5P

Cinemàtica del sòlid rígid 3D

← Recordatoris de teoria

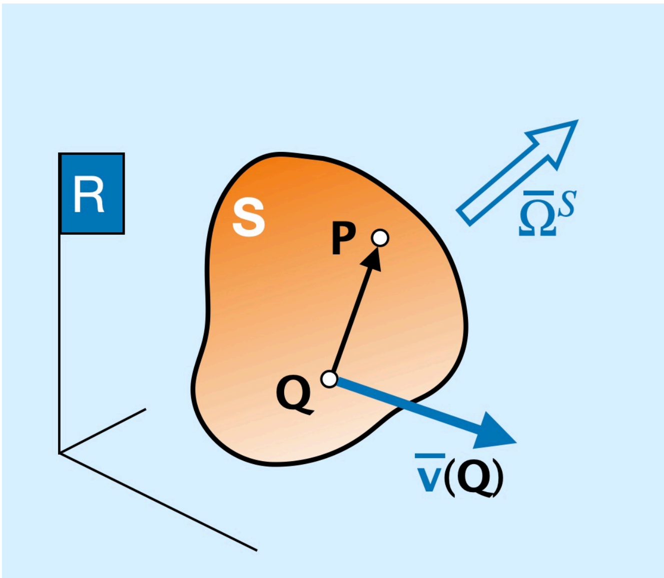
← Exercicis a resoldre

Avui practicarem:

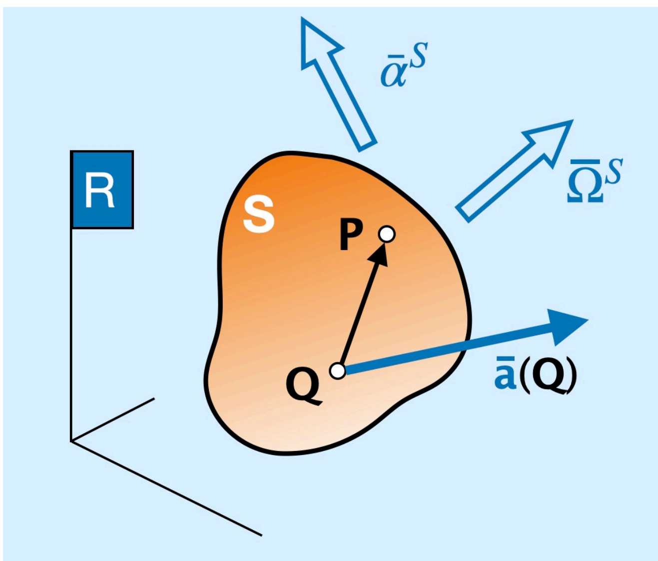
Cinemàtica del sòlid rígid (CSR)

En ser tots els vectors i derivades relatius a la referència R,
hem omès el subíndex R per simplificar

$$\bar{\mathbf{v}}(\mathbf{P}) = \bar{\mathbf{v}}(\mathbf{Q}) + \bar{\Omega}^S \times \overline{\mathbf{QP}}$$



$$\bar{\mathbf{a}}(\mathbf{P}) = \bar{\mathbf{a}}(\mathbf{Q}) + \bar{\Omega}^S \times \left(\bar{\Omega}^S \times \overline{\mathbf{QP}}\right) + \overbrace{\bar{\alpha}^S}^{=\frac{d\bar{\Omega}^S}{dt}} \times \overline{\mathbf{QP}}$$



Repasseu l’exemple de la bola sobre guia circular vist a teoria (pàg. següent). A classe vau veure com obtenir la velocitat angular de la bola. Nosaltres el treballarem a nivell d’acceleracions (1er exercici).

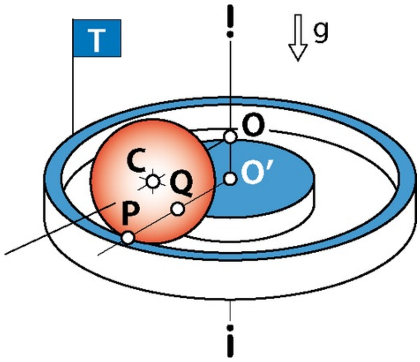
Resum de l’argument vist a teoria:

Entendre el moviment de la bola és complex. Si intentem definir uns angles d’Euler, d’entrada no podem, perquè la bola no té cap simetria especial, i costa definir-hi un eix “phipunt”. La solució passa per adonar-se de com evoluciona l’eix instantani de la bola al llarg del temps. El conjunt de rectes de la “referència bola” que en algun moment han sigut eix instantani és l’**axoide mòbil** (un con). El conjunt de rectes de la “referència terra” que en algun moment han sigut eix instantani és l’**axoide fix** (un pla). L’axoide mòbil rodola sobre el fix al llarg del temps, i es pot veure com una baldufa caiguda! El seu eix de simetria ens proporciona l’eix phipunt que volíem, i ara entenem el moviment de la bola. És com el d’una baldufa amb nutació constant! Finalment veiem que els vectors phipunt i psipunt no són independents: sumats han de donar un vector horitzontal, que és la velocitat angular de la bola.

Repassem : Exemple de la bola sobre pista circular

Exm. C4-3.2 wikimec

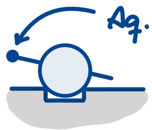
Aplicarem cinemàt. sòlid rígid x entendre movim. bola sobre pista circular.



Sup. ∄ lliscament a P, Q

Com és el moviment de la bola?

Sembla complicat! P.ex:



Aq. punt no es mou en un pla ⊥ a l'eix OO'

Intentem entendre el mov. pensant en 3 rotacions d'Euler:

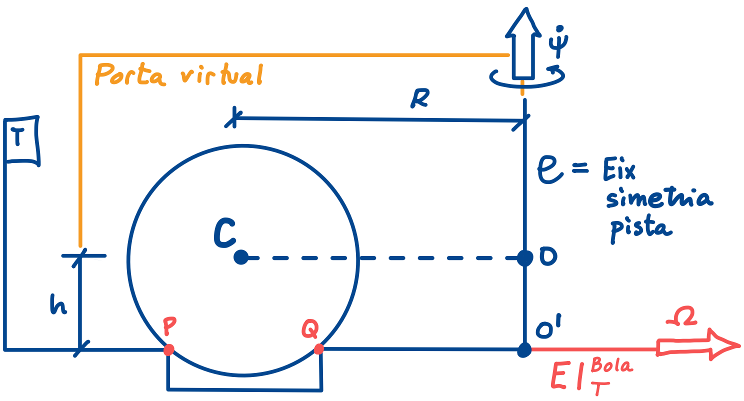
$$\bar{\Omega}^S = \bar{\dot\psi} + \bar{\dot\theta} + \bar{\dot\varphi}$$

Quins eixos d'Euler trio?

La dir. vertical de $\vec{g}$, ok!

Difícil triar un eix fix a la bola p.q. ∄ cap dir. privilegiada a l'esfera.

Que complicat x aq. via! Eix instantani (EI) al rescat!



$\underbrace{v(P) = v(Q) = 0}$
⇓

EI_T^{Bola} = —•—•— (P Q)

$\bar{v}_{llisc} = \bar{0}$!

$\bar{\Omega}_T^{Bola} = \underbrace{(\rightarrow \Omega)}_{\text{vec. horitzontal}}$

∃ algun punt de traj. circular? Sí: C! Traça un cercle de radi R centrat al punt O de l'eix vertical e.

Ara puc imaginar que C ∈ Porta giratòria definida x C i e. Puc pensar que aquesta porta gira amb v. ang. ⇑ $\dot\psi$ al voltant de e, resp. de $\boxed{T}$.

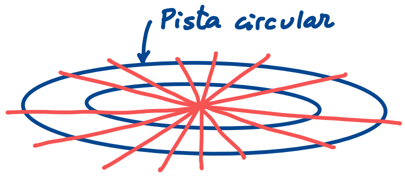
$\bar{v}_T(C \in \text{porta}) = (\odot R\dot\psi)$

Però... com que $\bar{\Omega}_T^{Bola} = (\Rightarrow \Omega)$ $\Longrightarrow$ $\Omega = \dfrac{R}{h}\cdot\dot\psi$

$\bar{v}_T(C \in \text{bola}) = (\odot \Omega h)$

Com que C ∈ porta i C ∈ bola sempre coincideixen

Ara pensem en el lloc geomètric de les rectes del terra escombrades per l'EI_T^{Bola}. Formen...

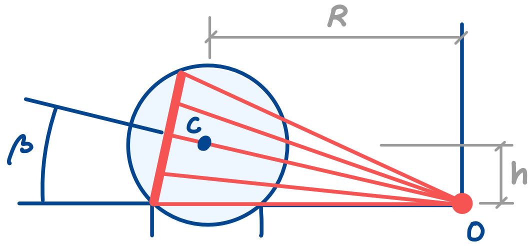


Axoide fix

... un con d'obertura 90° (1 pla)

Vegeu vídeo C4.3 Wikimec

El mateix lloc geomèt. però sobre la bola és...

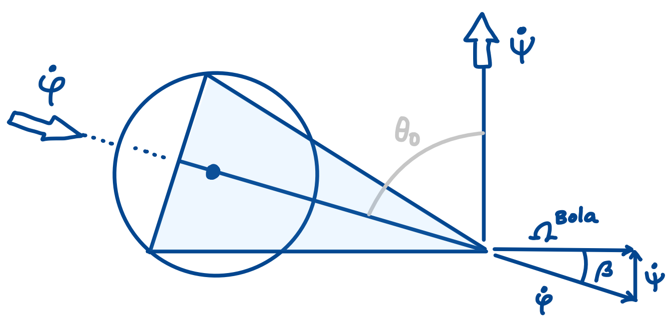


... un con d'obertura $\beta = \text{atan}\left(\frac{h}{R}\right)$

Axoide mòbil (rodola sobre el fix)

Ara oblidem la bola i pensem en l'axoide mòbil.
Té el mateix moviment que el de la bola!
(Bola i axoide mòbil tenen els mateixos punts)

Ara sí que podem triar eix $\bar{\dot{\varphi}}$ per la bola. L'eix de l'ax. mòbil!



I quin és l'eix $\bar{\dot{\theta}}$? És el $\perp$ a $\bar{\dot{\varphi}}$ i $\bar{\dot{\psi}}$. Només que $\dot{\theta} = 0$, p.q. $\theta = \theta_0 = ct$. Estem veient una baldufa caiguda, rodolant sobre el pla, amb $\theta = ct$! (nutació = ct)

Ara entenem el moviment!

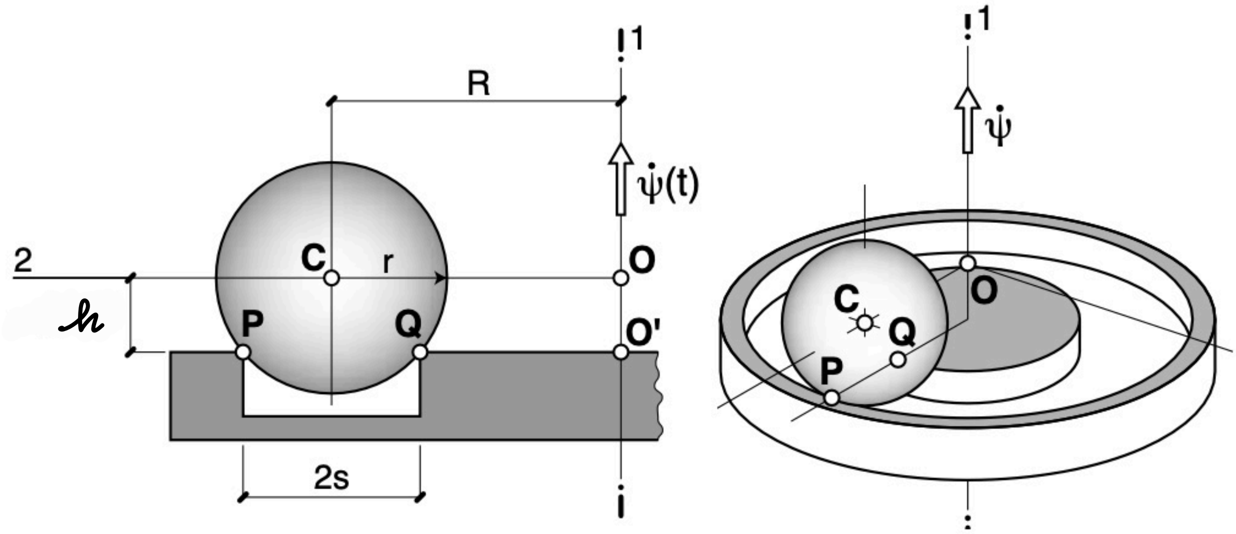
Últim detall important

$\bar{\dot{\psi}}$ i $\bar{\dot{\varphi}}$ no són indep. Han de sumar $\bar{\Omega}^{Bola}$, q. és horitz. $\Rightarrow$ $\boxed{\dot{\psi} = \dot{\varphi}\sin\beta}$

Bola sobre pista circular

3.5 La bola de la figura manté contacte sense lliscar, en els punts P i Q, amb una pista anul·lar fixa. El centre C de la bola recorre una trajectòria circular de radi R amb velocitat angular $\dot{\psi}(t)$. Determineu les components, en la base indicada, de:

1. La velocitat angular i l'acceleració angular de la bola. Com són els axoides fix i mòbil?
2. La velocitat i l'acceleració del punt O' de la bola.
3. La velocitat i l'acceleració del punt O de la bola.
4. L'acceleració del punt P de la bola.
5. Quin és el conjunt de punts de la bola que entren en contacte amb la guia?



Solucions a completar: 3 pàgs. seg.

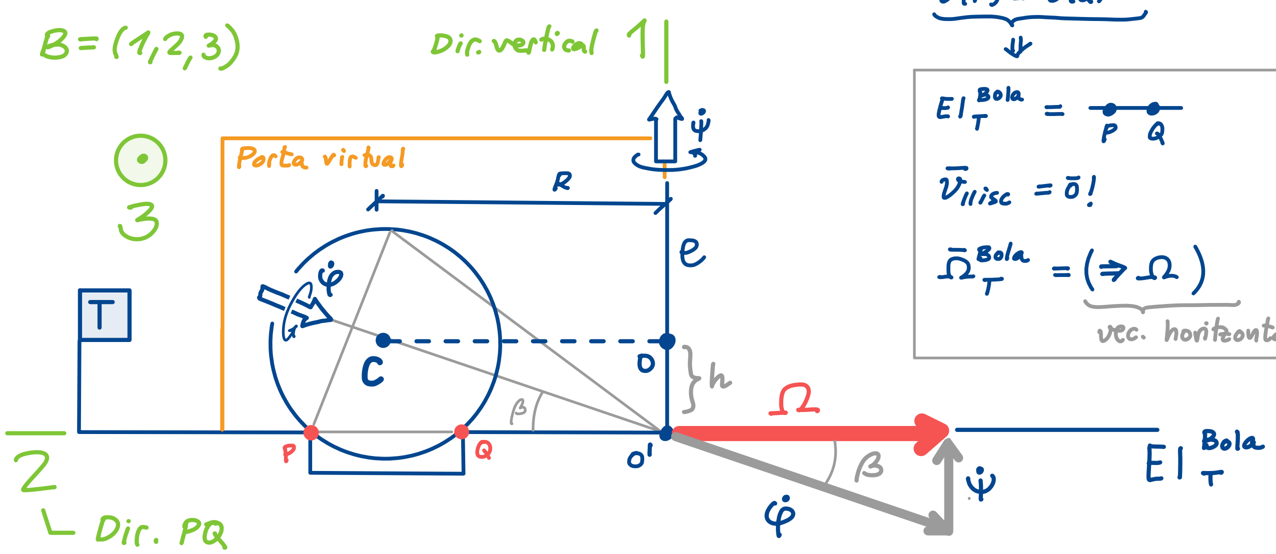
Important

Veure que $\mathbf{O}_{terra} \neq \mathbf{O}_{bola}$

Veure que $\mathbf{O}'_{terra} = \mathbf{O}'_{bola}$

Vel. ang. de la bola i axoides

És la teoria ja vista. Només la resumim:



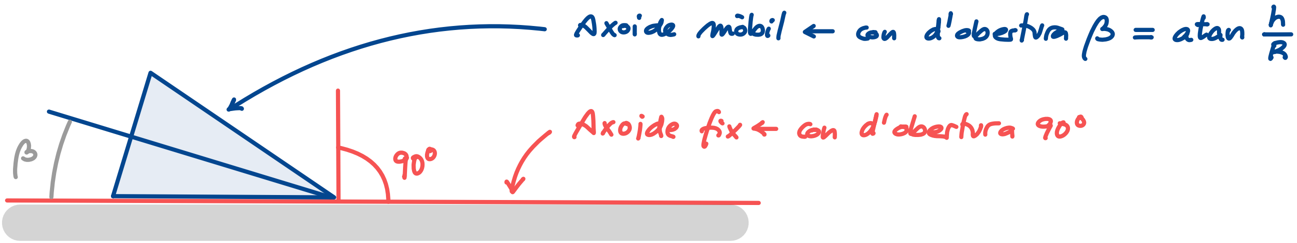
$\underbrace{v(P) = v(Q) = 0}$

$\Downarrow$

$EI_T^{Bola} = \overline{P\quad Q}$

$\bar{v}_{llisc} = \bar{0}!$

$\bar{\Omega}_T^{Bola} = \underbrace{(\Rightarrow \Omega)}_{\text{vec. horitzontal}}$



Cal veure la bola com una baldufa caiguda, amb eix de simetria donat per $\bar{\dot\varphi}$.

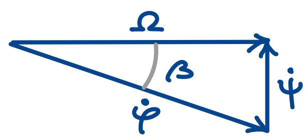
Com que d'una banda

$$\bar{\Omega}_T^{Bola} = (\Rightarrow \Omega)$$

i de l'altra

$$\bar{\Omega}_T^{Bola} = \bar{\dot\psi} + \bar{\dot\varphi} = (\searrow \dot\varphi) + (\Uparrow \dot\psi)$$

$\Rightarrow$ Tenim el triangle



i això vol dir que $\dot\varphi$ i $\dot\psi$ no són independents, ja que:

$$\dot\psi = \dot\varphi \sin\beta$$

En particular podem expressar Ω en funció de $\dot\psi$ o $\dot\varphi$.

Fem-ho en funció de $\dot\psi$:

$$\Omega = \frac{\dot\psi}{tg\,\beta} = \frac{\dot\psi}{h/R} = \frac{R}{h}\dot\psi \Rightarrow$$

$$\boxed{\bar{\Omega}_T^{Bola} = \underbrace{\left(\Rightarrow \frac{R}{h}\dot\psi\right)}_{\text{És vec. pel·lícula}} = \left\{\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\}_B}$$

$\bar{\alpha}_T^{Bola}$

Derivant geomètricament $\bar{\Omega}_T^{Bola}$

$$\bar{\alpha}_T^{Bola} = \underbrace{(\Rightarrow \quad)}_{\text{Canvi valor}} + \underbrace{(\otimes \quad)}_{\text{Canvi dir.} = \bar{\dot\psi} \times \bar{\Omega}_T^{Bola}} = \left\{ \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \right\}_B \qquad B = (1,2,3)$$

$\bar{v}_T(O'_{Bola})$ i $\bar{a}_T(O'_{Bola})$

O'_{Bola} és l'extrem de l'axoide mòbil, que roman fix a T.

Per tant $\bar{v}_T(O'_{Bola}) = \bar{a}_T(O'_{Bola}) =$

Així doncs $O'_{Bola} = O'_{Terra}$

$\bar{v}_T(O_{Bola})$ i $\bar{a}_T(O_{Bola})$

Clarament $O_{Bola} \neq O_{Terra}$, perquè O_{Bola} té velocitat no nul·la $\odot \underbrace{\Omega h}_{R\dot\psi}$! Mentre que O_{Terra} és fix a T (per definició).

a vista ja es veu, però en detall seria:

$$\bar{v}_T(O_{Bola}) = \underbrace{\bar{v}_T(O'_{Bola})}_{\bar{0}} + \underbrace{\bar{\Omega}_T^{Bola}}_{(\quad)} \times \underbrace{\overline{O'O}}_{(\quad)} = \odot R\dot\psi = \left\{ \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \right\}_B$$

Ara, per trobar $\bar{a}_T(O_{Bola})$ potser estem temptats de derivar $\bar{v}_T(O_{Bola})$ resp. el temps (geomètricament o analítica). Seria un error! Fixem-nos que $\odot R\dot\psi$ només és la velocitat de O_{Bola} en l'instant en que O_{Bola} passa pel punt més alt. Un picosegon + tard, O_{Bola} tindrà una vel. diferent, amb components $\odot, \downarrow, \rightarrow$, que no sabem quines seran. Per tant, $\odot R\dot\psi$ és un vector particularitzat (o "foto") i no el podem derivar. Com calcularem $\bar{a}_T(O)$, doncs? Aplicant CSR:

$$\bar{a}_T(O) = \underbrace{\bar{a}_T(C)}_{(\odot \quad) + (\rightarrow \quad)} + \bar{\alpha}_T^{Bola} \times \overline{CO} + \overbrace{\bar{\Omega}_T^{Bola} \times (\bar{\Omega}_T^{Bola} \times \overline{CO})}^{\bar{0}\text{, per què ?}} =$$

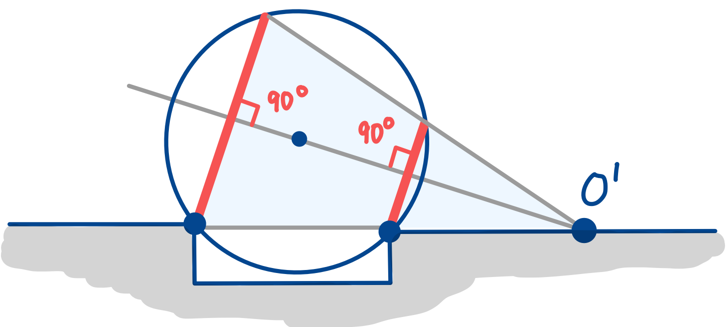
$$= (\odot \ddot{\psi} R) + (\rightarrow \dot{\psi}^2 R) + \left(\downarrow \frac{R^2 \dot{\psi}^2}{h}\right) = \begin{Bmatrix} -\frac{R^2\dot{\psi}^2}{h} \\ -\dot{\psi}^2 R \\ -\ddot{\psi} R \end{Bmatrix}_B$$

$\bar{a}_T(P_{Bola})$

$$\bar{a}_T(P_{Bola}) = \underbrace{\bar{a}_T(O'_{Bola})}_{\bar{0}\text{, per què ?}} + \bar{\alpha}_T^{Bola} \times \overline{O'P} + \underbrace{\bar{\Omega}_T^{Bola} \times (\bar{\Omega}_T^{Bola} \times \overline{O'P})}_{\bar{0}\text{, per què ?}} =$$

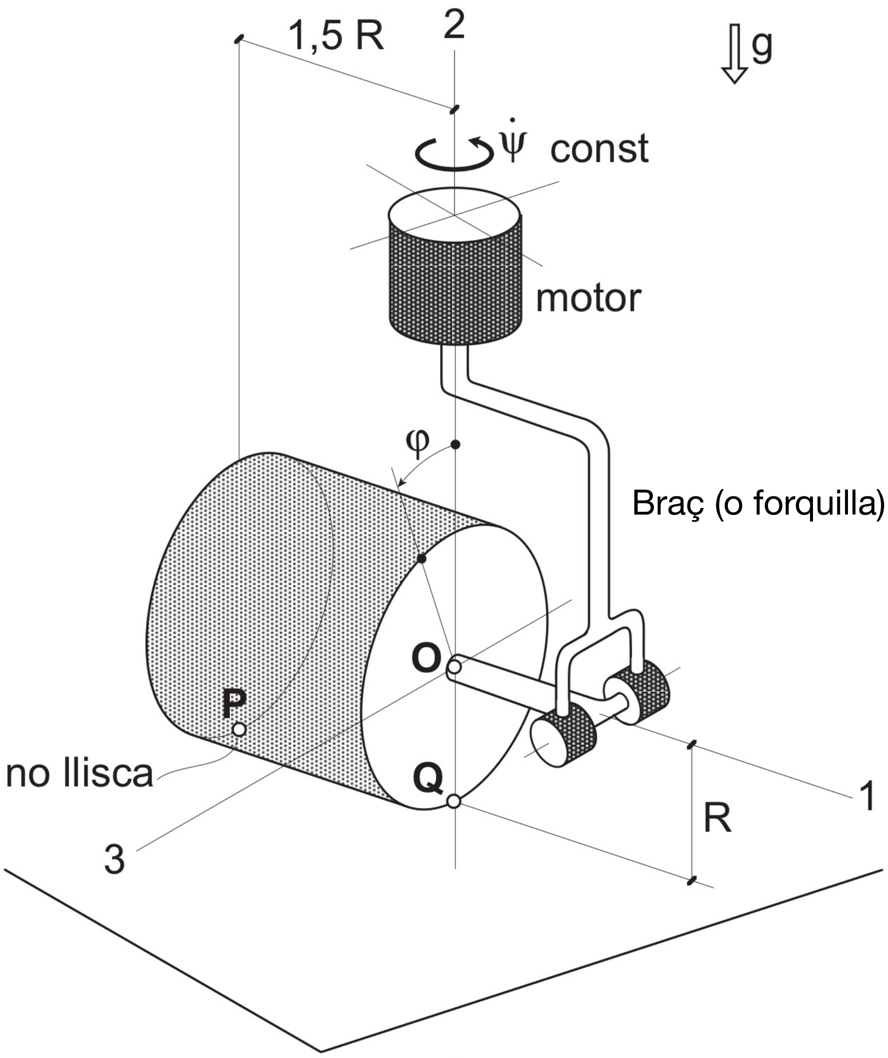
$$= \left[(\Rightarrow \quad) + (\otimes \quad) \right] \times \left[\leftarrow (R+s) \right] = \uparrow \left(\frac{R(R+s)}{h} \dot{\psi}^2 \right)$$

Cjt punts bola que entren en contacte amb la guia



Són les dues seccions circulars vermelles de l'axoide mòbil

Mola cilíndrica



La mola de la figura, que és un cilindre homogeni, rodola sobre el terra -sense que llisqui l'extrem P de la generatriu de contacte- impulsada pel braç que gira amb velocitat angular $\dot{\psi}$ constant al voltant de l'eix vertical que passa per O.

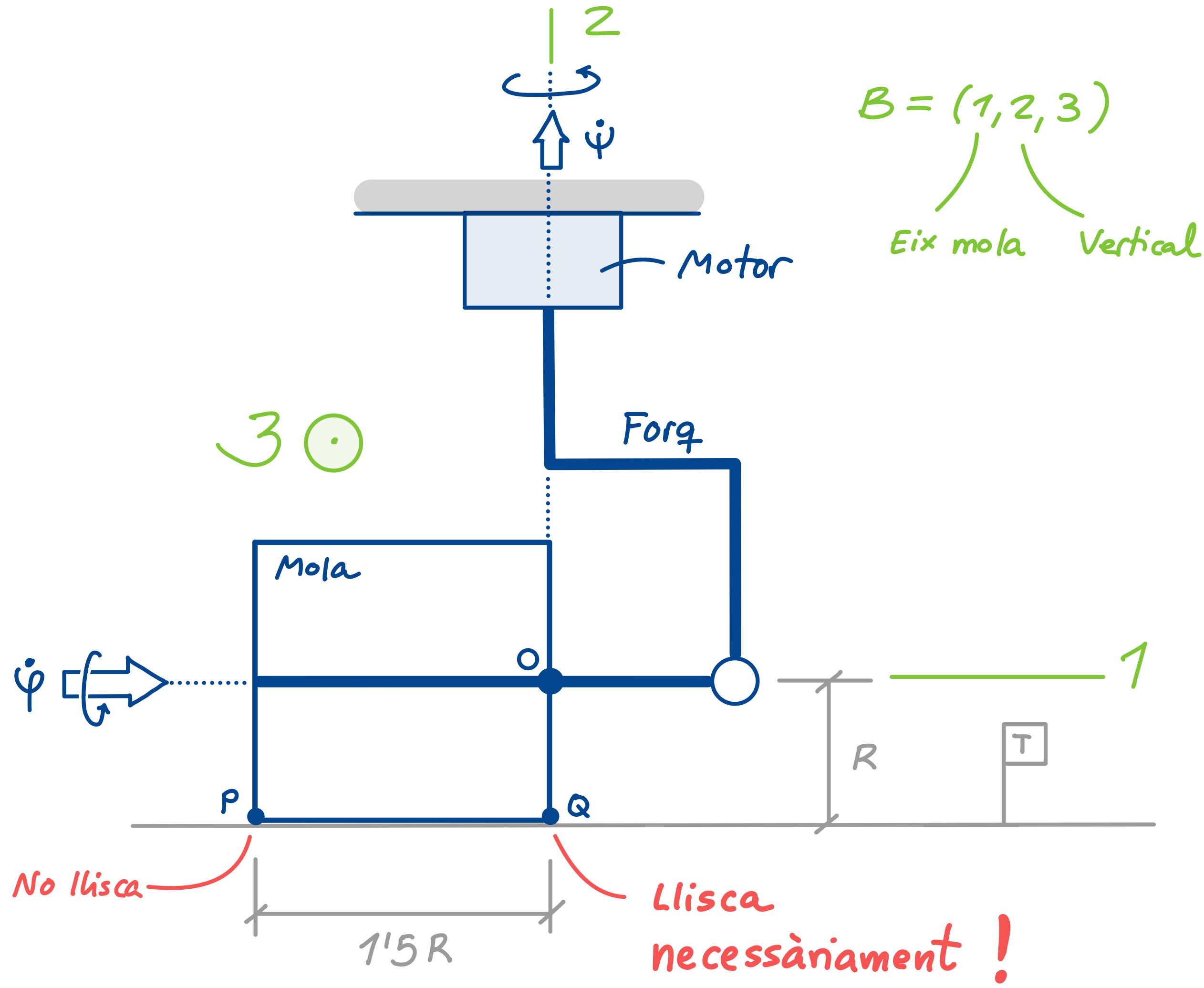
Determineu:

- L'eix instantani de la mola respecte el terra?
- La velocitat del punt Q de la mola respecte el terra.
- L'acceleració del punt P de la mola respecte el terra.

Pistes i solucions:

EI_T^{Mola} i axoides

Feu-vos el vostre propi dibuix:



Pinteu EI_T^{Mola} sobre el dibuix.

Feu un dibuix apart dels axoides.

Expliqueu per què Q_{Mola} llisca necessàriament.

$\bar{v}_T(Q)$ i $\bar{a}_T(P)$

Per trobar $\bar{v}_T(Q)$ i $\bar{a}_T(P)$ ens caldria trobar abans

- $\bar{\Omega}_T^{Mola}$
- $\bar{\alpha}_T^{Mola}$

$\bar{\Omega}_T^{Mola}$

$$\bar{\Omega}_T^{Mola} = \bar{\Omega}_{Forq}^{Mola} + \bar{\Omega}_T^{Forq} = \dots = (\Rightarrow 1'5\,\dot{\psi}) + (\Uparrow \dot{\psi}) = \underbrace{\begin{Bmatrix} 1'5\,\dot{\psi} \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{Bmatrix}_B}_{\text{És vec. pel·lícula}}$$

$\bar{\alpha}_T^{Mola}$

$$\bar{\alpha}_T^{Mola} = \left.\frac{d\bar{\Omega}_T^{Mola}}{dt}\right]_T = \dots = (\otimes\!\!\!\!\to 1'5\,\dot{\psi}^2) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1'5\,\dot{\psi}^2 \end{Bmatrix}_B$$

Derivem geomètricament tenint en compte que $\dot{\psi} = ct$

$\bar{v}_T(Q)$

$$\bar{v}_T(Q) = \bar{v}_T(O) + \bar{\Omega}_T^{Mola} \times \overline{OQ} = \dots = \otimes\, 1'5\,\dot{\psi}R$$

CLARAMENT Q LLISCA!

$\bar{a}_T(P)$

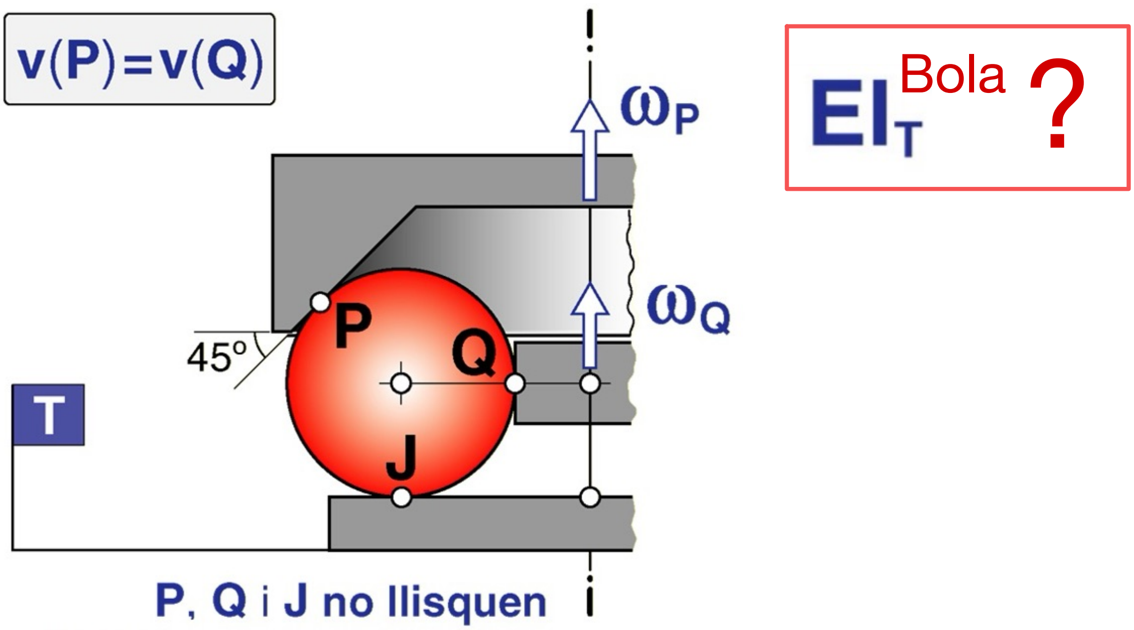
$$\bar{a}_T(P) = \underbrace{\bar{a}_T(O)}_{0} + \bar{\alpha}_T^{Mola} \times \overline{OP} + \underbrace{\bar{\Omega}_T^{Mola} \times (\bar{\Omega}_T^{Mola} \times \overline{OP})}_{0} = \dots$$

$$\dots = (\leftarrow 1'5\,\dot{\psi}^2 R) + (\uparrow 2'25\,\dot{\psi}^2 R) = \begin{Bmatrix} -1'5\,\dot{\psi}^2 R \\ 2'25\,\dot{\psi}^2 R \\ 0 \end{Bmatrix}_B$$

Qüestió 3.28 MPSR

Bola impulsada per dos discs

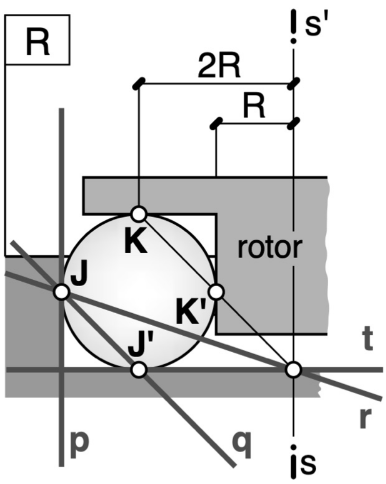
3.28 En el sistema de la figura es proposa impulsar el moviment de la bola per mitjà de la rotació dels discs P i Q, amb velocitats angulars ω_P i ω_Q, sense que hi hagi lliscament a P, Q i J. Si ω_P i ω_Q són tals que $\mathbf{v}(P)=\mathbf{v}(Q)$, què es pot afirmar a propòsit de l'EI de la bola?



Pista : Quan dos punts d'un sòlid tenen velocitats iguals, quina dir. té el seu EI ?

Bola amb 4 punts de no lliscament

Q13 octubre 2005



13 La bola de radi R no pot lliscar a J i J' dins del suport cilíndric d'eix vertical s-s', que és fix a terra, ni als punts de contacte K i K' amb el rotor coaxial amb el suport. Quina recta pot ser l'Eix Instantani de Rotació i Lliscament del moviment de la bola respecte a terra?

A p

B q

C r

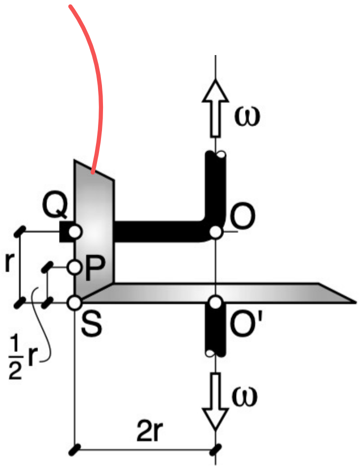
D t

E No està definit perquè el sistema bola-rotor no es pot moure sense que llisqui algun dels punts de contacte

Rodes dentades - Q3.27 MPSR

EI_T^{RV} ?

RV = roda vertical



3.27 Les dues rodes del sistema esquematitzat a la figura rodolen sense lliscar en el contacte entre elles. Quina és la direcció de l'EI de la roda de radi r?

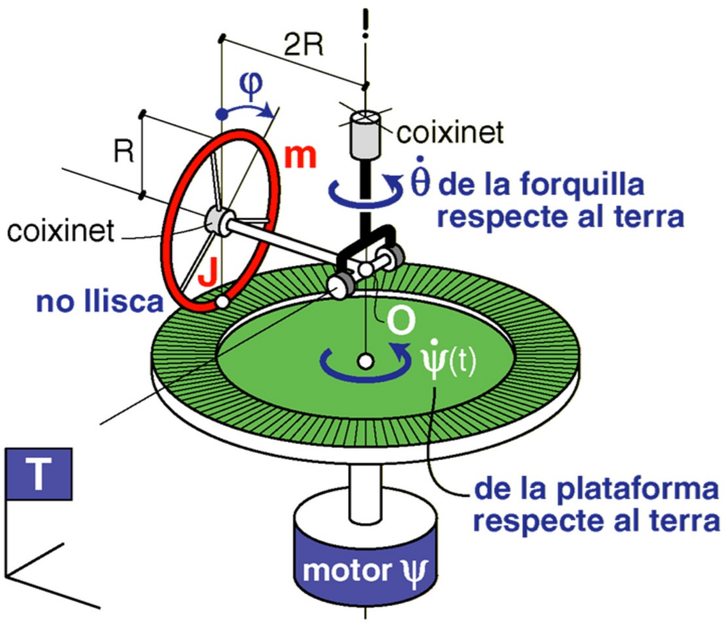
A La de QO'.
B La de SO'.
C La de SO.
D La de PO'.
E La de OO'.

Pista: Com són $\bar{v}_T(Q)$ i $\bar{v}_T(S)$?

Anell sobre plataforma (P1, juny 2010)

L'anell de radi R i massa m manté contacte **sense lliscar** amb la plataforma, que gira al voltant de l'eix p-p' amb $\psi(t)$ respecte al terra impulsada pel motor. L'eix de l'anell està articulat a una forquilla que pot girar lliurement al voltant de l'eix p-p' amb $\dot{\theta}$ respecte al terra.

- Quants graus de llibertat té el sistema?
- Expresseu $\dot{\theta}$ en funció de $\dot{\varphi}$ i $\dot{\psi}$.



GL del sistema?

$\dot{\theta} = f(\dot{\varphi}, \dot{\psi})$?

Pistes

$\bar{\Omega}^{Roda}_{T} = \bar{\Omega}^{Roda}_{Plat} + \bar{\Omega}^{Plat}_{T}$

Com és l' EI^{Roda}_{Plat} ?

Solució :

GL del sistema

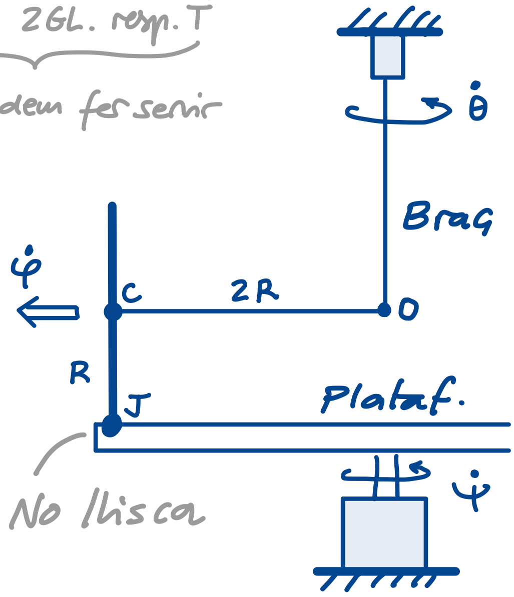
El sistema té 2 GL. Cal bloquejar dos moviments relatius per aturar-lo : per exemple, la rotació $\dot{\psi}$ de la plataforma respecte del terra, i la rotació $\dot{\theta}$ de la forquilla resp. el terra.

$\dot{\theta} = f(\dot{\psi}, \dot{\varphi})$

$\underbrace{\text{El } \frac{\text{Roda}}{T} \text{ no fixat p.q. roda té 2GL. resp. T}}_{\text{No el podem fer servir}}$

Via d'atac :

(1) $\bar{v}_T(C)$ amb CSR braç
(2) $\bar{v}_T(J)$ " " plataf.
(3) $\bar{v}_T(C)$ " " roda utilitzant $\bar{v}_T(J)$
(4) Igualem (1) = (3) i surt la relació desitjada



$$\bar{v}_T(C) = \odot\, 2R\dot{\theta} \qquad (I)$$

$$\bar{v}_T(J) = \odot\, 2R\dot{\psi}$$

$$\bar{v}_T(C) = \bar{v}_T(J) + \bar{\Omega}^{\text{Roda}}_{T} \times \overline{JC} =$$

$$= \odot\, 2R\dot{\psi} + \underbrace{\left[(\Leftarrow \dot{\varphi}) + (\Uparrow \dot{\theta})\right] \times (\uparrow R)}_{\otimes\, \dot{\varphi}R} = \odot\,(2R\dot{\psi} - \dot{\varphi}R) \qquad (II)$$

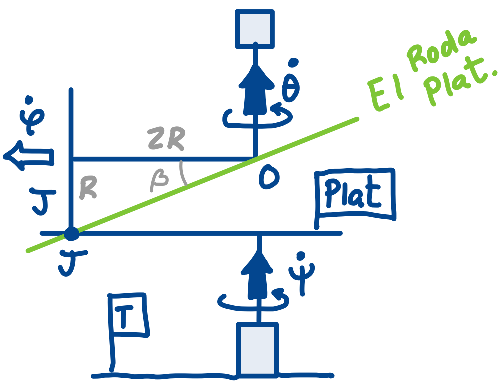
I = II :

$$2R\dot{\theta} = 2R\dot{\psi} - \dot{\varphi}R$$

$$\boxed{\dot{\theta} = \dot{\psi} - \frac{\dot{\varphi}}{2}}$$

$\dot\theta = f(\dot\psi, \dot\varphi)$ (ruta alternativa)

Considerem l'EI^{roda}_{T}. Aquest eix passa per O, però no en sabem res més. En canvi l'EI^{roda}_{Plat} és evident: és la recta JO. Per tant, podem fer:



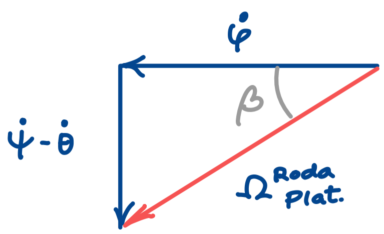
$$\bar\Omega^{Roda}_{T} = \bar\Omega^{Roda}_{Plat} + \bar\Omega^{Plat}_{T}$$

$$\bar\Omega^{Roda}_{Plat} = \bar\Omega^{Roda}_{T} - \bar\Omega^{Plat}_{T}$$

$$\bar\Omega^{Roda}_{Plat} = \underbrace{(\Leftarrow \dot\varphi) + (\Uparrow \dot\theta)}_{\bar\Omega^{Roda}_{T}} - \underbrace{(\Uparrow \dot\psi)}_{\bar\Omega^{Plat}_{T}}$$

$$\underbrace{\bar\Omega^{Roda}_{Plat}}_{\text{Té la dir. de l'}EI^{Roda}_{Plat}} = (\Leftarrow \dot\varphi) + \left[\Downarrow (\dot\psi - \dot\theta)\right]$$

Per tant, tenim el triangle:



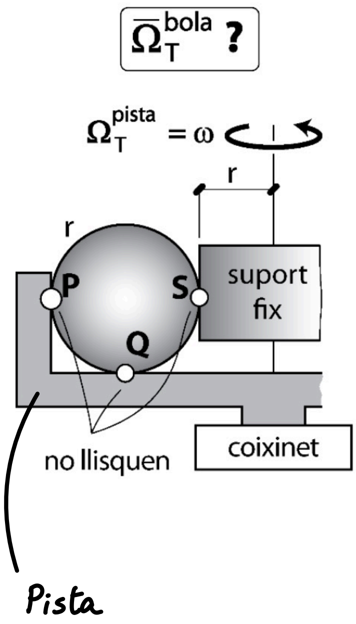
I d'aquí deduim

$$\dot\psi - \dot\theta = \dot\varphi \tan\beta$$

$$\dot\psi - \dot\theta = \dot\varphi \frac{R}{2R}$$

$$\boxed{\dot\theta = \dot\psi - \frac{\dot\varphi}{2}}$$

Velocitat angular de bola - Q2, juliol 2021



2 La bola homogènia de radi r es mou dins la pista cilíndrica mantenint contacte sense lliscar amb els punts **P** i **Q** de la pista, i amb el punt **S** del suport fix a terra. La pista gira amb velocitat angular ω respecte del terra. Quina és la velocitat angular de la bola respecte del terra?

A $(2\omega\Uparrow)+(2\omega\Rightarrow)$

B $\left(\frac{3}{2}\omega\Uparrow\right)+\left(\frac{3}{2}\omega\Leftarrow\right)$

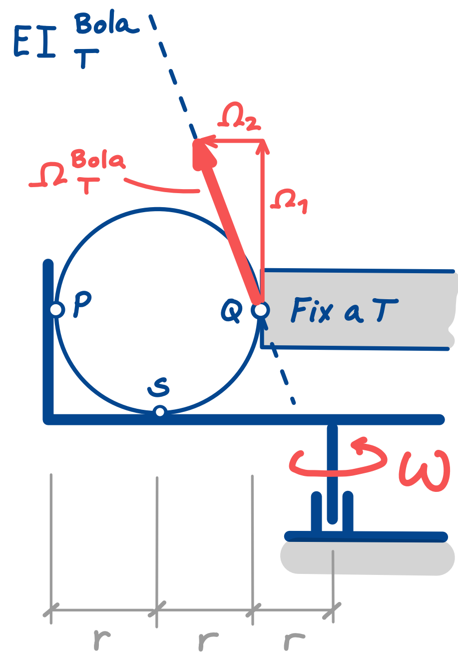
C $\left(\frac{3}{2}\omega\Uparrow\right)+\left(\frac{1}{2}\omega\Rightarrow\right)$

D $\left(\frac{3}{2}\omega\Uparrow\right)+\left(\frac{3}{2}\omega\Rightarrow\right)$

E $\left(\frac{3}{2}\omega\Uparrow\right)+\left(\frac{1}{2}\omega\Leftarrow\right)$

Pista: Veient les velocitats que tenen P i Q $\overline{\Omega}_T^{Bola}$ ha de tenir la forma $(\Uparrow \Omega_1) + (\Leftarrow \Omega_2)$ ...

Solució:



$$\bar v_T(P) = \odot\, 3r\omega$$

$$\bar v_T(S) = \odot\, 2r\omega$$

$$\bar v_T(Q) = \bar 0$$

EI^{Bola}_T = recta per Q

$$\bar\Omega^{Bola}_T = (\Uparrow \Omega_1) + (\Leftarrow \Omega_2)$$

Ha de ser en el pla del dibuix vist com són $\bar v_T(P)$ i $\bar v_T(S)$

$\bar v_T(P)$ calculada des de Q:

$$\odot\, 3r\omega = \left[(\Uparrow \Omega_1) + (\Leftarrow \Omega_2)\right] \times (\leftarrow 2r)$$

$$\odot\, 3r\omega = \odot\, 2\Omega_1 r$$

$$\Omega_1 = \frac{3}{2}\omega \qquad (I)$$

2 condicions que determinen Ω_1 i Ω_2

$\bar v_T(S)$ calculada des de Q:

$$\odot\, 2r\omega = \left[(\Uparrow \Omega_1) + (\Leftarrow \Omega_2)\right] \times \left[(\leftarrow r) + (\downarrow r)\right]$$

$$\odot\, 2r\omega = (\Uparrow \Omega_1) \times (\leftarrow r) + (\Leftarrow \Omega_2) \times (\downarrow r)$$

$$\odot\, 2r\omega = (\odot\, \Omega_1 r) + (\odot\, \Omega_2 r)$$

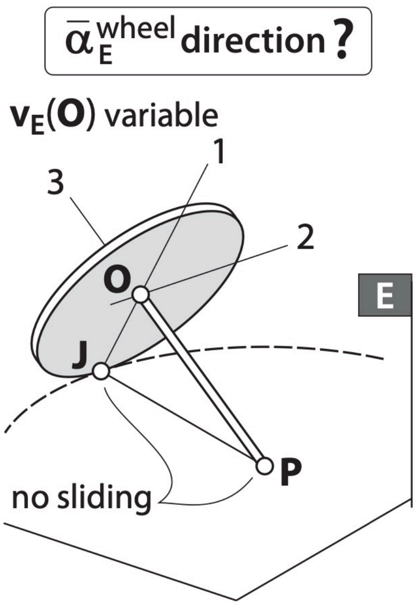
$$2\cancel{r}\omega = (\Omega_1 + \Omega_2)\cancel{r}$$

$$\Omega_2 = 2\omega - \Omega_1 \overset{(I)}{=} 2\omega - \frac{3}{2}\omega = \frac{\omega}{2}$$

Per tant

$$\boxed{\bar\Omega^{Bola}_T = \left(\Uparrow \frac{3}{2}\omega\right) + \left(\Leftarrow \frac{\omega}{2}\right)}$$

Accel. angular de roda - RBK, qüestió 3.47



3.47 The wheel moves on the ground without sliding at its two contact points **J** and **P**. If the speed of its center **O** is not constant, what is the direction of its angular acceleration relative to the ground?

A It is vertical
B It is horizontal with a positive second component
C It is horizontal with a negative second component
D It is not constrained
E It is always in the 1–3 plane

Pistes

- Quin es l'EI $^{Roda}_{T}$?
- Com és $\bar{v}_T(O)$?
- Escriviu $\bar{\Omega}^{Roda}_{T}$ en funció de la celeritat v de O i deriveu

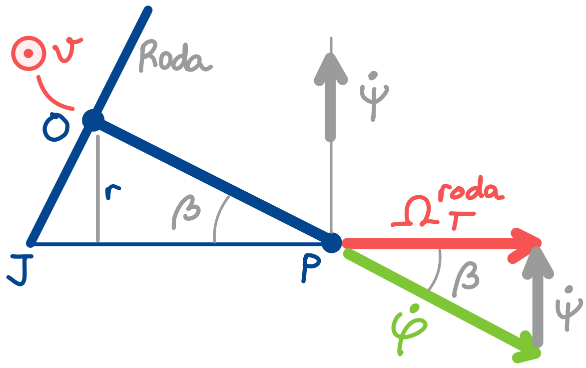
Solució

Clarament $\begin{cases} EI^{roda}_{T} = \text{recta } JP. \\ \bar{\Omega}^{roda}_{T} \text{ té la dir. de la recta } JP \end{cases}$

Sigui v la celeritat de O. Suposem inicialment que

$$\bar{v}_T(0) = \odot v,$$

d'acord amb el seg. dibuix:



Podem veure la roda com una baldufa de vel. angular

$$\bar{\Omega}^{roda}_{T} = \bar{\dot{\psi}} + \bar{\dot{\varphi}}$$

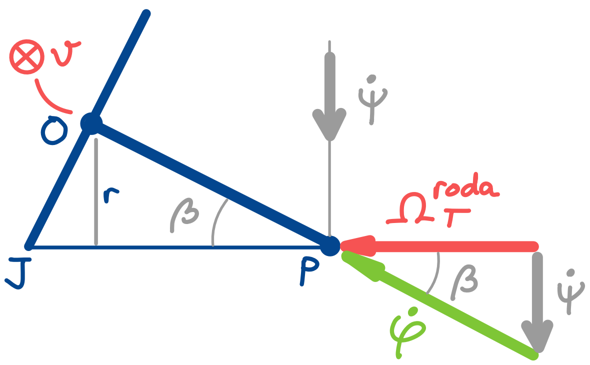
Com que $\bar{\Omega}^{roda}_{T}$ té dir. horitzontal, ha de ser

$$\bar{\Omega}^{roda}_{T} = \left(\Rightarrow \frac{v}{r}\right)$$

i derivant geomètricament:

$$\bar{\alpha}^{roda}_{T} = \left(\longrightarrow \frac{\dot{v}}{r}\right) + \left(\otimes\ \dot{\psi}\frac{v}{r}\right)$$

Si haguéssim assumit $\bar{v}_T(0) = \otimes v$, hauríem obtingut



$$\bar{\Omega}^{roda}_{T} = \left(\Leftarrow \frac{v}{r}\right)$$

$$\bar{\alpha}^{roda}_{T} = \left(\leftarrow \frac{\dot{v}}{r}\right) + \left(\otimes\ \dot{\psi}\frac{v}{r}\right)$$

En ambdós casos, la resposta correcta és la $\boxed{B}$