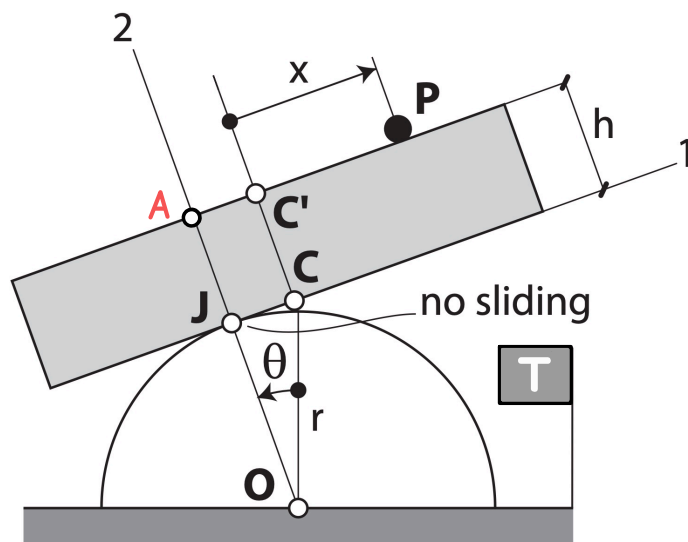


2P

derivació
analítica

Bloc sobre semicilindre - Problema 2.1 RBK, pàg. 100



The mass point **P** slides on the block. The block rotates without sliding on the semicylindrical support fixed to the ground (T). For $\theta = 0$, **C** and **C'** are both on the vertical line through **O**.

Find:

$$\bar{v}_T(\mathbf{P}), \bar{a}_T(\mathbf{P})?$$

Feu-lo per derivació analítica, en base $B = (1, 2, 3)$, i després per derivació geomètrica

Pistes :

- Deriveu $\overline{OP} = \overline{OA} + \overline{AP}$.
- Utilitzeu les coordenades x i θ per expressar \overline{OA} i \overline{AP} .
- Fixeu-vos que $\|AC'\| = \|JC\| = r\theta$. Per què?
- La velocitat angular de la base és $\odot \dot{\theta}$.

Solucions:

$$\bar{v}_T(P)$$

$$\left\{ \bar{v}_T(P) \right\}_B = \begin{Bmatrix} \dot{x} - \dot{\theta}h \\ (r\dot{\theta} + x)\dot{\theta} \\ 0 \end{Bmatrix}_B$$

$$\bar{a}_T(P)$$

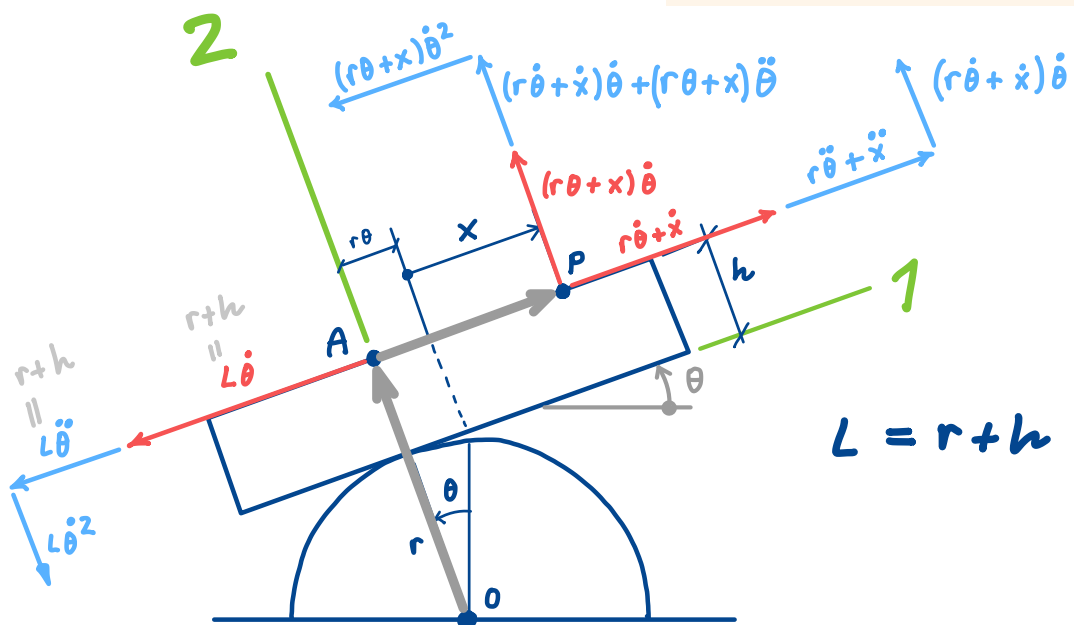
$$\left\{ \bar{a}_T(P) \right\}_B = \begin{Bmatrix} \ddot{x} - \ddot{\theta}h - (r\dot{\theta} + x)\dot{\theta}^2 \\ (r - h)\dot{\theta}^2 + (r\dot{\theta} + x)\ddot{\theta} + 2\dot{\theta}\dot{x} \\ 0 \end{Bmatrix}_B$$

Solució gràfica de la derivada geomètrica

Descomposem $\bar{OP} = \bar{OA} + \bar{AP}$ i derivem \bar{OA} i \bar{AP} per separat.

- vecs \bar{OA} i \bar{AP}
- 1eres derivades = velocitat
- 2ones " = accel.

Sempre que pugem fer les derivades geomètriques sobre el dibuix



Heu de projectar aquests vectors sobre B = (1, 2, 3) ...

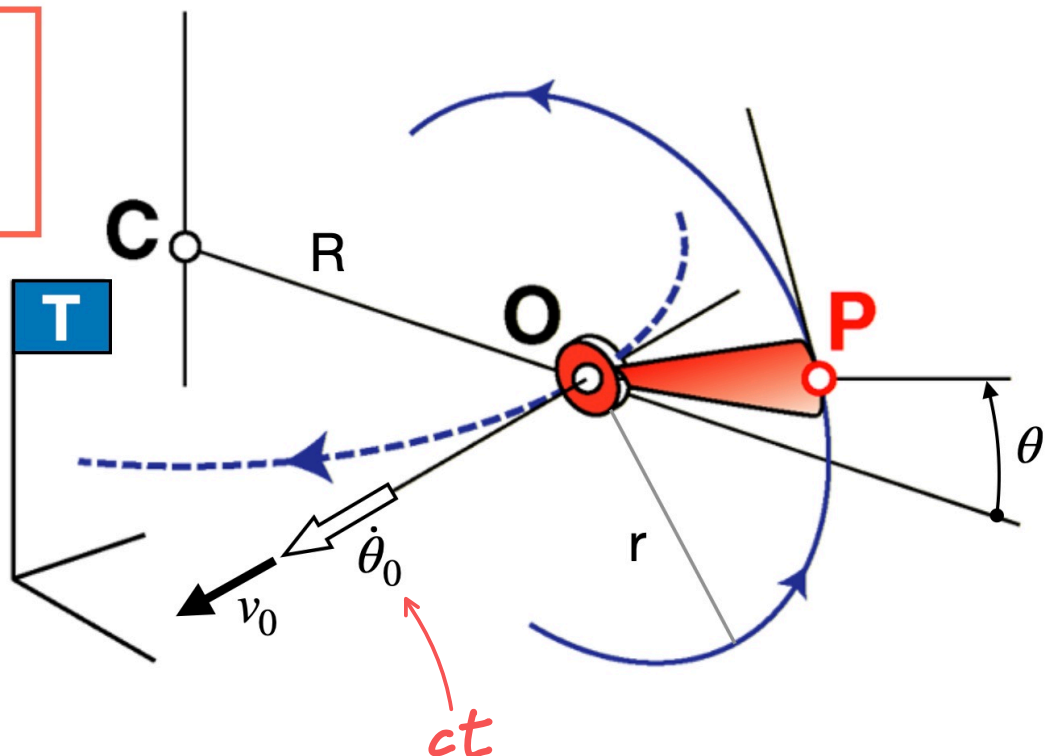
Avió en rotació simple (problema 3.8 RBK, pàg. 103)

A plane has a simple rotation motion relative to the ground (T). Its propeller center O describes a circular trajectory in T, with center C, radius R, and constant speed v_0 . The propeller rotates relative to the airplane with constant angular velocity $\dot{\theta}_0$ about its axis, which is tangent to the O trajectory.

Find:

$$\bar{\mathbf{v}}_T(P)$$

$$\bar{\mathbf{a}}_T(P)$$

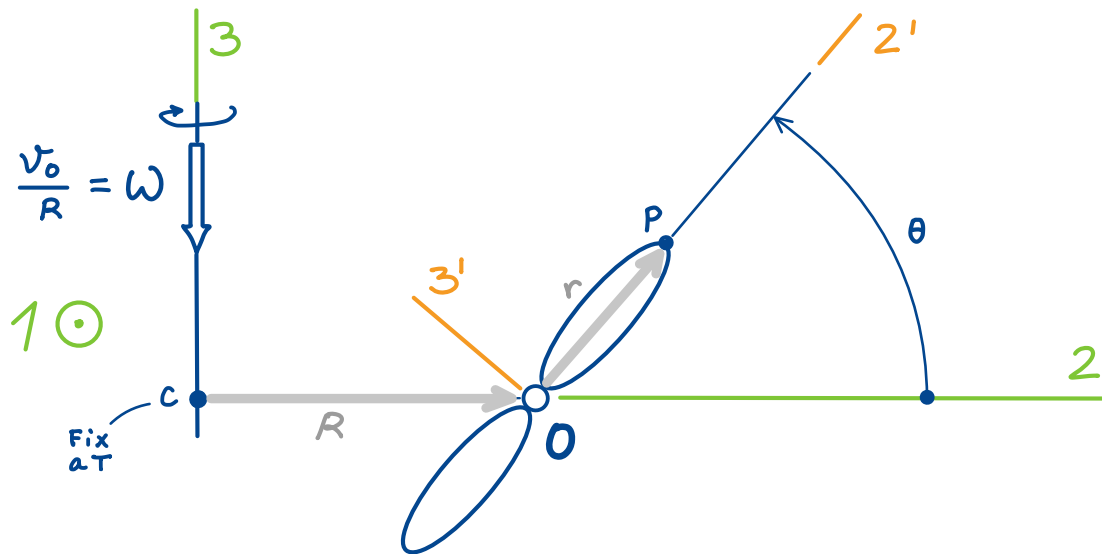


El farem per derivació analítica i vosaltres després el podeu fer per deriv. geomètrica i veure que els resultats encaixen.

Pistes :

- Proposeu 2 bases en les que $\bar{\mathbf{CO}}$ o $\bar{\mathbf{OP}}$ siguin fàcils de projectar (almenys un d'ells).
- Deriveu $\bar{\mathbf{CP}} = \bar{\mathbf{CO}} + \bar{\mathbf{OP}}$ utilitzant cadascuna d'aquestes bases.

Solutions:



Les 2 bases $B = (1, 2, 3)$, fixa a cabina \leftarrow facilita proj. \overline{CO}
 "naturals" són $B' = (1', 2', 3')$, fixa a hèlix \leftarrow " " \overline{OP}

En base B

$$\{\bar{v}_T(P)\}_B = \begin{Bmatrix} \omega R + \omega r \cos \theta \\ -r\dot{\theta} \sin \theta \\ r\dot{\theta} \cos \theta \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{a}_T(P)\}_B = \begin{Bmatrix} -2\omega r\dot{\theta} \sin \theta \\ -\omega^2 R - r \cos \theta \cdot (\ddot{\theta} + \omega^2) \\ -r\dot{\theta}^2 \sin \theta \end{Bmatrix} \leftarrow$$

on he assumit
 $\dot{\theta} = \underbrace{ct}_{\dot{\theta}_0} \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$

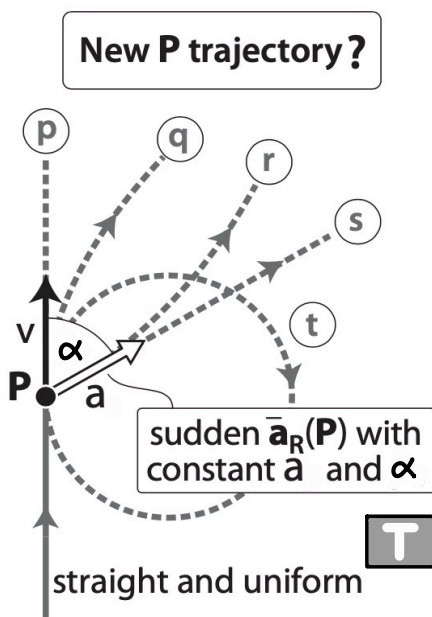
En base B'

$$\{\bar{v}_T(P)\}_{B'} = \begin{Bmatrix} \omega R + \omega r \cos \theta \\ 0 \\ \dot{\theta} r \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{a}_T(P)\}_{B'} = \begin{Bmatrix} -2\omega r\dot{\theta} \sin \theta \\ -\omega^2 \cos \theta (R + r \cos \theta) - \dot{\theta}^2 r \\ \omega^2 \sin \theta (R + r \cos \theta) \end{Bmatrix} \leftarrow$$

Novament, he assumit que
 $\dot{\theta} = \underbrace{ct}_{\dot{\theta}_0} \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$

Qüestió 2.8 RBK



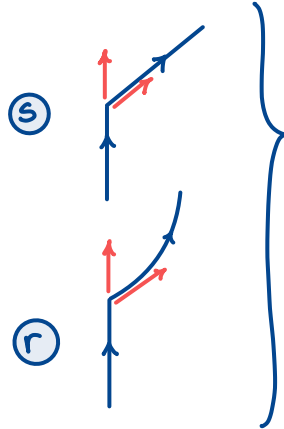
2.8 The initial motion of \mathbf{P} in R is uniform and rectilinear. Suddenly it acquires an acceleration with constant value a and defining a constant angle α with the velocity $\vec{v}_T(\mathbf{P})$. What will be the new trajectory of \mathbf{P} in R ?

- A p
- B q
- C r
- D s
- E t

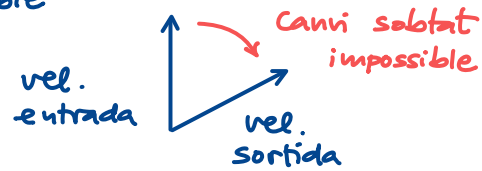
Pistes :

- (s) i (r) són ràpidament descartables. Per què?
- Per saber si ens trobem en (p), (q) o (t) tinguem en compte que per a una velocitat v donada, qui determina el radi de curvatura de la trajectòria és l'acceleració normal $\vec{a}_T^n(p)$. Expressen $R_T(p)$ en funció de v , a i α ...

Solució:

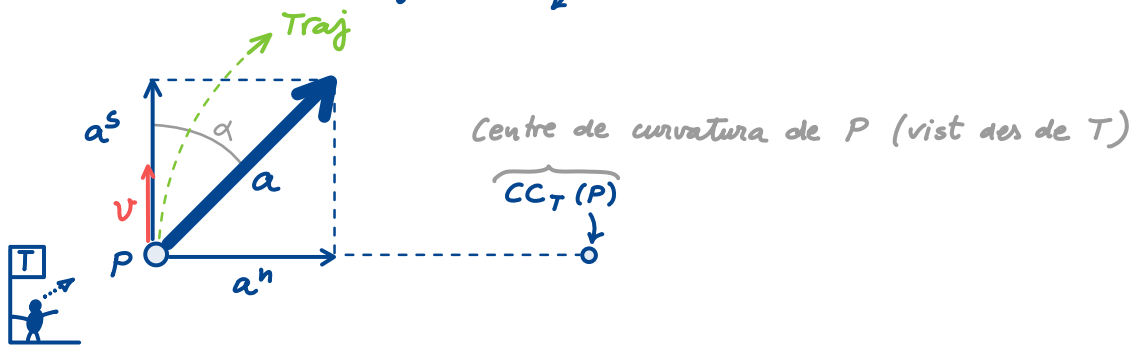


Impossibles. Ambdues trajectòries implicarien un canvi sobtat del vector velocitat, cosa que és impossible



Ara cal saber si serà (p), (q) o (t).

A l'instant de la figura ... \rightarrow



... P està sotmès a acceleració normal, de valor

$$a^n = a \sin \alpha,$$

per tant la trajectòria ha de ser curvada, amb radi

$$R = \frac{v^2}{|a^n|} \quad [R = R_T(P)]$$

Això descarta (p), perquè (p) no és curvada (té $R = \infty$).

Ara cal saber si serà (q) o (t). Per esbrinar-ho, fixem-nos que ens diuen que a i α són constants:

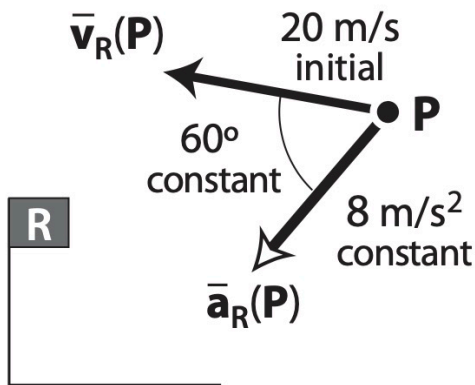
$$\left. \begin{array}{l} a = ct \\ \alpha = ct \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a^s = a \cos \alpha = ct \\ a^n = a \sin \alpha = ct \end{array} \Rightarrow \text{amb el pas del temps, } v \text{ augmentarà!}$$

Això implica que R creixerà amb el pas del temps:

$$R = \frac{v^2}{|a^n|} \Rightarrow R \text{ creixerà} \left. \begin{array}{l} \text{creix} \\ \text{ct} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Això descarta (t), que té } R = ct. \\ \text{La trajectòria serà (q), que té } R \text{ creixent.} \end{array}$$

Qüestió 2.9 RBK, pàg. 85

Speed after 10 s?



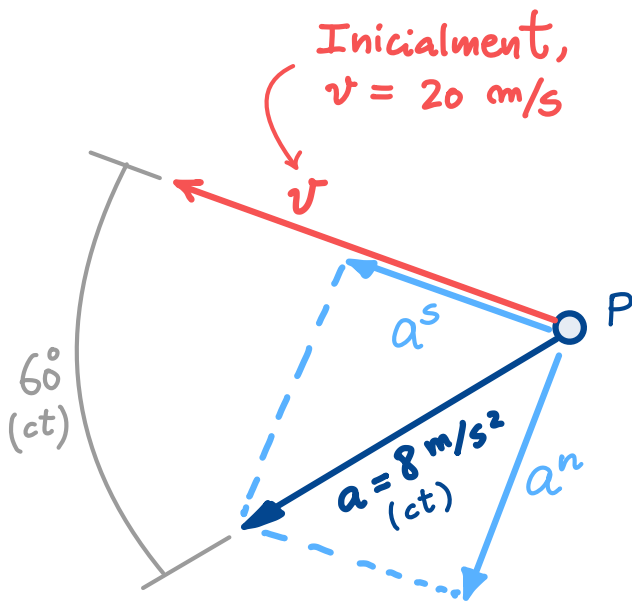
2.9 The initial speed of point **P** relative to **R** is 20 m/s. What will be the speed 10 s later?

- A 100 m/s
- B 26.93 m/s
- C 20 m/s
- D 60 m/s
- E Not enough data to calculate it.

Pistes :

- L'única component de $\bar{a}_R(P)$ que pot canviar la celeritat de P és la tangencial $\bar{a}_R^S(P)$.
- la $\bar{a}_R^M(P)$ només canvia la curvatura de la trajectòria (el radi del cercle osculador).

Solució:



L'única component de $\bar{a}_R(P)$ que pot canviar la celeritat de P és la tangencial a^s .

La normal a^n només canvia la curvatura de la trajectòria (el radi del cercle osculador).

El valor de $\bar{a}_R(P)$ és

$$a^s = a \cos 60^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}}$$

Aquest valor, a més, és constant, p.q. l'angle de 60° es manté constant. Per tant, la celeritat v augmenta a ritme de 4 m/s cada segon. Al cap de 10 s haurà augmentat 40 m/s .

Com que la celeritat inicial és de 20 m/s , al cap dels 10 s seria de $20 + 40 = 60 \text{ m/s}$.

Resposta = D