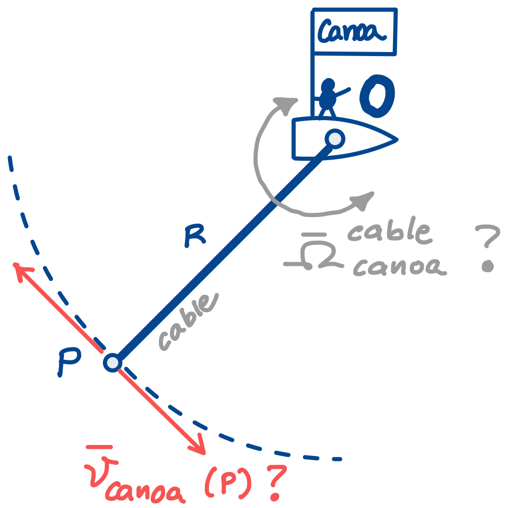
pq P és arrossegat

$\Rightarrow$ Respecte la canoa, P descriu un mov. circular avd O.

$\Downarrow$

$\overline{v}$

No sabem la dir. de $\overline{v}_{\text{canoa}}(P)$. Pot ser ↖ o ↘. Tampoc en sabem el seu valor. Si els sabéssim, podríem determinar $\overline{\Omega}^{\text{cable}}_{\text{canoa}}$ fàcilment!



$\Downarrow$

Buscarem $\overline{v}_{\text{canoa}}(P)$ via comp. movim. amb $\left| \begin{array}{l} AB = T \\ REL = \text{canoa} \end{array} \right.$

Apuntem l'eq. de comp. de moviments i allò que sabem de cada velocitat(*):

$$\bar{v}_{AB}(P) = \bar{v}_{REL}(P) + \bar{v}_{ar}(P)$$

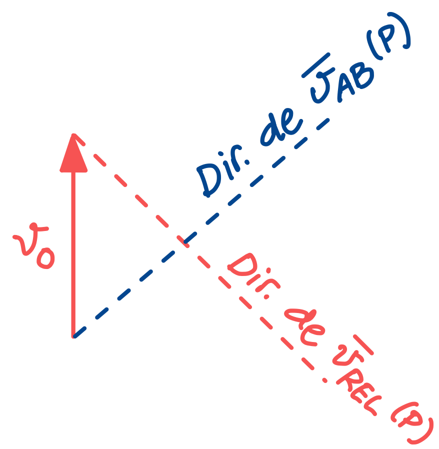
$$\underbrace{(\swarrow\!\!\!\nearrow v_{AB})}_{} = \underbrace{(\nwarrow\!\!\!\searrow v_{REL})}_{} + \underbrace{(\uparrow v_0)}_{}$$

Sabem que té la dir. de la recta PO. Desconeixem el seu sentit ($\swarrow$ o $\nearrow$) i valor v_{AB}

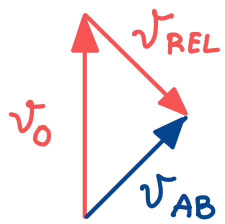
Sabem que té dir. $\perp$ a la recta PO, però desconeixem el seu sentit ($\swarrow$ o $\nearrow$) i valor v_{REL}.

La sabem completament (si fixem P a la canoa, P tindrà la vel. $\uparrow v_0$ resp. T, ja que podem veure la canoa com una plataf. que gira avd C)

De (I) deduïm la següent geometria de velocitats:



$\Rightarrow$



El triangle de velocitats <u>només</u> pot ser aquest!

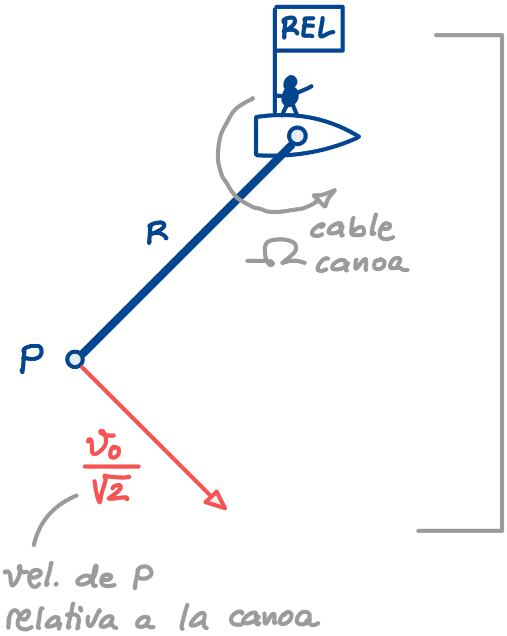
Ergo

$$\bar{v}_{REL}(P) = (\searrow v_0/\sqrt{2})$$

"Canoa"

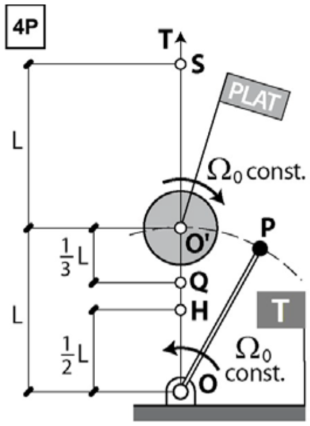
(*) La notació $(\swarrow\!\!\!\nearrow u)$ indica "vector de valor u apuntant en dir. $\nearrow$ o bé $\swarrow$ (per ara desconeguda)"

Dibuixem-ho :



$\Longrightarrow$ D'aquí queda clar que

$$\boxed{\overline{\Omega}\,^{\text{cable}}_{\text{canoa}} = \circlearrowleft\!\odot\ \frac{v_0}{R\sqrt{2}}}$$

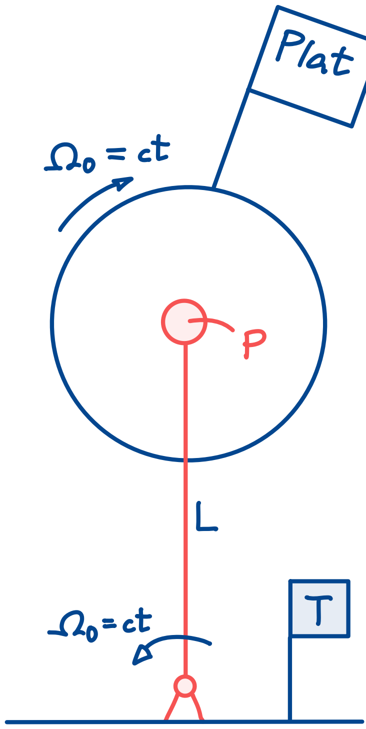


La plataforma i la barra, tots dos articulats al terra (T), giren amb ω_0 constant respecte del terra (T). Determina el $\boxed{CC_T(\mathbf{P})}$ quan **P** passa per **O'**.

Ha de dir $CC_{PLAT}(P)$

Buscarem $\mathcal{R}_{Plat}(P) = \dfrac{v^2_{Plat}(P)}{|a^n_{Plat}(P)|}$ i després deduirem $CC_{Plat}(P)$

Farem comp. de movim amb $\left|\begin{array}{l} AB = T \\ REL = PLAT \end{array}\right.$



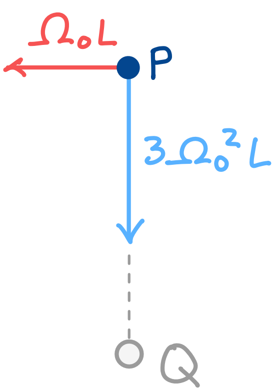
$$\boxed{\bar{v}_{REL}(P)} = \underbrace{\bar{v}_{AB}(P)}_{\leftarrow \Omega_0 L} - \underbrace{\bar{v}_{ar}(P)}_{0} = \boxed{(\leftarrow \Omega_0 L)}$$

vec. foto: no el podem derivar

$$\boxed{\bar{a}_{REL}(P)} = \bar{a}_{AB}(P) - \bar{a}_{ar}(P) - \overbrace{\bar{a}_{cor}(P)}^{2\,\bar{\Omega}^{REL}_{AB} \times \bar{v}_{REL}(P)} =$$

$$= (\downarrow \Omega_0^2 L) - \bar{0} - \underbrace{2\left[(\curvearrowright \Omega_0) \times (\leftarrow \Omega_0 L)\right]}_{\downarrow 2\,\Omega_0^2 L} =$$

$$= \boxed{(\downarrow 3\,\Omega_0^2 L)}$$



$$\rightarrow \mathcal{R}_{PLAT}(P) = \frac{v^2_{Plat}(P)}{|a^n_{Plat}(P)|} = \frac{(\Omega_0 L)^2}{3\Omega_0^2 L} = \frac{L}{3}$$

Per tant:

$$\boxed{CC_{PLAT}(P) = Q}$$