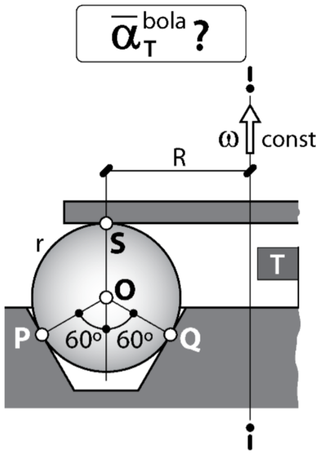
5P - Extra

Exercicis addicionals als de la col·lecció de classe, relacionats amb CSR 3D

Versió 1.1

Lluís Ros
https://lluisros.github.io/mecanica

Parcial 2021-22 QT



10 La bola es mou sense lliscar en els seus punts de contacte amb la pista circular inferior fixa a terra i la plataforma superior, que gira amb velocitat angular ω constant respecte al terra. Quin és el valor de l'acceleració angular de la bola respecte al terra?

A $(2/3)(R/r)\omega^2$

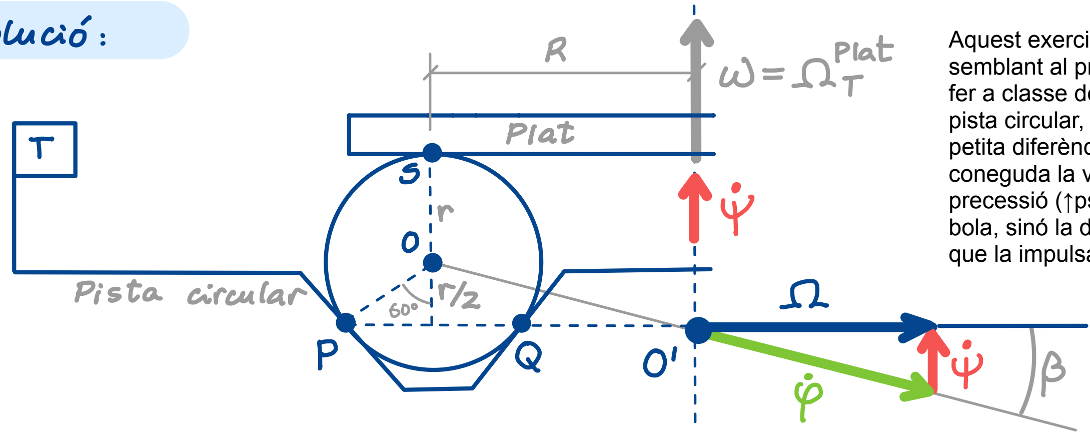
B $(2/9)(R/r)\omega^2$

C $(R/r)\omega^2$

D $(4/9)(R/r)\omega^2$

E 0

Solució:



Aquest exercici és molt semblant al primer que vam fer a classe de la bola sobre pista circular, però té una petita diferència: no suposem coneguda la velocitat de precessió (↑psipunt) de la bola, sinó la de la plataforma que la impulsa (↑ω).

$$EI_T^{Bola} = \text{recta } PQ \Rightarrow \bar\Omega_T^{Bola} = (\Rightarrow \underbrace{\Omega}_{pdet})$$

Per determinar Ω imposem $\bar v_T(S_{Bola}) = \bar v_T(S_{Plat})$:

$$\underbrace{\Omega\left(r+\frac{r}{2}\right)}_{\bar v_T(S_{Bola})} = \underbrace{\omega R}_{\bar v_T(S_{Plat})} \rightarrow \Omega = \frac{2}{3}\frac{R}{r}\omega$$

$$\bar\Omega_T^{Bola} = \left(\Rightarrow \underbrace{\frac{2}{3}\frac{R}{r}\omega}_{\Omega}\right)$$

La velocitat de precessió $\dot\psi$ de la bola és

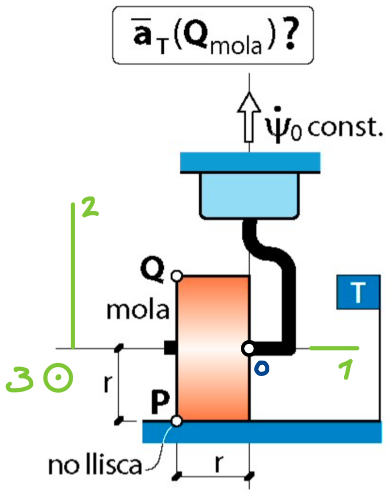
$$\dot\psi = \Omega\, tg\,\beta = \Omega\cdot\frac{\frac{r}{2}}{R} = \Omega\frac{r}{2R} = \frac{\omega}{3}$$

i derivant $\bar\Omega_T^{Bola}$ geomètricament.

$$\boxed{\bar\alpha_T^{Bola} = \frac{d\bar\Omega_T^{Bola}}{dt} = \underbrace{(\Uparrow\dot\psi)\times(\Rightarrow\Omega)}_{\text{canvi de dir. de } (\Rightarrow\Omega)} = (\otimes\,\dot\psi\,\Omega) = \left(\otimes\,\frac{2}{9}\frac{R}{r}\omega^2\right)}$$

(De valor no en té)

Resp = B



6 La mola cilíndrica es mou sobre el terra sense lliscar a **P** impulsada pel braç, que gira amb $\dot\psi_0$ constant respecte del terra. Quina és l'acceleració del punt **Q** respecte del terra?

A $(\downarrow r\dot\psi_0^2)$

B $(\uparrow 3r\dot\psi_0^2)+(\leftarrow r\dot\psi_0^2)$

C $(\downarrow 2r\dot\psi_0^2)$

D $(\downarrow r\dot\psi_0^2)+(\rightarrow 3r\dot\psi_0^2)$

E $(\downarrow r\dot\psi_0^2)+(\rightarrow r\dot\psi_0^2)$

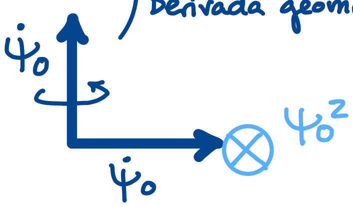
EI^{mola}_T = recta PO

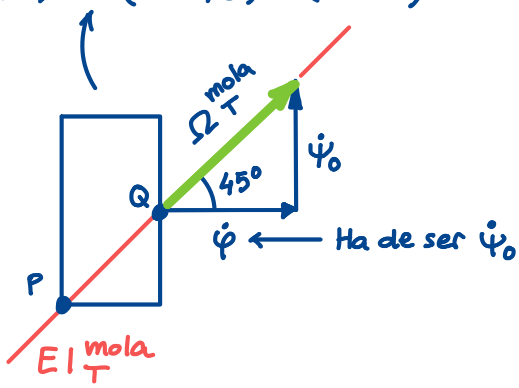
$$\bar\Omega^{mola}_T = \bar\Omega^{mola}_{eix} + \bar\Omega^{eix}_T = (\Rightarrow \dot\varphi) + (\Uparrow \dot\psi_0) = \overbrace{(\Rightarrow \dot\psi_0)+(\Uparrow\dot\psi_0)}^{(\nearrow \sqrt{2}\, \dot\psi_0)}$$

$\downarrow$ d/dt

$$\bar\alpha^{mola}_T = (\otimes\, \dot\psi_0^2)$$

Derivada geomètrica





en B=(1,2,3)

$$\bar a_T(Q) = \cancelto{\bar 0}{\bar a_T(O)} + \bar\alpha^{mola}_T \times \overline{OQ} + \bar\Omega^{mola}_T \times \left(\bar\Omega^{mola}_T \times \overline{OQ}\right) =$$

$$= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot\psi_0^2 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} -r \\ r \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot\psi_0 \\ \dot\psi_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \left[\begin{Bmatrix} \dot\psi_0 \\ \dot\psi_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} -r \\ r \\ 0 \end{Bmatrix} \right] =$$

$$= \begin{Bmatrix} \dot\psi_0^2 r \\ \dot\psi_0^2 r \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot\psi_0 \\ \dot\psi_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\dot\psi_0 r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot\psi_0^2 r \\ \dot\psi_0^2 r \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 2\dot\psi_0^2 r \\ -2\dot\psi_0^2 r \\ 0 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 3\dot\psi_0^2 r \\ -\dot\psi_0^2 r \\ 0 \end{Bmatrix} = \boxed{(\downarrow \dot\psi_0^2 r) + (\rightarrow 3\dot\psi_0^2 r)}$$

$\boxed{\text{resp = D}}$