8P - Extra

Exercicis addicionals, relacionats amb molles i amortidors

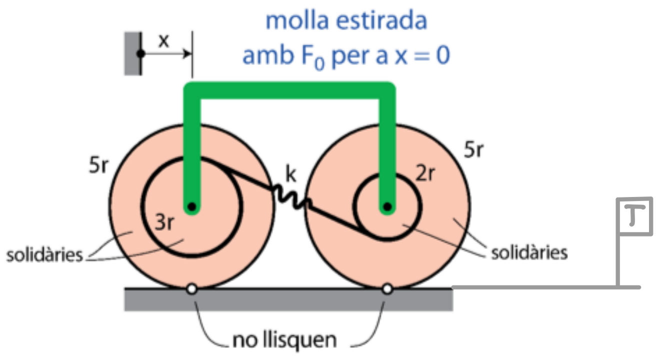
Versió 0.9

Lluís Ros
https://lluisros.github.io/mecanica

En exercicis de molles inserides en fils inextensibles que s'enrotllen a corrons, hi pot haver casos en que calgui calcular les velocitats dels extrems de la molla en una **referència diferent de T**, ja que si les calculem a T no surten longitudinals a la molla (cosa que no permet determinar $\dot\rho$). El següent exemple ho il·lustra.

TP-G10, 3 abril 2025

Quina és l'expressió de la força d'atracció de la molla en funció de x ?



RE = Roda esquerra

RD = Roda dreta

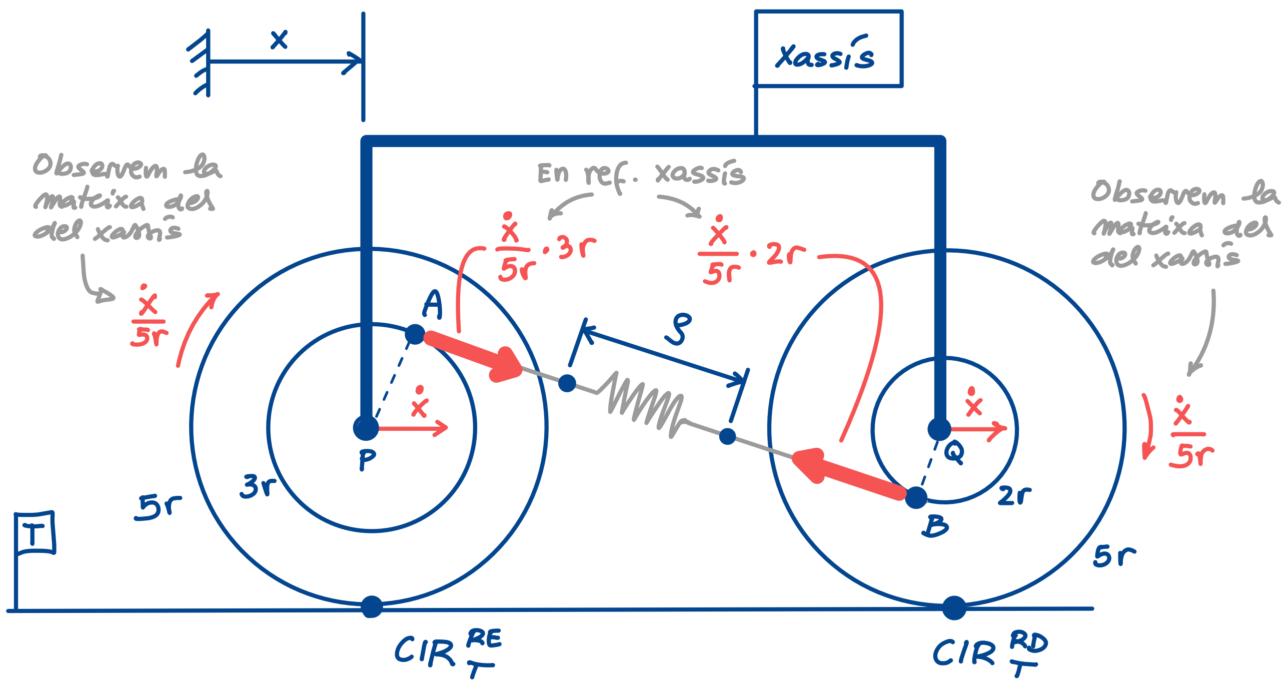
Solució

Tenim una molla acoplada a un fil inextensible que s'enrotlla sobre corrons ⇒ calcularem $\dot\rho$ i integrarem. Per trobar $\dot\rho$ ens calen les velocitats de A i B en una ref. en la que surtin longitudinals a la molla. Això passa a la ref. xassís (i no a ref. T !):

$$\bar\Omega^{RE}_T = \otimes\frac{\dot x}{5r} = \bar\Omega^{RE}_{xassís}$$

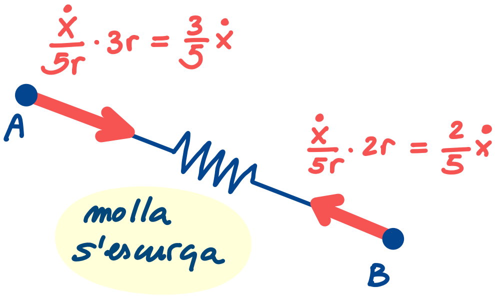
$$\bar\Omega^{RD}_T = \otimes\frac{\dot x}{5r} = \bar\Omega^{RD}_{xassís}$$

Des del xassís s'observen les mateixes vel. angulars que des de T, p.q. xassís <u>no gira</u>



En el dibuix anterior: $P = CIR^{RE}_{xassís}$, $Q = CIR^{RD}_{xassís}$, i per tant A i B descriuen, en ref. xassís, trajectòries circulars amb centre a P i Q, respectivament. Això permet deduir ràpidament les velocitats de A i B a la ref. xassís, que tenen la dir. de la molla:

A la ref. xassís tenim



Negatiu p.q. molla s'escurça!

$$\dot\rho = -\left(\frac{3}{5}\dot x + \frac{2}{5}\dot x\right) = -\dot x$$

$$\Delta\rho = \int_0^t \dot\rho\, dt = -\int_0^t \dot x\, dt$$

$$= -\left(x(t) - \underbrace{x(0)}_{=0}\right) = -x(t) = -x$$

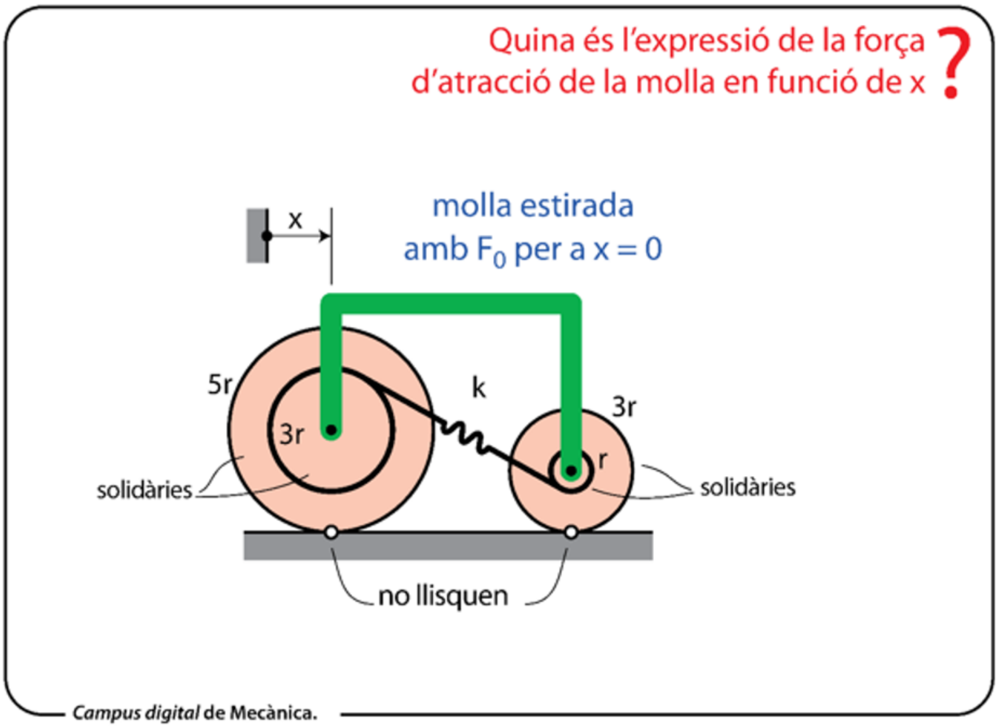
A la config. de referència inicial tenim $x=0$

Ja no posem la dependència de t

Ara ja podem formular la força de la molla. Ho fem amb el criteri d'atracció perquè ens diuen que per $x=0$ la molla està estirada $\Rightarrow$ Està fent una força atractiva entre els seus extrems $\Rightarrow$ F_0 és atractiva:

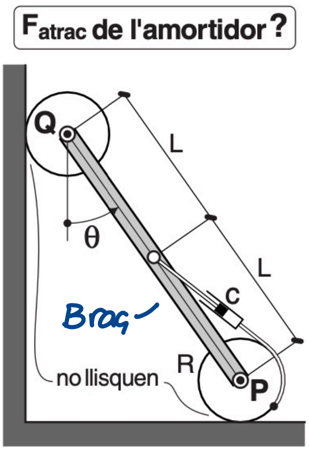
$$\boxed{F_m^{at} = F_0 + K\underbrace{(-x)}_{\Delta\rho} = F_0 - Kx}$$

Si heu entès l'anterior, intenteu resoldre aquest!



Solució :

$$\boxed{F_m^{at} = F_0 - K \frac{14}{15} x}$$



11 En el sistema de la figura, els corrons rodolen sense lliscar. Els seus centres estan articulats als extrems de la barra **P-Q** de longitud 2L. L'amortidor de constant c actua entre el punt mig de la barra i la perifèria del corró de centre **P**, a la qual es troba unit per un fil que hi és enrotllat i que hi té l'extrem fixat. Quina és l'expressió de la força d'atracció de l'amortidor?

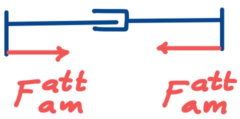
A	$c\dot{\theta}2L\cos\theta$	**D**	$c\dot{\theta}(-R+2L\cos\theta)$
B	$c\dot{\theta}(R+2L\cos\theta)$	**E**	$c\dot{\theta}2(-R+2L\cos\theta)$
C	$c\dot{\theta}2(R+L\cos\theta)$		

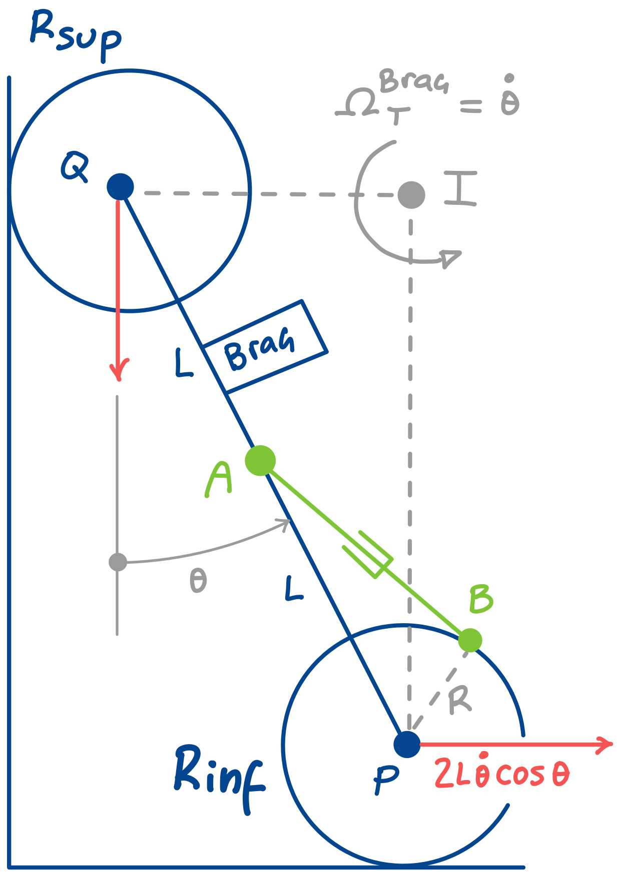
Sist amb 1 GL: Si $\underbrace{R_{sup}}_{\text{Roda superior}}$ gira ↻, θ augmenta, i $\underbrace{R_{inf}}_{\text{Roda inferior}}$ gira ↻.

Sempre que tinguem almenys 1 extrem d'una molla o amortidor que s'enrotlla en una politja, com aquí, calcularem $\dot{\rho}$ buscant les velocitats dels extrems.

Com que demanen F_{am}^{att} → Criteri d'atracció:

$$F_{am}^{att} = c\dot{\rho}$$

(si $\dot{\rho} > 0$ )



Busquem $\dot{\rho}$:

$CIR_T^{Braç} = I$ (fàcil)

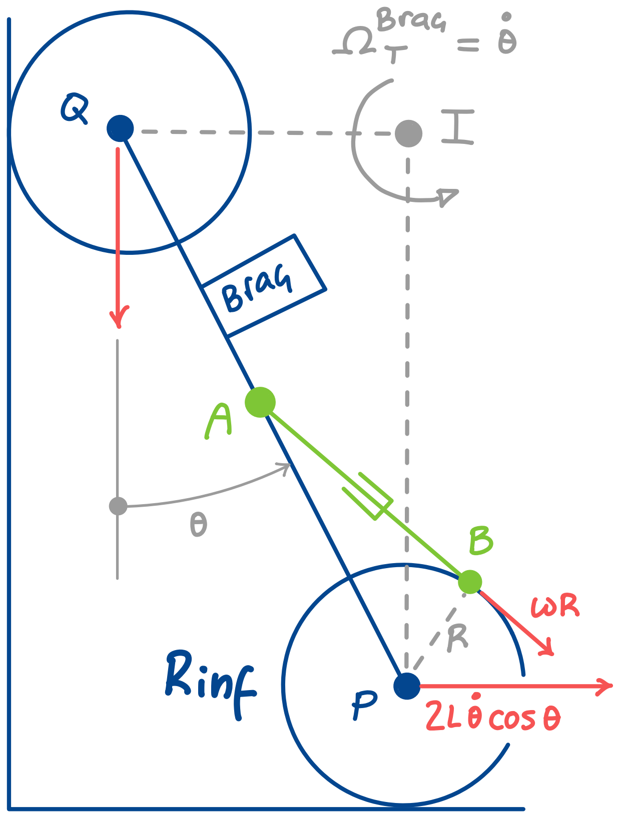
Permet trobar

$$\bar{v}_T(P) = (\rightarrow \dot{\theta}\cdot 2L\cos\theta)$$

Ara podríem buscar

$\bar{v}_T(A)$ i $\bar{v}_T(B)$

però no ens van bé per obtenir $\dot{\rho}$ perquè no són en la dir. de l'amortidor!



A ref. braç, en canvi, la vel. de A és zero, i la de B té la dir. de l'amortidor.

Buscarem $\bar v_{Braç}(B)$!

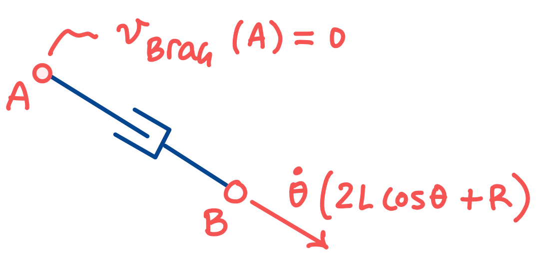
Respecte el braç, Rinf descriu un movim. circular al voltant de P amb vel. angular $\bar\Omega^{Rinf}_{Braç}$:

$$\bar\Omega^{Rinf}_T = \bar\Omega^{Rinf}_{Braç} + \bar\Omega^{Braç}_T$$

$$\bar\Omega^{Rinf}_{Braç} = \bar\Omega^{Rinf}_T - \bar\Omega^{Braç}_T = \left(\overset{\curvearrowright}{\otimes}\,\frac{2L\dot\theta\cos\theta}{R}\right) - \left(\overset{\curvearrowleft}{\odot}\,\dot\theta\right) =$$

$$= \overset{\curvearrowright}{\otimes}\left(\frac{2L\dot\theta\cos\theta}{R}+\dot\theta\right) = \overset{\curvearrowright}{\otimes}\left[\overbrace{\dot\theta\left(\frac{2L\cos\theta+R}{R}\right)}^{\omega}\right]$$

$$\bar v_{Braç}(B) = (\searrow\ \omega R) = \left[\searrow\ \dot\theta(2L\cos\theta+R)\right]$$



$$\longrightarrow \quad \dot\rho = \dot\theta(2L\cos\theta+R)$$

Finalment, doncs:

$$\boxed{F^{at}_{am} = c\,\dot\theta(2L\cos\theta+R)}$$