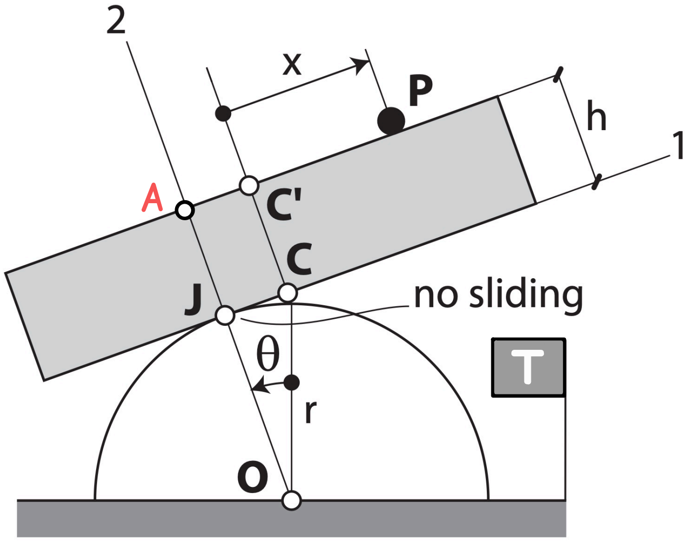
2

derivació analítica

Problema 2.1 RBK, pàg. 100



The mass point **P** slides on the block. The block rotates without sliding on the semicylindrical support fixed to the ground (T). For $\theta = 0$, **C** and **C'** are both on the vertical line through **O**.

Find:

$$\overline{v}_T(\mathbf{P}),\ \overline{a}_T(\mathbf{P})?$$

Feu-lo per derivació analítica, en base $B = (1,2,3)$, i després per derivació geomètrica

Pistes:

- Deriveu $\overline{OP} = \overline{OA} + \overline{AP}$.
- Utilitzeu les coordenades x i θ per expressar $\overline{OA}$ i $\overline{AP}$.
- Fixeu-vos que $\|AC'\| = \|JC\| = r\theta$. Per què?
- La velocitat angular de la base és $\odot\,\dot{\theta}$.

Solucions:

$\bar{v}_T(P)$

$$\left\{\bar{v}_T(P)\right\}_B = \begin{Bmatrix} \dot{x} - \dot{\theta} h \\ (r\theta + x)\dot{\theta} \\ 0 \end{Bmatrix}_B$$

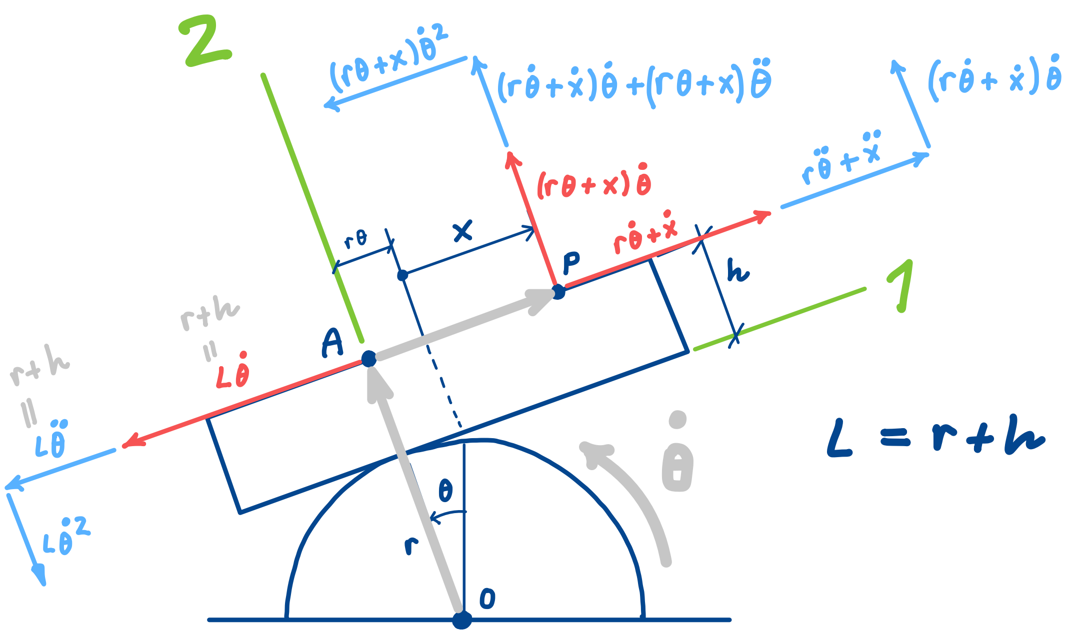
$\bar{a}_T(P)$

$$\left\{\bar{a}_T(P)\right\}_B = \begin{Bmatrix} \ddot{x} - \ddot{\theta} h - (r\theta + x)\dot{\theta}^2 \\ (r-h)\dot{\theta}^2 + (r\theta + x)\ddot{\theta} + 2\dot{\theta}\dot{x} \\ 0 \end{Bmatrix}_B$$

Solució gràfica de la derivada geomètrica

Descomposem $\overline{OP} = \overline{OA} + \overline{AP}$ i derivem $\overline{OA}$ i $\overline{AP}$ per separat.

- vecs $\overline{OA}$ i $\overline{AP}$
- 1eres derivades = velocitat
- 2ones " = accel.



$L = r + h$

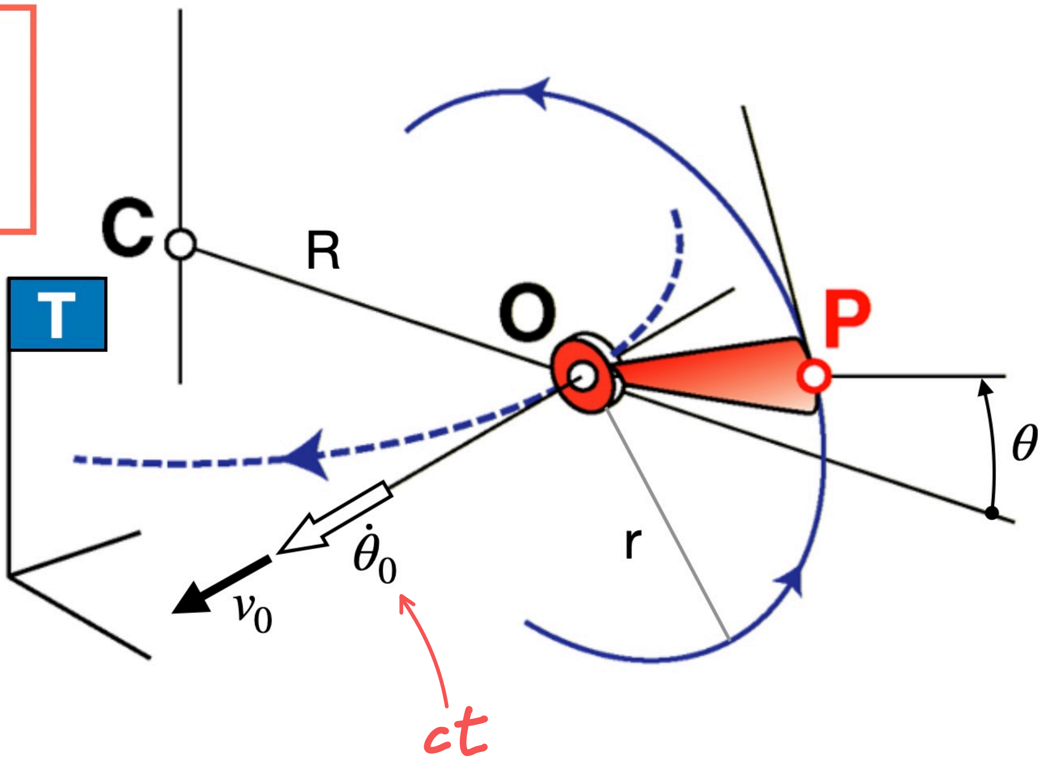
Heu de projectar aquests vectors sobre $B = (1,2,3)$ ...

Problema 3.8 RBK, pàg. 103

A plane has a simple rotation motion relative to the ground (T). Its propeller center O describes a circular trajectory in T, with center C, radius R, and constant speed v_0. The propeller rotates relative to the airplane with constant angular velocity $\dot{\theta}_0$ about its axis, which is tangent to the O trajectory.

Find:

$$\boxed{\begin{array}{c} \overline{\mathbf{v}}_T(P) \\ \overline{\mathbf{a}}_T(P) \end{array}}$$

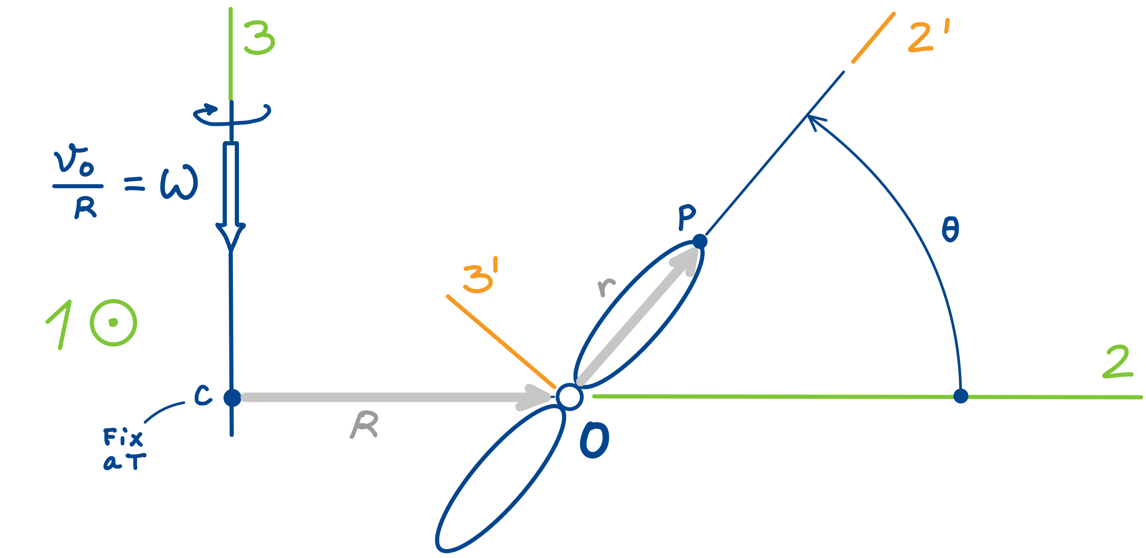


El farem per derivació analítica i vosaltres després el podeu fer per deriv. geomètrica i veure que els resultats encaixen.

Pistes:

- Proposeu 2 bases en les que $\overline{CO}$ o $\overline{OP}$ siguin fàcils de projectar (almenys un d'ells).
- Deriveu $\overline{CP} = \overline{CO} + \overline{OP}$ utilitzant cadascuna d'aquestes bases.

Solucions:



Les 2 bases "naturals" són | $B = (1, 2, 3)$ facilita proj. $\overline{CO}$
$B' = (1', 2', 3')$ " " $\overline{OP}$

En base B

$$\{\bar{v}_T(P)\}_B = \begin{Bmatrix} \omega R + \omega r \cos\theta \\ - r\dot{\theta}\sin\theta \\ r\dot{\theta}\cos\theta \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{a}_T(P)\}_B = \begin{Bmatrix} -2\omega r\dot{\theta}\sin\theta \\ -\omega^2 R - r\cos\theta \cdot (\dot{\theta}^2 + \omega^2) \\ - r\dot{\theta}^2 \sin\theta \end{Bmatrix}$$

on he assumit $\dot{\theta} = ct \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$

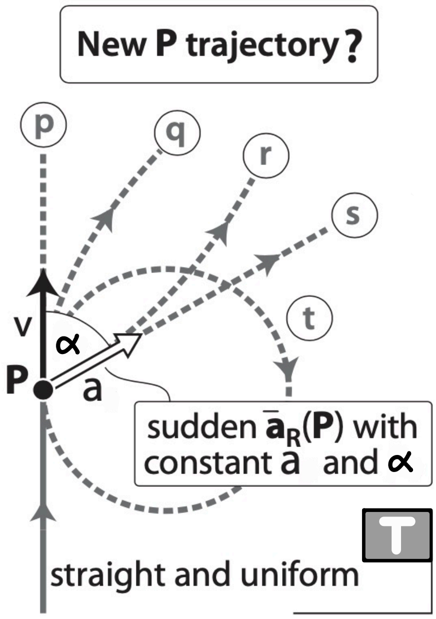
En base B'

$$\{\bar{v}_T(P)\}_{B} = \begin{Bmatrix} \omega R + \omega r\cos\theta \\ 0 \\ \dot{\theta} r \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{a}_T(P)\}_B = \begin{Bmatrix} -2\omega r\dot{\theta}\sin\theta \\ -\omega^2\cos\theta\,(R + r\cos\theta) - \dot{\theta}^2 r \\ \omega^2 \sin\theta\,(R + r\cos\theta) \end{Bmatrix}$$

Novament, aquí assumeixo que $\dot{\theta} = ct \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$

Qüestió 2.8 RBK



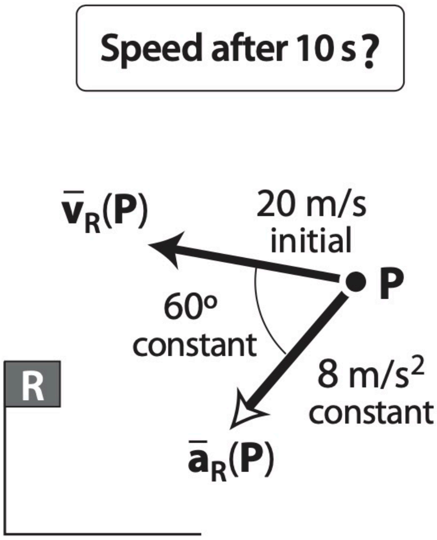
2.8 The initial motion of **P** in R is uniform and rectilinear. Suddenly it acquires an acceleration with constant value a and defining a constant angle α with the velocity $\bar{v}_R(\mathbf{P})$. What will be the new trajectory of **P** in R?

A p
B q
C r
D s
E t

Pistes :

- s i r són ràpidament descartables. Per què?
- Per saber si ens trobem en p, q o t tingueu en compte que per a una velocitat v donada, qui determina el radi de curvatura de la trajectòria és l'acceleració normal $\bar{a}^n_T(P)$. Escriviu $\mathcal{R}_T(P)$ en funció de v, a i α...

Qüestió 2.9 RBK, pàg. 85



2.9 The initial speed of point **P** relative to R is 20 m/s. What will be the speed 10 s later?

A 100 m/s
B 26.93 m/s
C 20 m/s
D 60 m/s
E Not enough data to calculate it.

Pistes:

— L'única component de $\bar{a}_R(P)$ que pot canviar la celeritat de P és la tangencial $\bar{a}_R^s(P)$.

— La $\bar{a}_R^n(P)$ només canvia la curvatura de la trajectòria (el radi del cercle osculador).