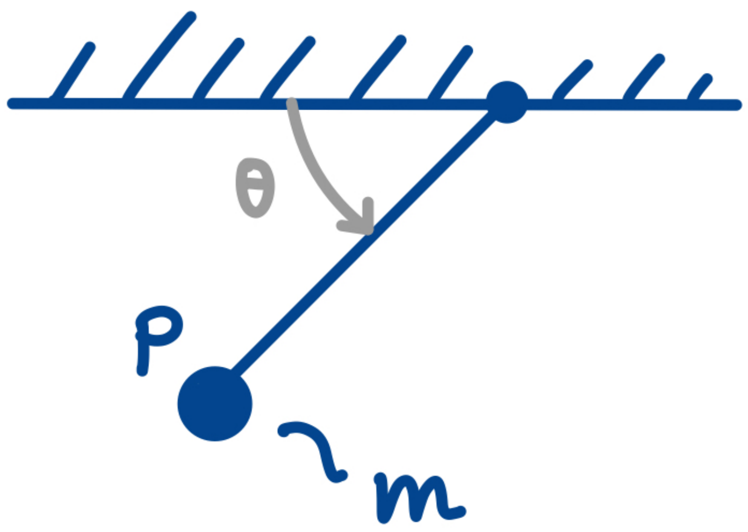
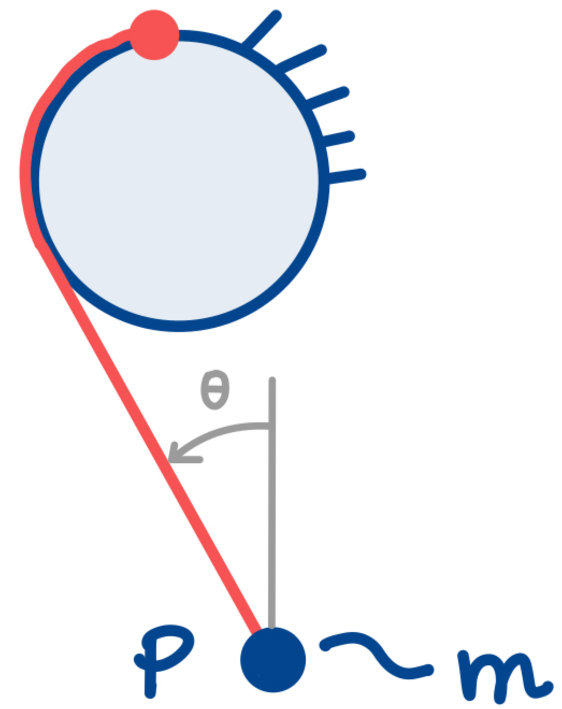
9P

Geometria de masses

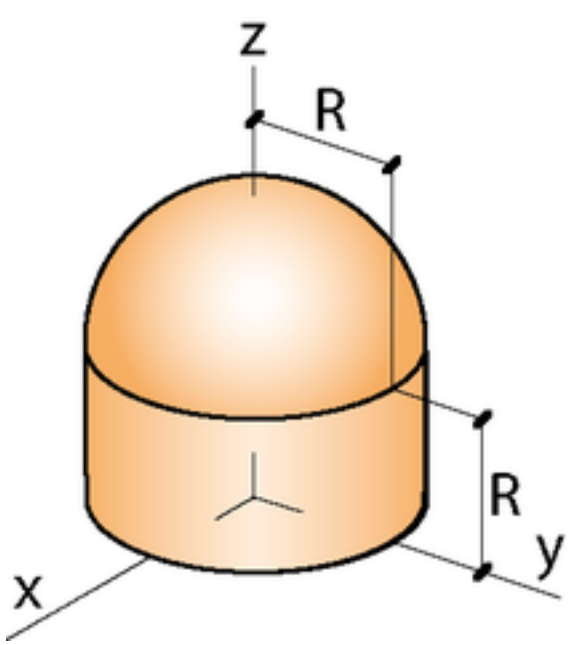


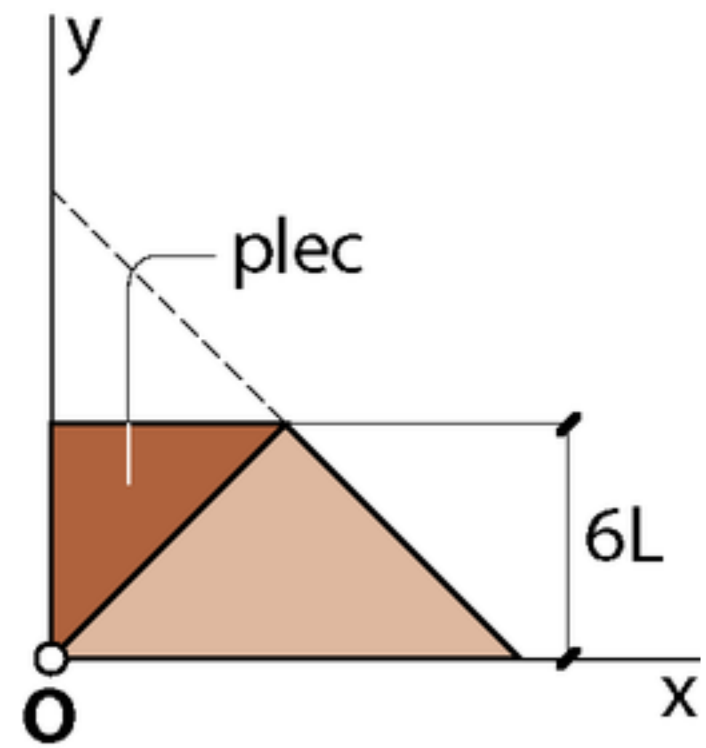
Pèndol simple

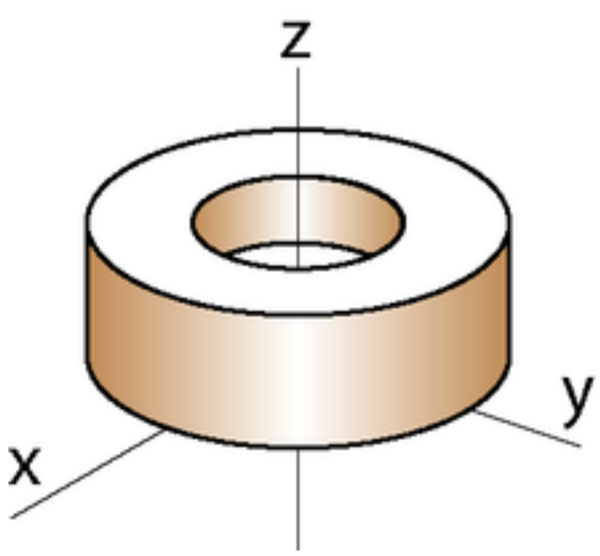


Pèndol sobre cilindre

Exm: D5.1 - D5.2 - D5.3   (Wikimec)

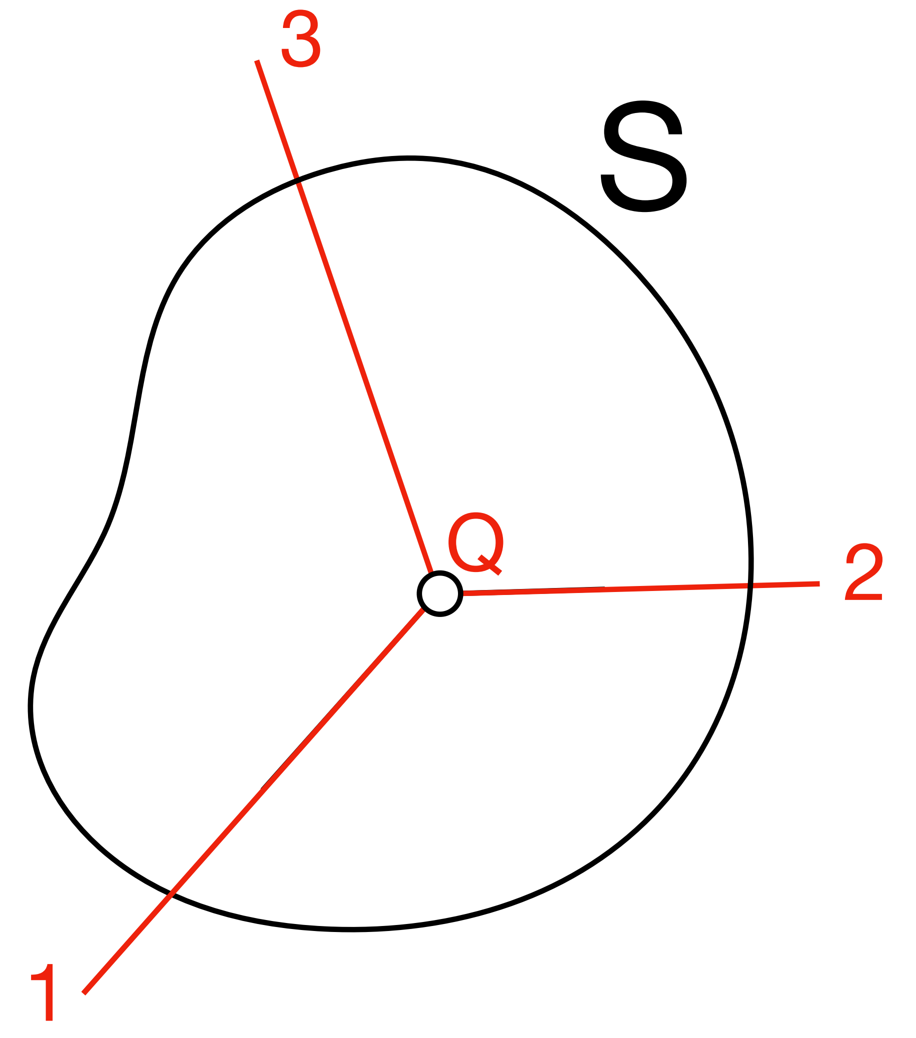






Tensor d'inèrcia de S a Q

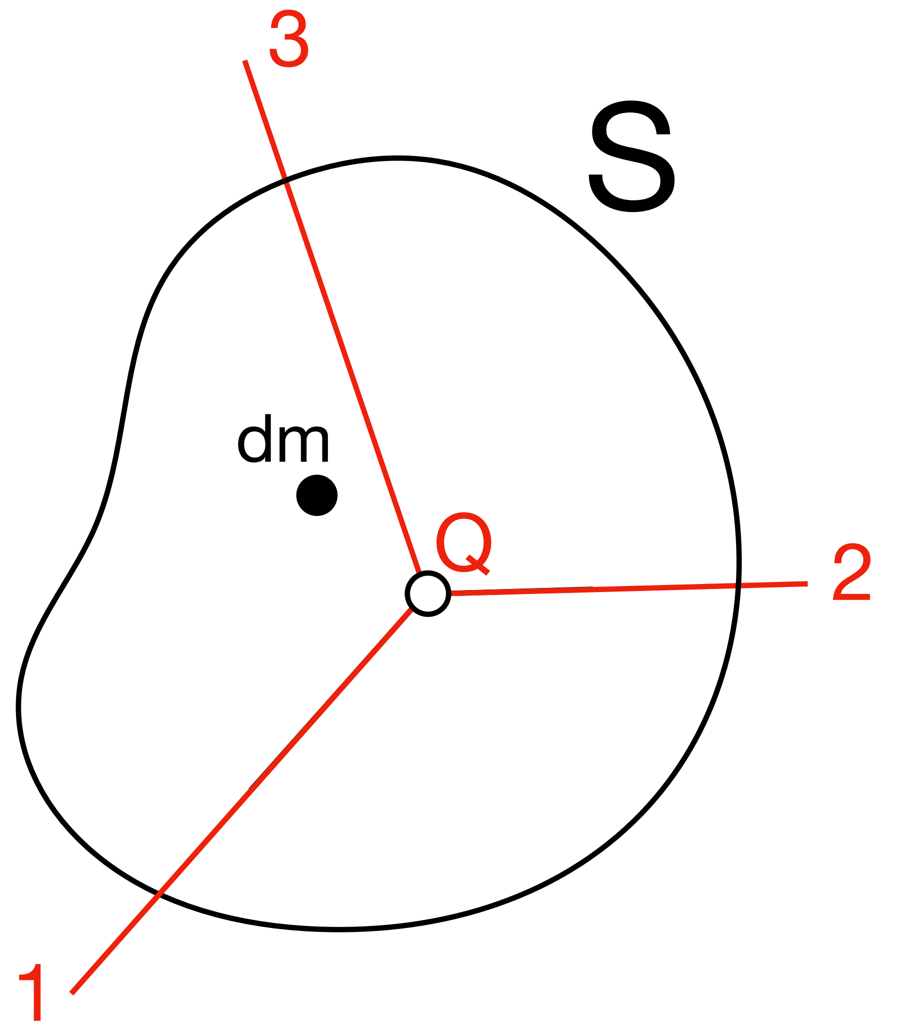
$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

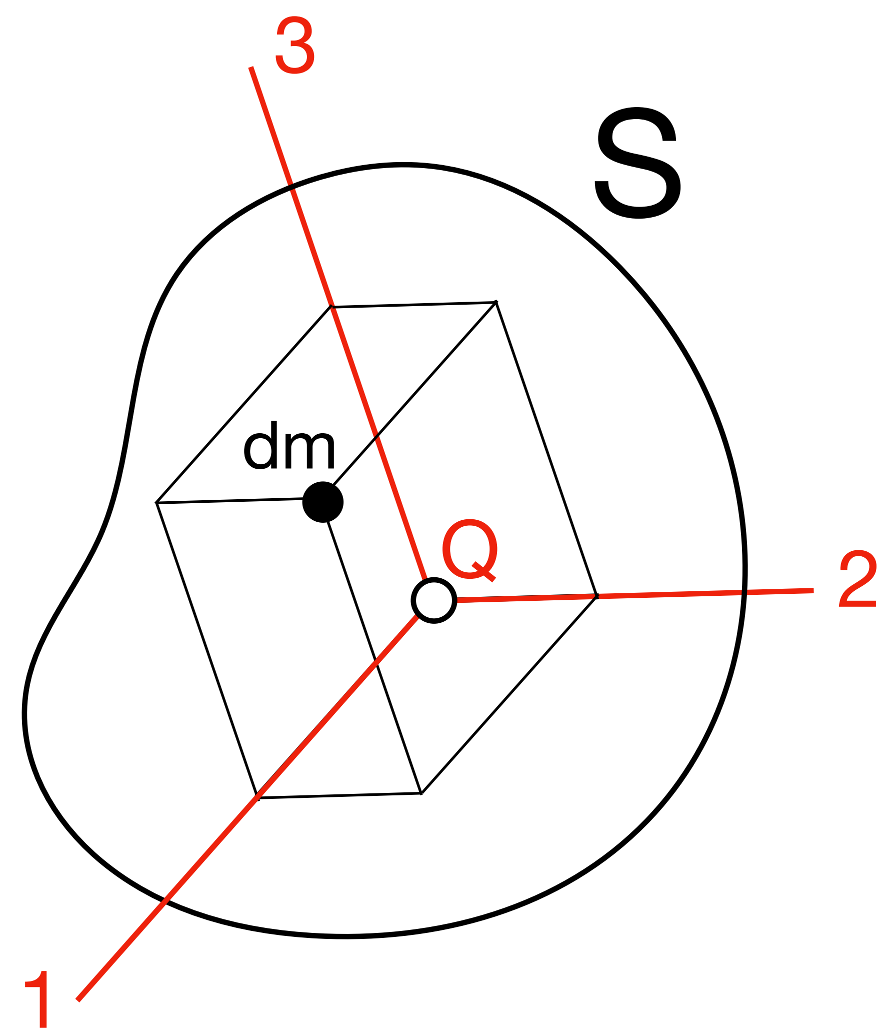
$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

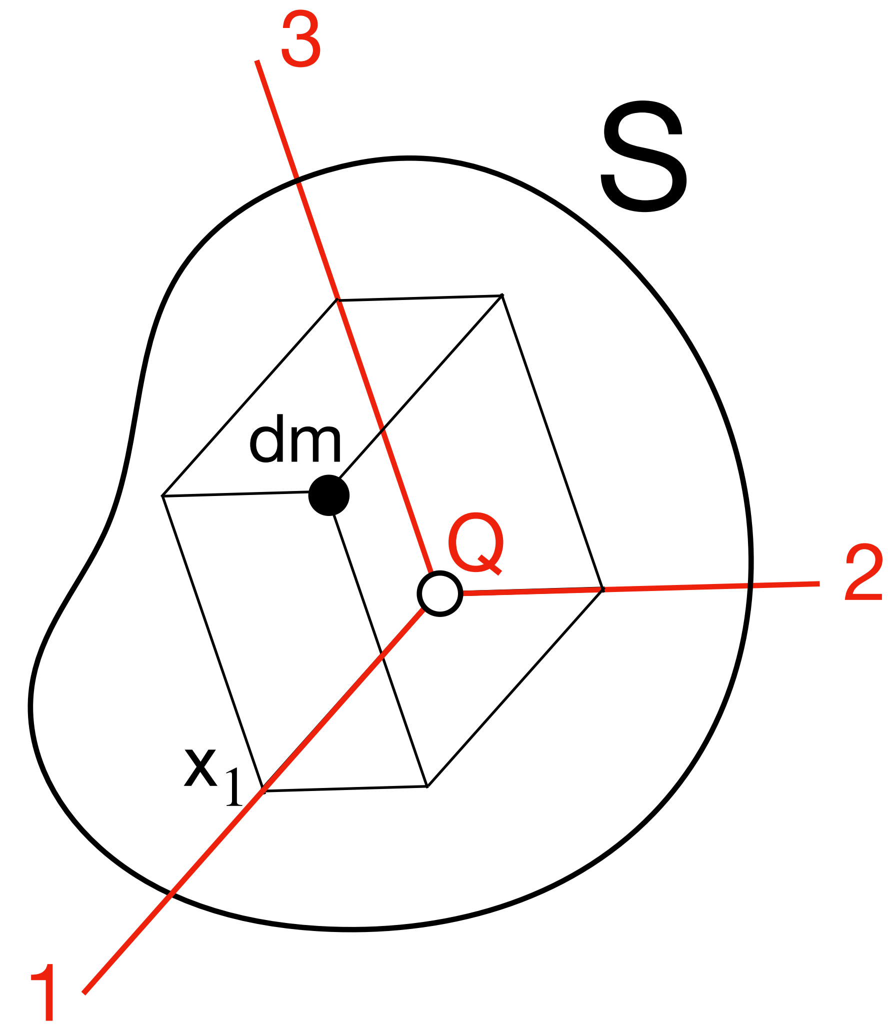
$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

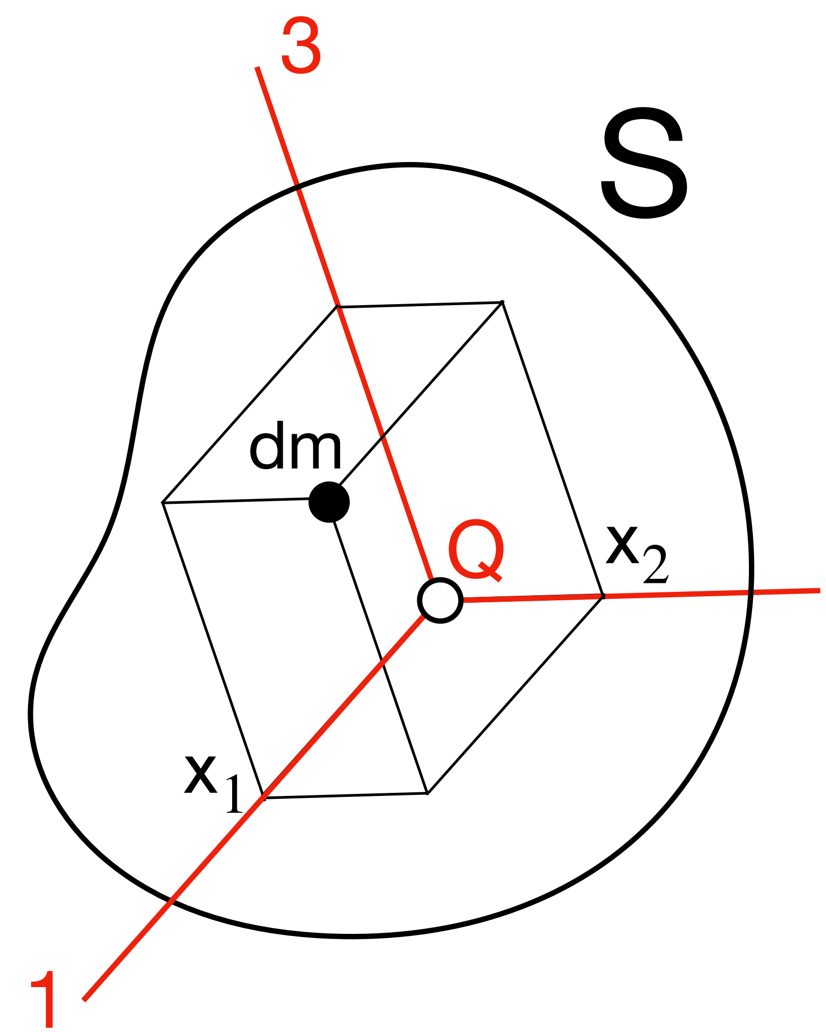
$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

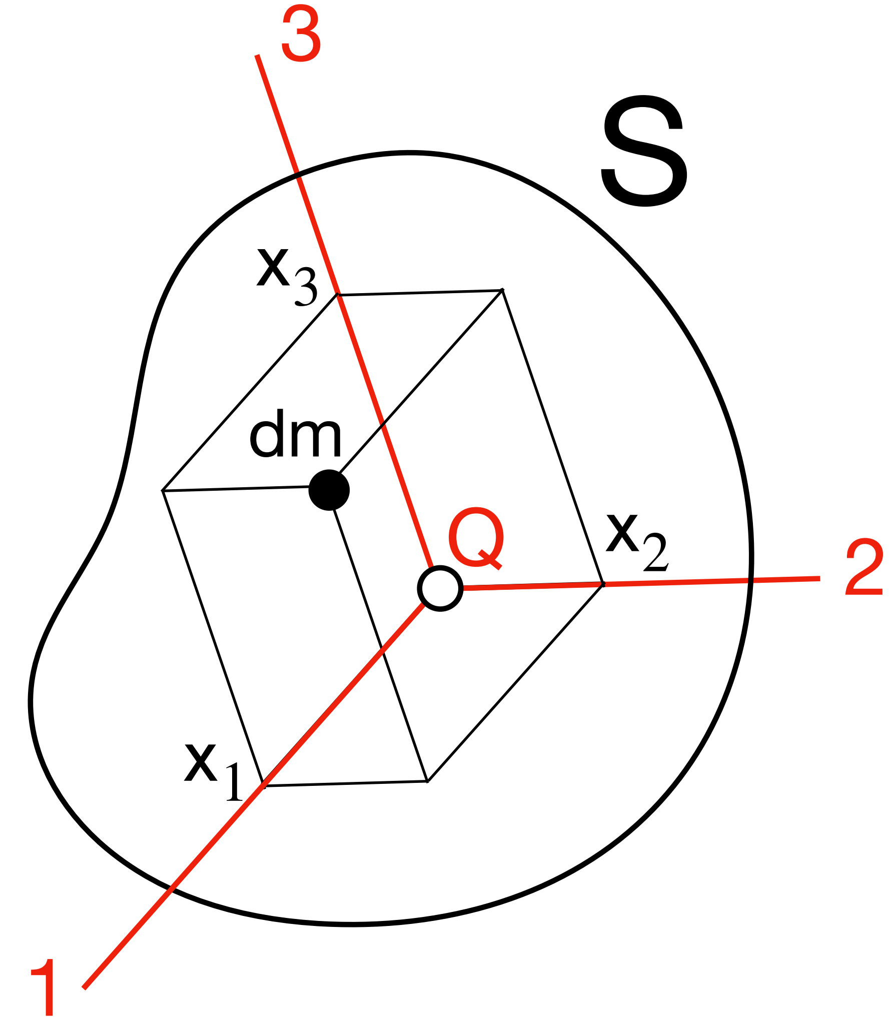
$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

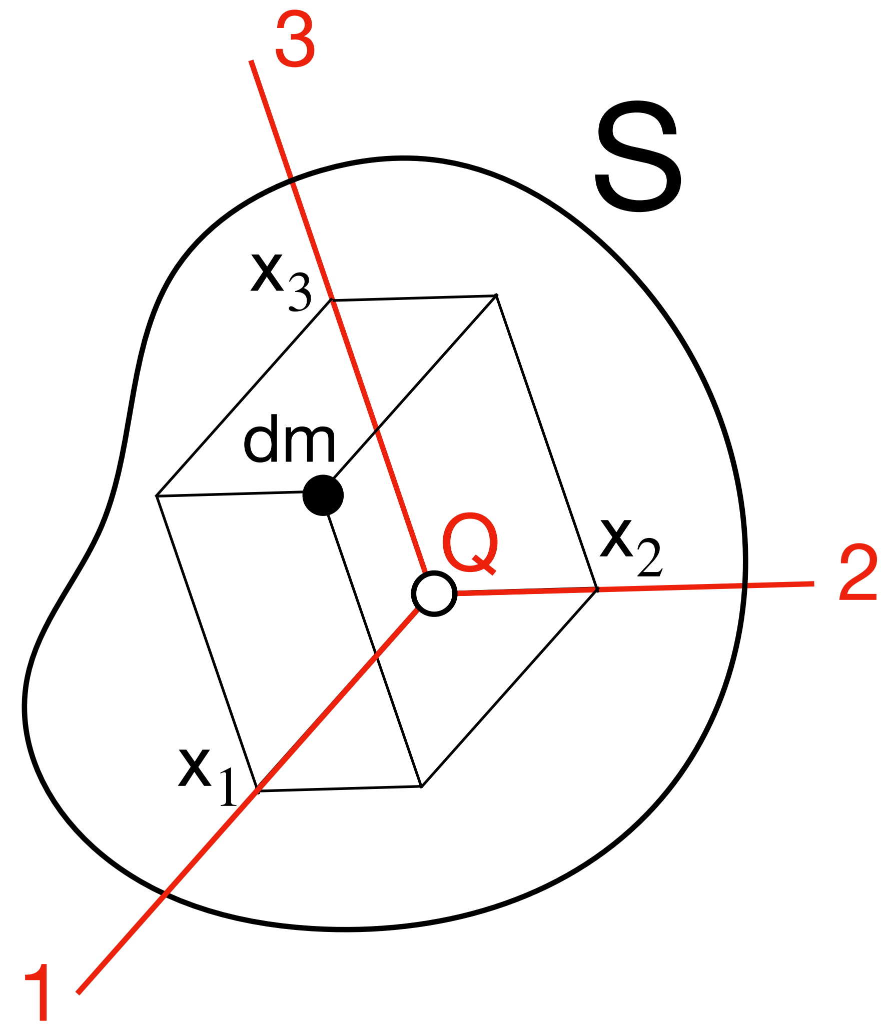
$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

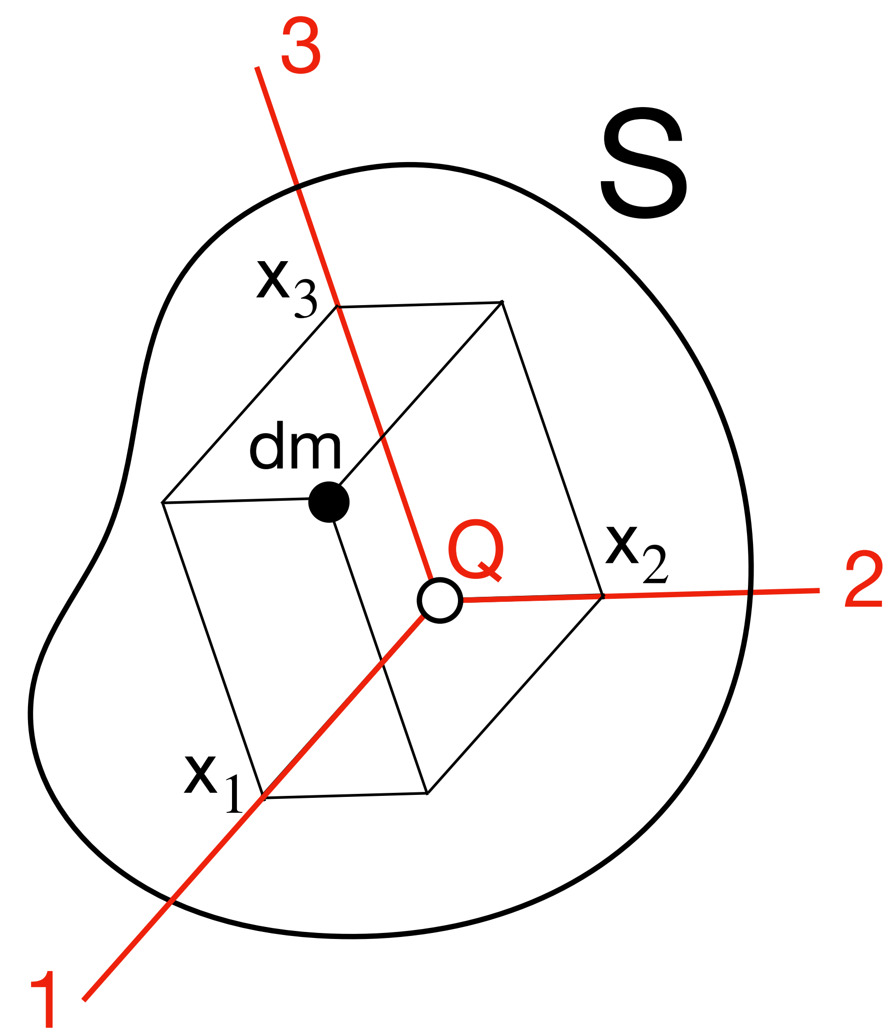


B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia



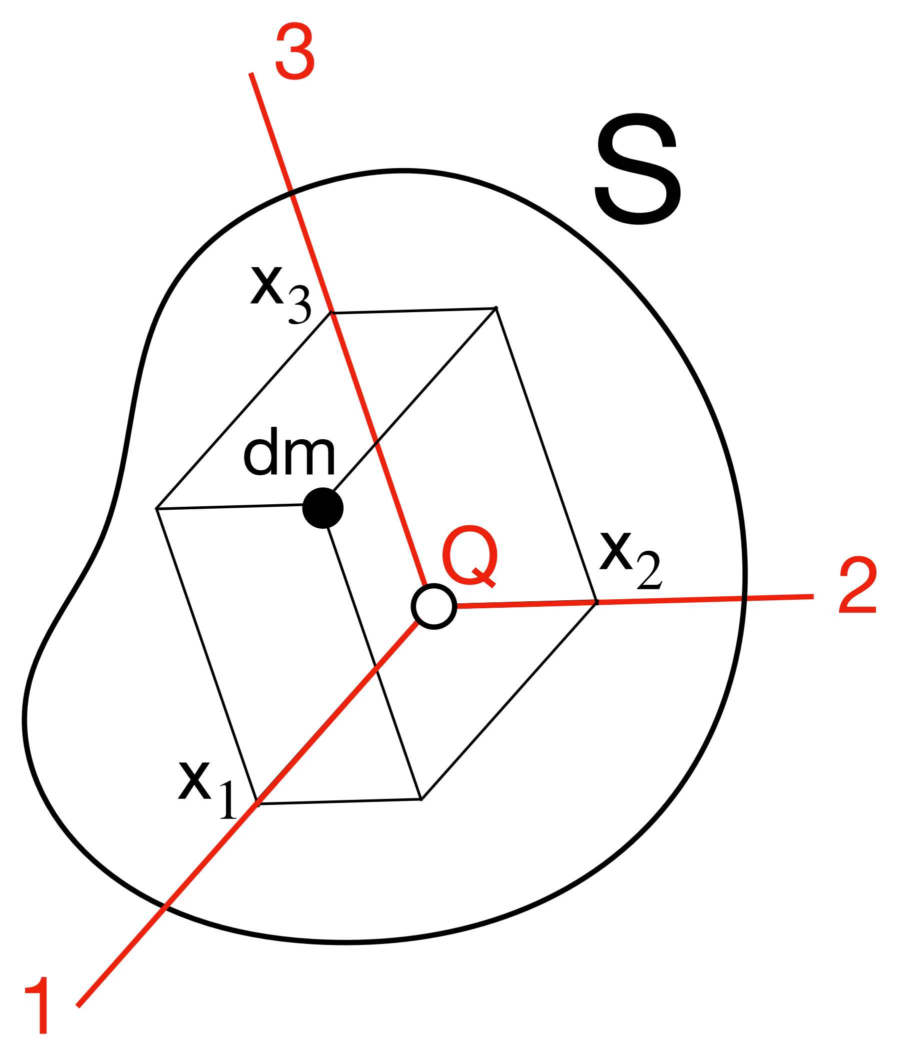
B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia

$$\mathrm{I}_{ii} = \int_S \left(x_j^2 + x_k^2\right) \mathrm{d}m$$



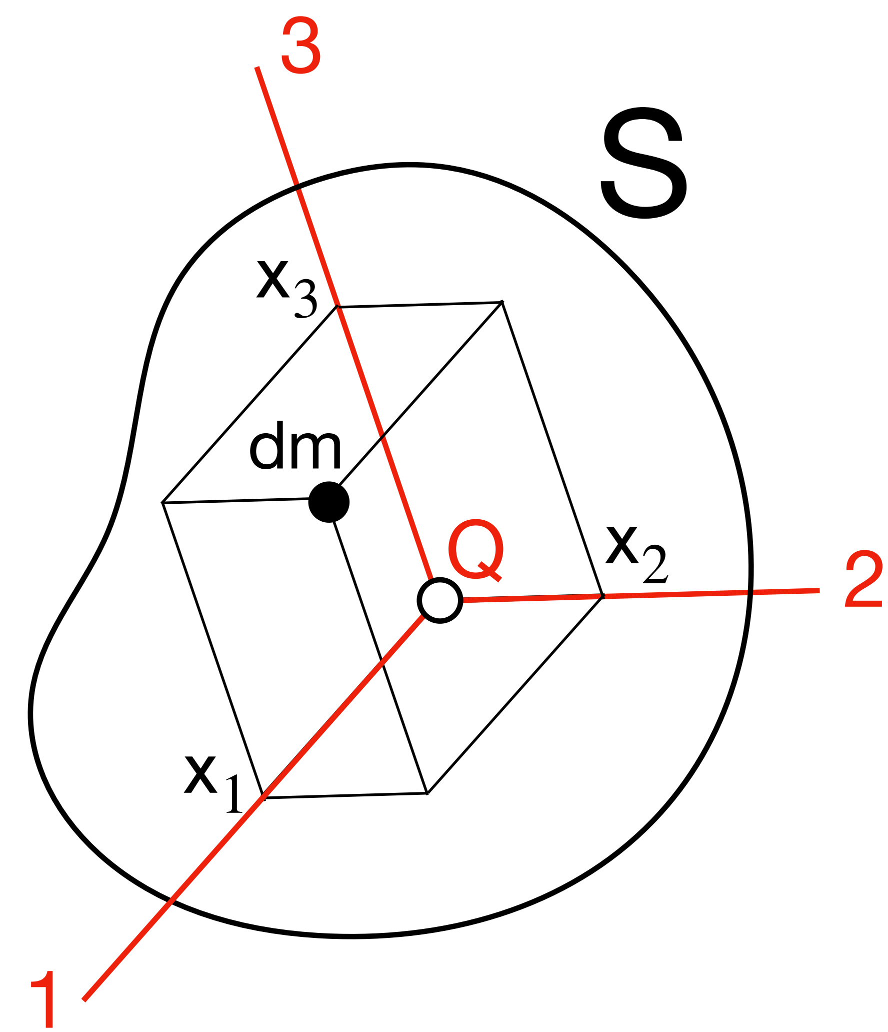
B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia

$$I_{ii} = \int_S \left(x_j^2 + x_k^2\right) \, dm$$



B = (1,2,3)

Exm:

Tensor d'inèrcia de S a Q

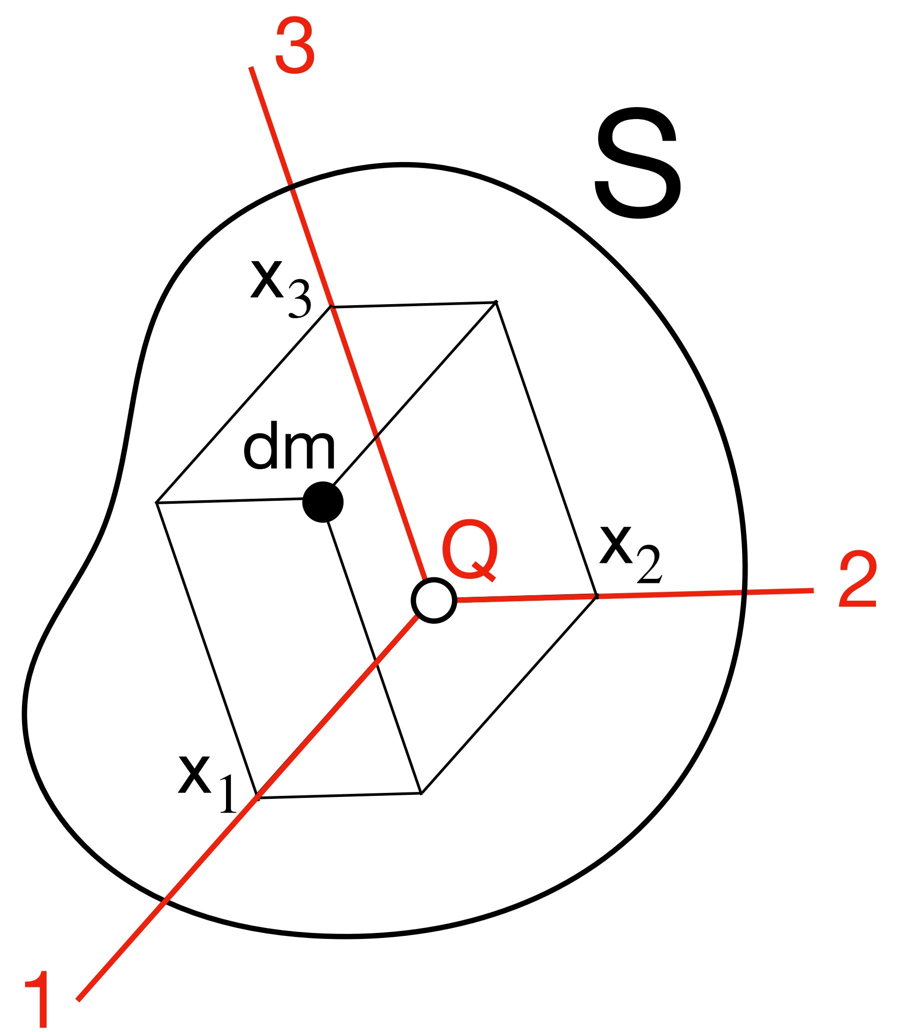
$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia

$$\mathrm{I}_{ii} = \int_S \left(\mathrm{x}_j^2 + \mathrm{x}_k^2\right) \, \mathrm{dm}$$

Exm:

$$\mathrm{I}_{11} = \int_S \left(\mathrm{x}_2^2 + \mathrm{x}_3^2\right) \, \mathrm{dm}$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

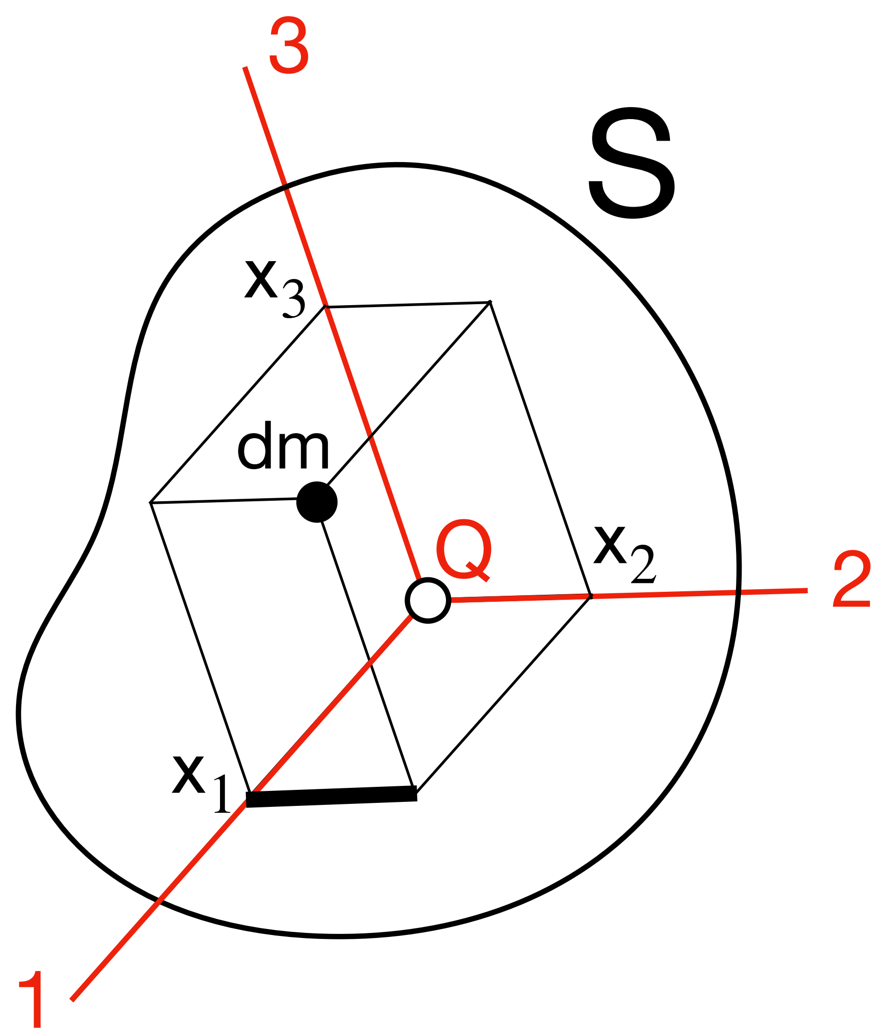
$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia

$$\mathrm{I}_{ii} = \int_S \left(x_j^2 + x_k^2\right) \, dm$$

Exm:

$$\mathrm{I}_{11} = \int_S \left(x_2^2 + x_3^2\right) \, dm$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

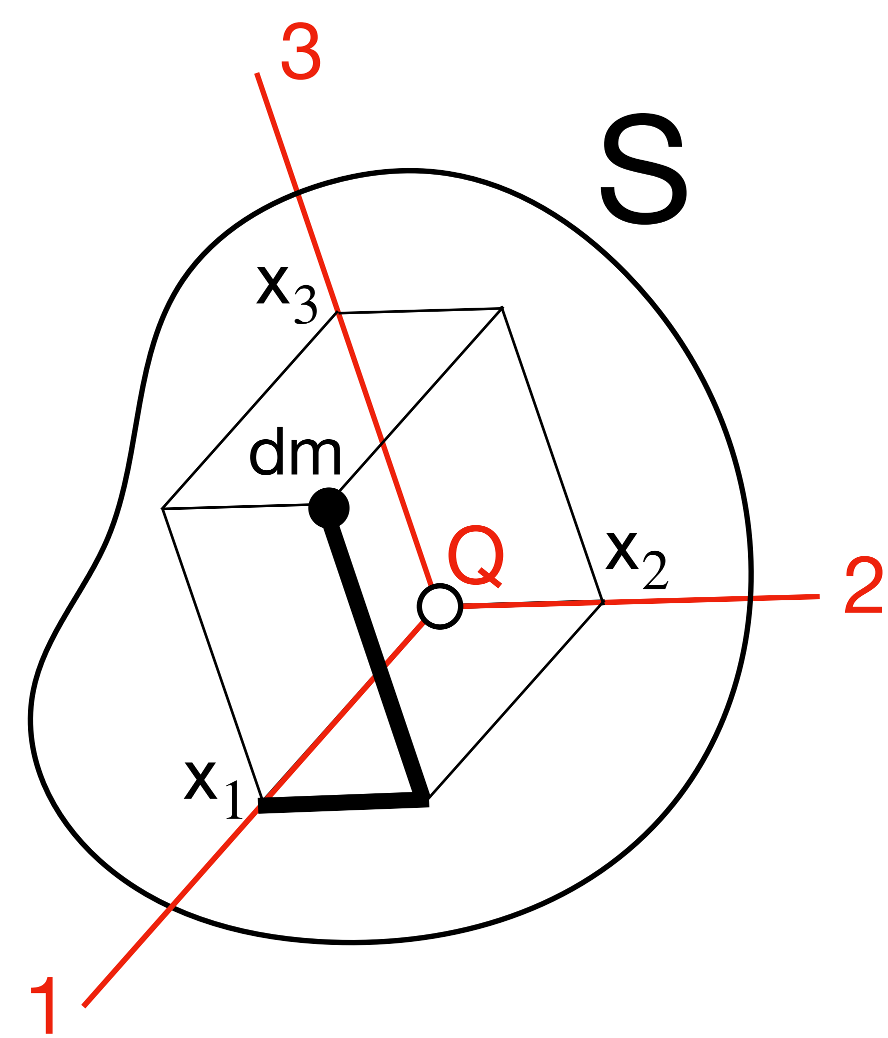
$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia

$$\mathrm{I}_{ii} = \int_S \left(x_j^2 + x_k^2\right)\, dm$$

Exm:

$$\mathrm{I}_{11} = \int_S \left(x_2^2 + x_3^2\right)\, dm$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

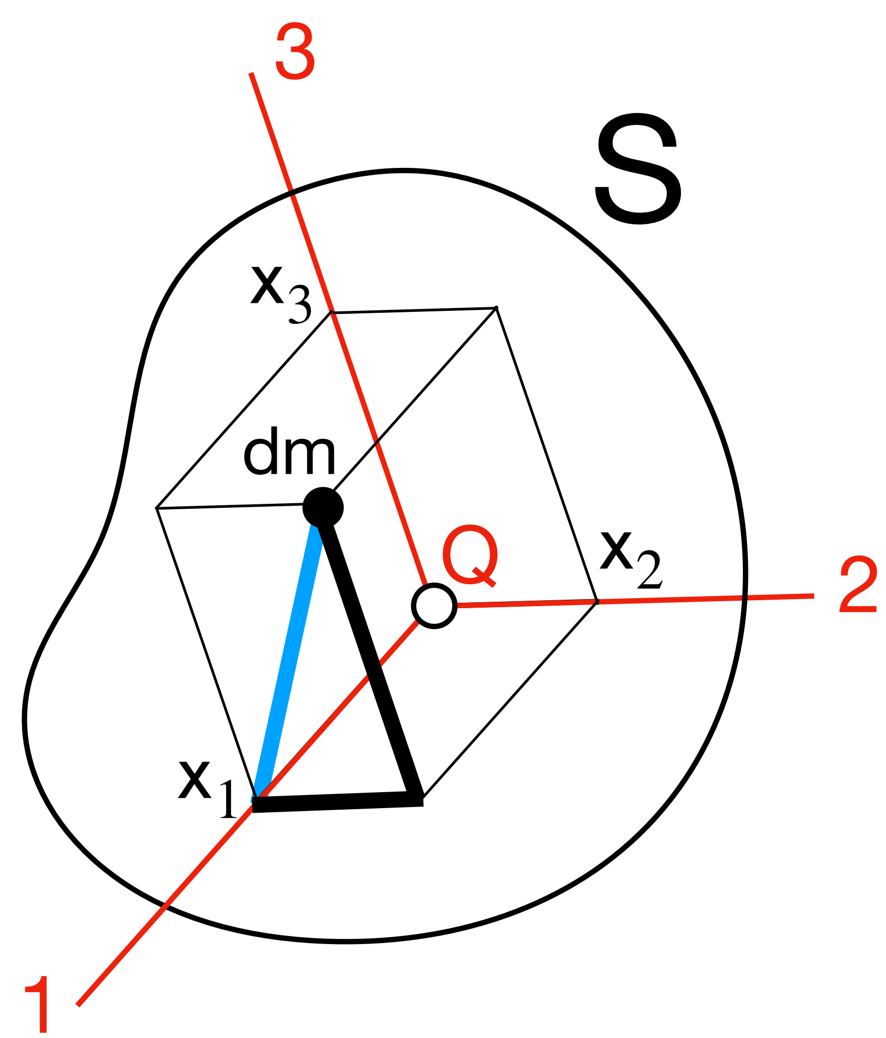
$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia

$$I_{ii} = \int_S \left(x_j^2 + x_k^2\right)\, dm$$

Exm:

$$I_{11} = \int_S \left(x_2^2 + x_3^2\right)\, dm$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

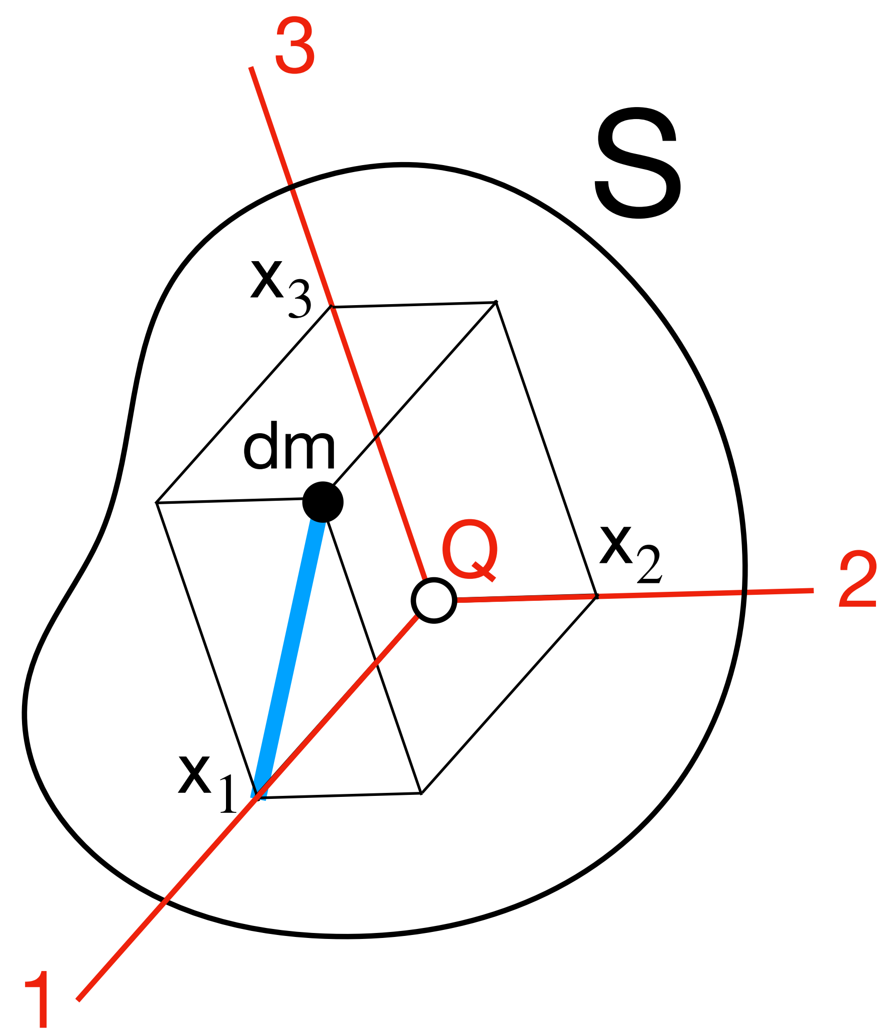
$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia

$$I_{ii} = \int_S \left(x_j^2 + x_k^2\right) \, dm$$

Exm:

$$I_{11} = \int_S \left(x_2^2 + x_3^2\right) \, dm$$



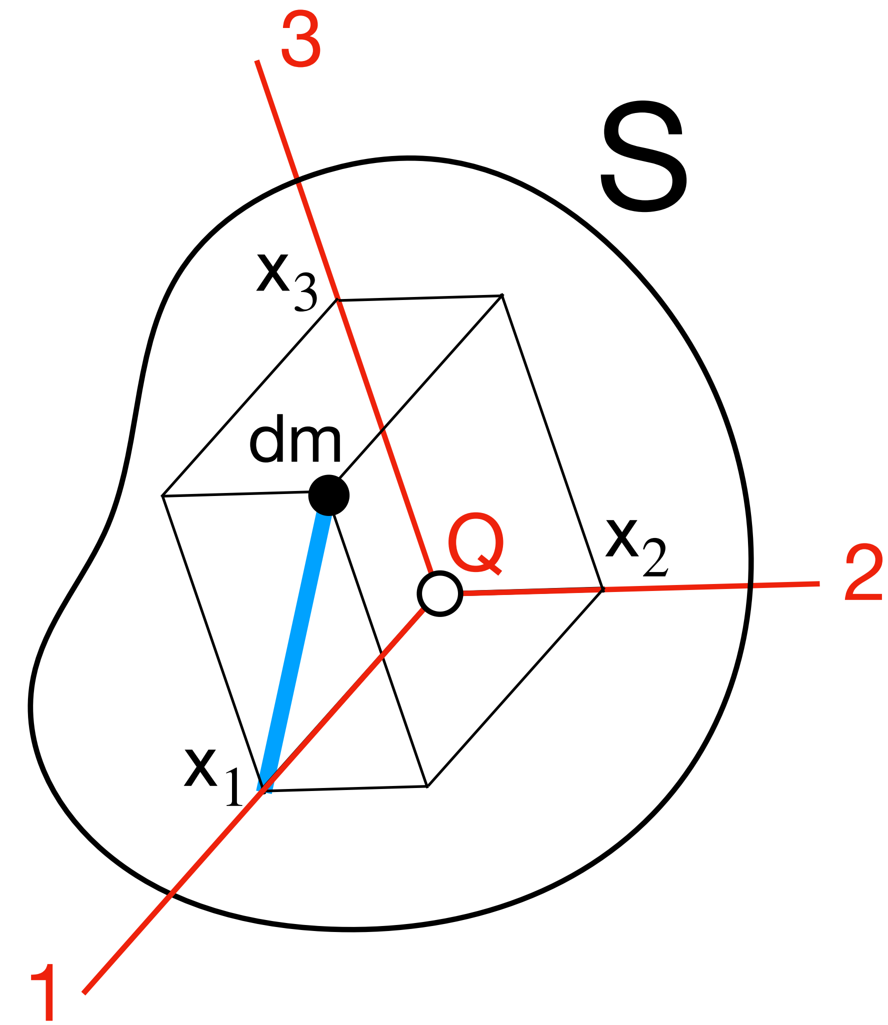
B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia

$$I_{ii} = \int_S \left(x_j^2 + x_k^2\right)\, dm$$



B = (1,2,3)

Exm:

$$I_{11} = \int_S \underbrace{\left(x_2^2 + x_3^2\right)}_{(\text{ dist a } \textbf{eix 1})^2}\, dm$$

Tensor d'inèrcia de S a Q

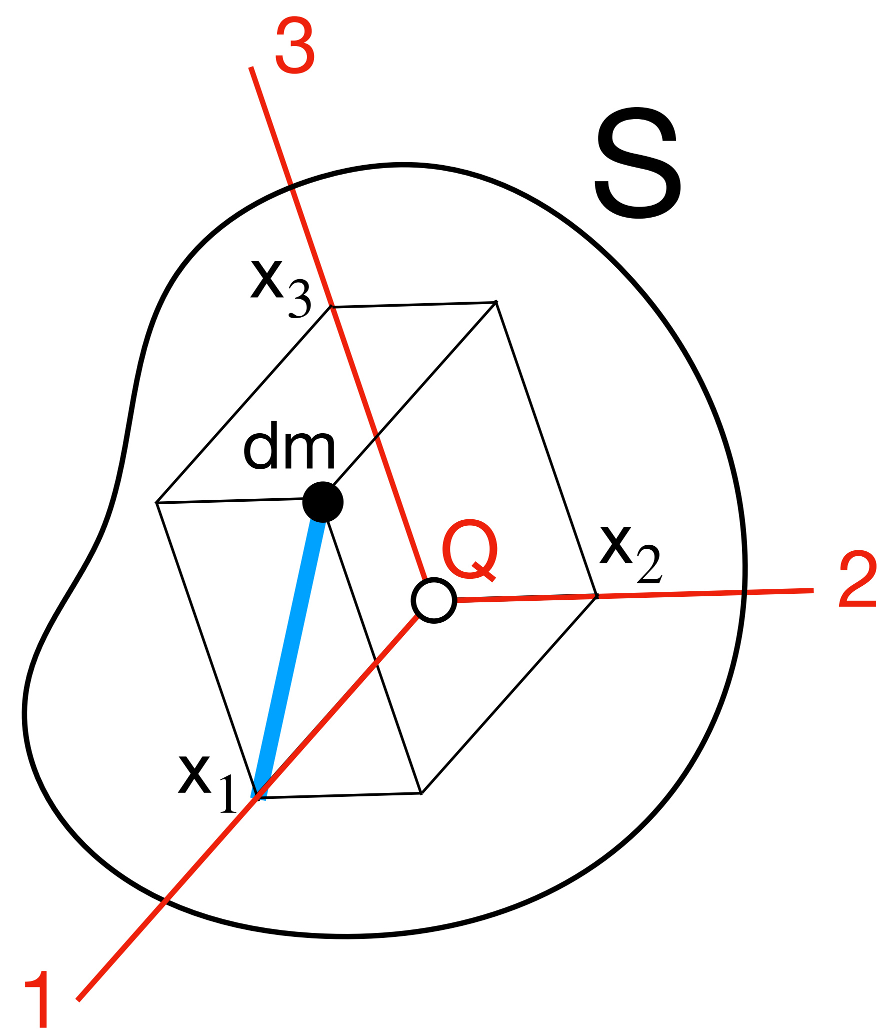
$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia

$$I_{ii} = \int_S \underbrace{\left(x_j^2 + x_k^2\right)}_{(\text{ dist a } \textbf{eix i})^2} \, dm$$

Exm:

$$I_{11} = \int_S \underbrace{\left(x_2^2 + x_3^2\right)}_{(\text{ dist a } \textbf{eix 1})^2} \, dm$$



B = (1,2,3)

Tensor d'inèrcia de S a Q

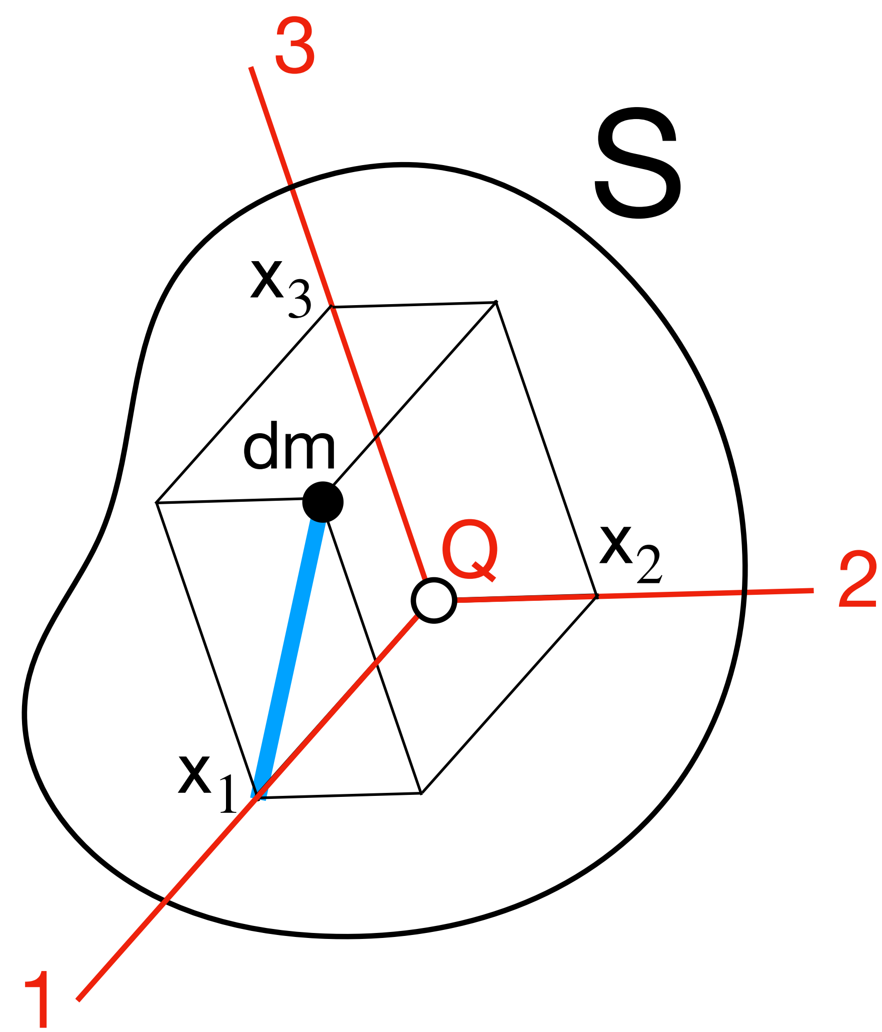
$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Moments d'inèrcia

$$I_{ii} = \int_S \underbrace{\left(x_j^2 + x_k^2\right)}_{(\text{ dist a } \textbf{eix i})^2} \, dm \; \boxed{\geq 0}$$

Exm:

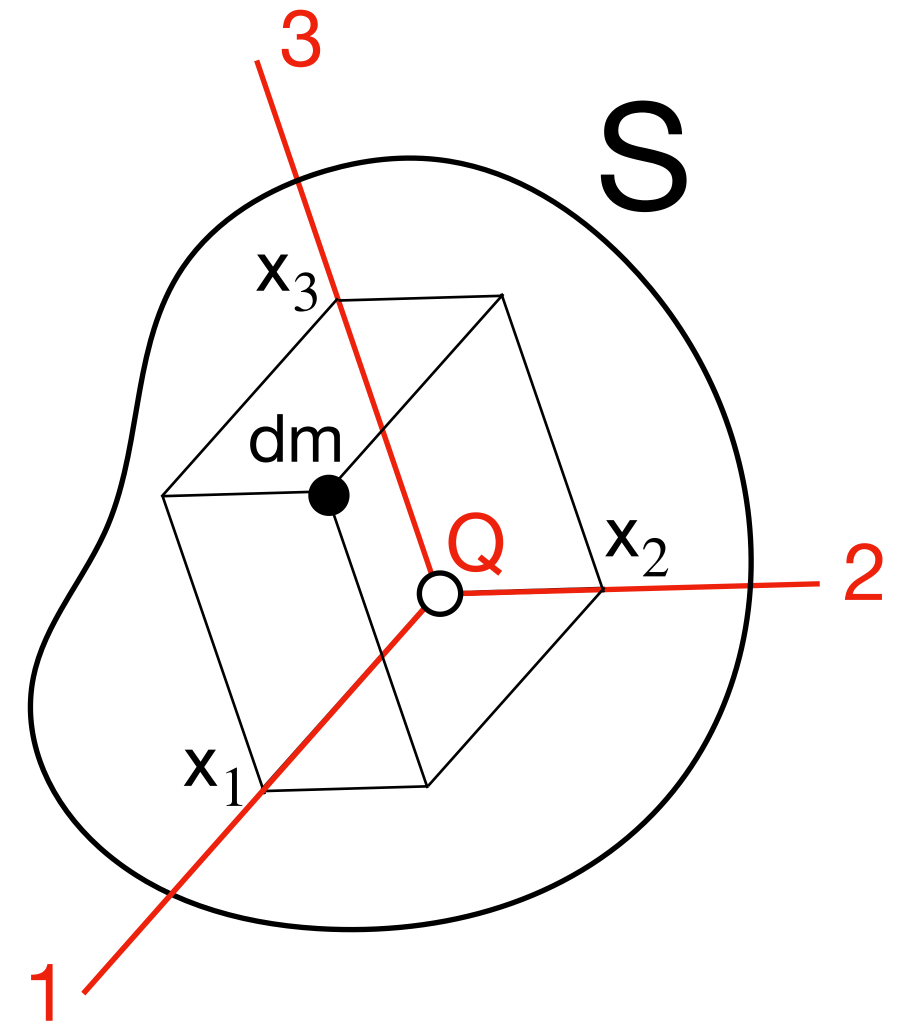
$$I_{11} = \int_S \underbrace{\left(x_2^2 + x_3^2\right)}_{(\text{ dist a } \textbf{eix 1})^2} \, dm$$



B = (1,2,3)

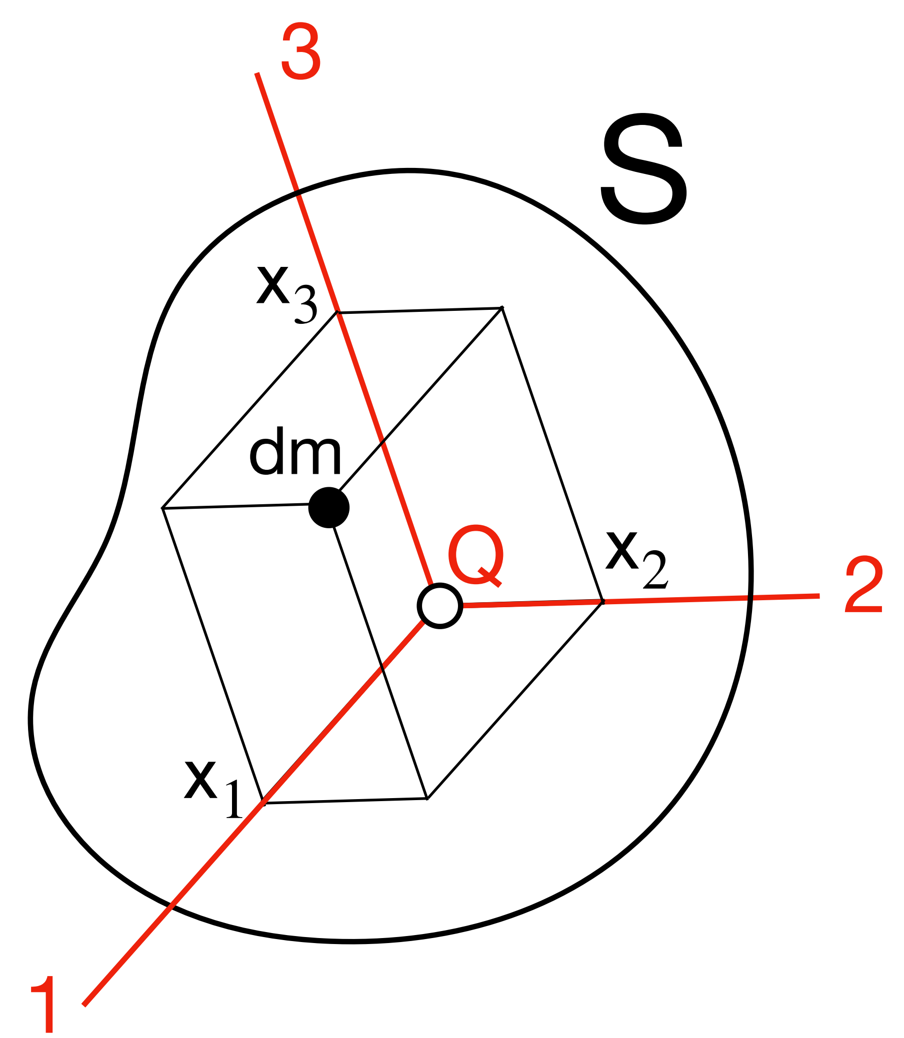
Tensor d'inèrcia de S a Q

$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$



Tensor d'inèrcia de S a Q

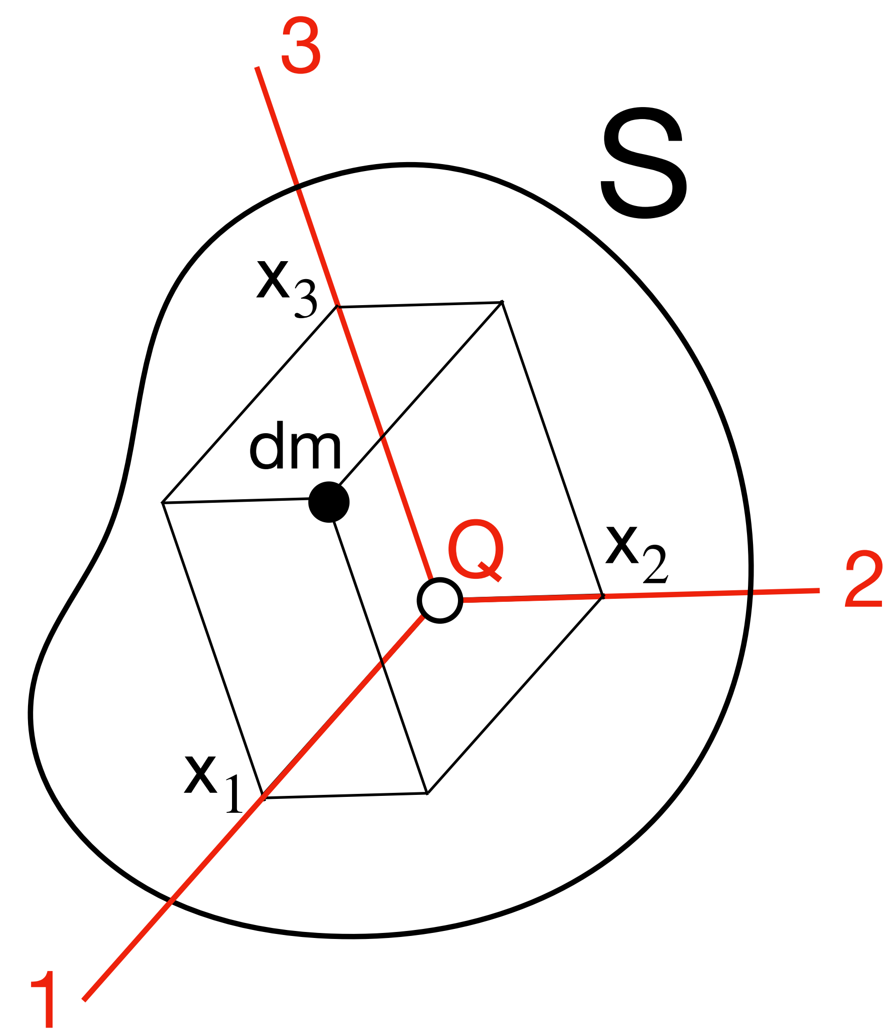
$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$



Tensor d'inèrcia de S a Q

$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Productes d'inèrcia

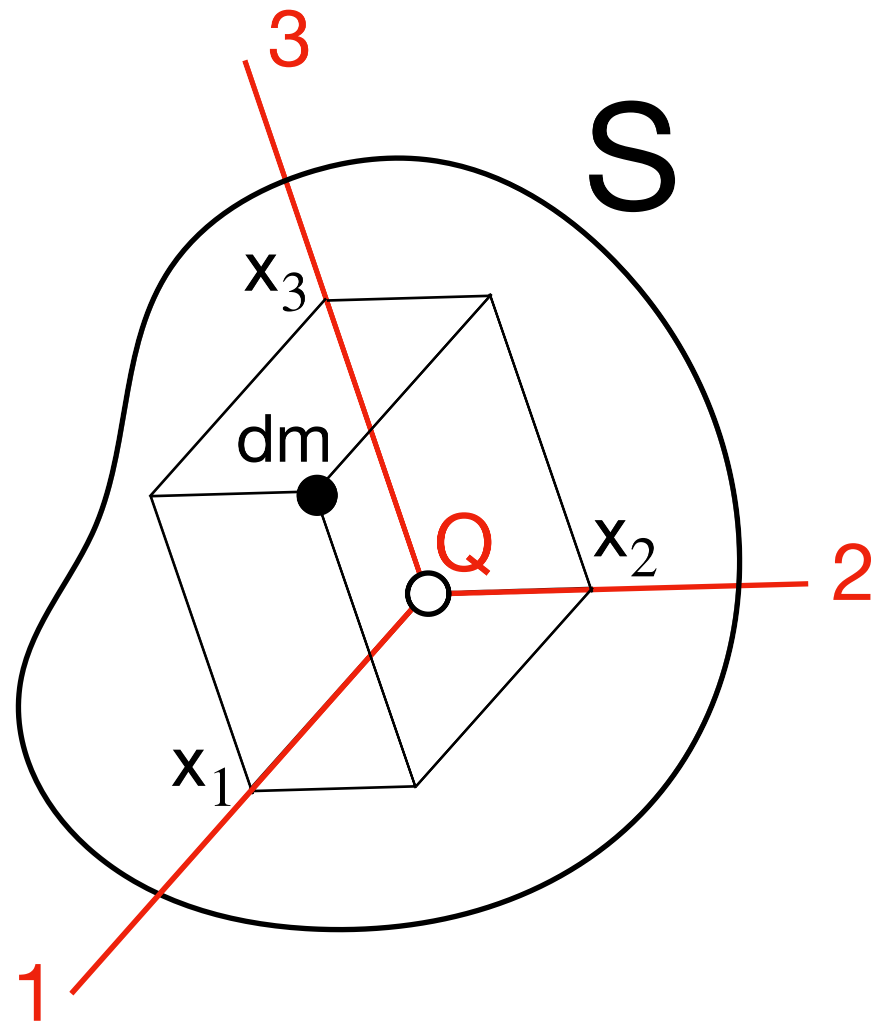


Tensor d'inèrcia de S a Q

$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Productes d'inèrcia

$$I_{ij} = -\int_S x_i\, x_j\, dm$$



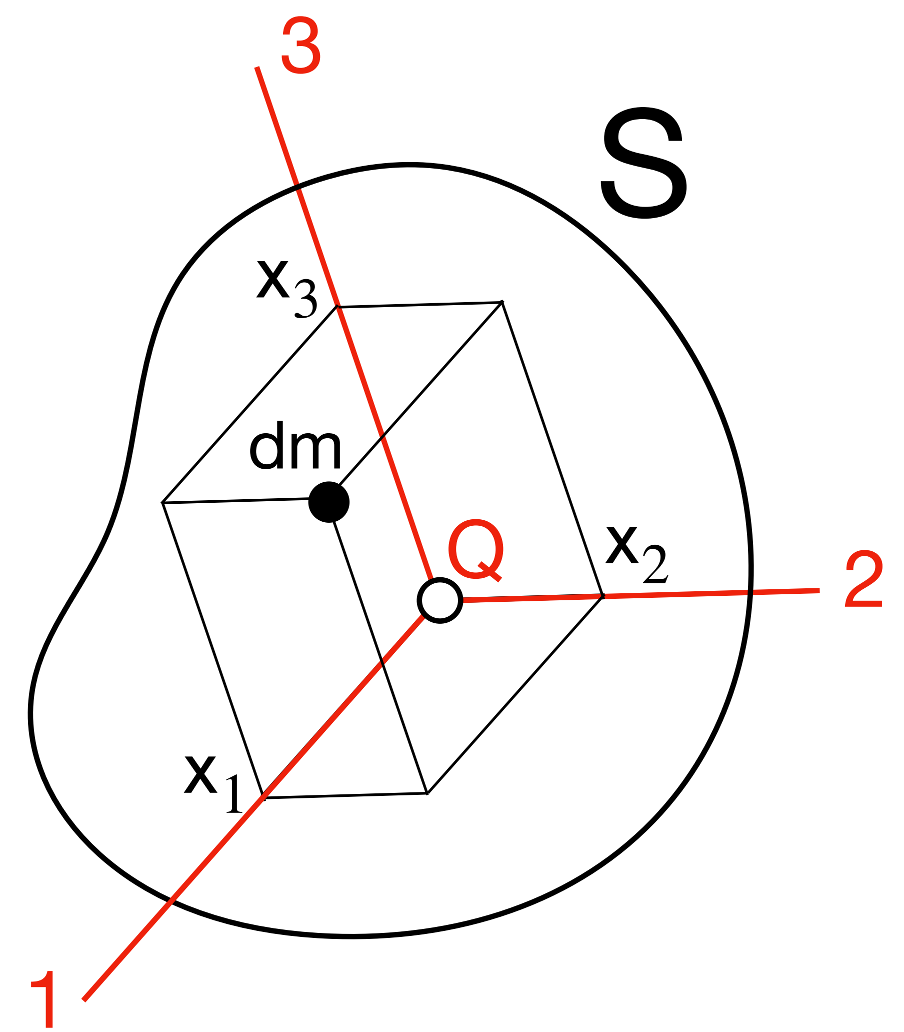
Tensor d'inèrcia de S a Q

$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Productes d'inèrcia

$$I_{ij} = -\int_S x_i\, x_j\, dm$$

Exm:



Tensor d'inèrcia de S a Q

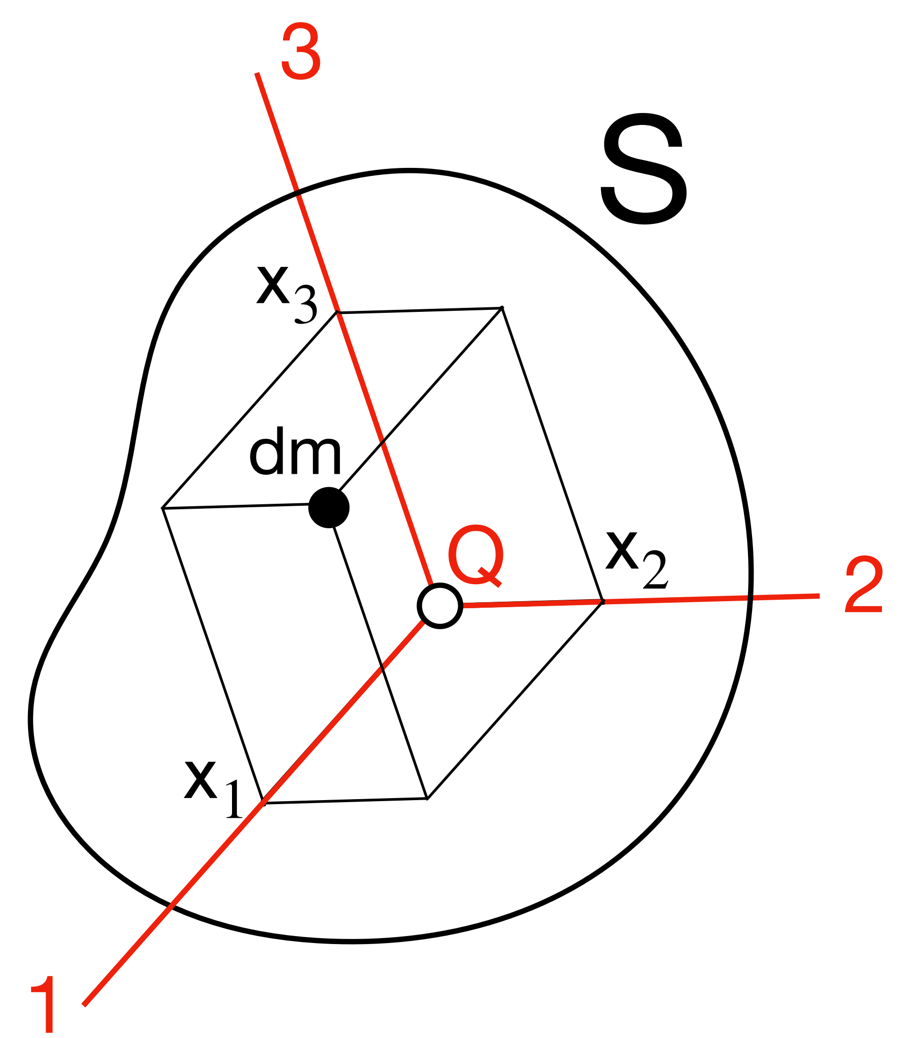
$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Productes d'inèrcia

$$\mathrm{I}_{ij} = -\int_S x_i \, x_j \, \mathrm{dm}$$

Exm:

$$\mathrm{I}_{12} = -\int_S x_1 \, x_2 \, \mathrm{dm}$$



Tensor d'inèrcia de S a Q

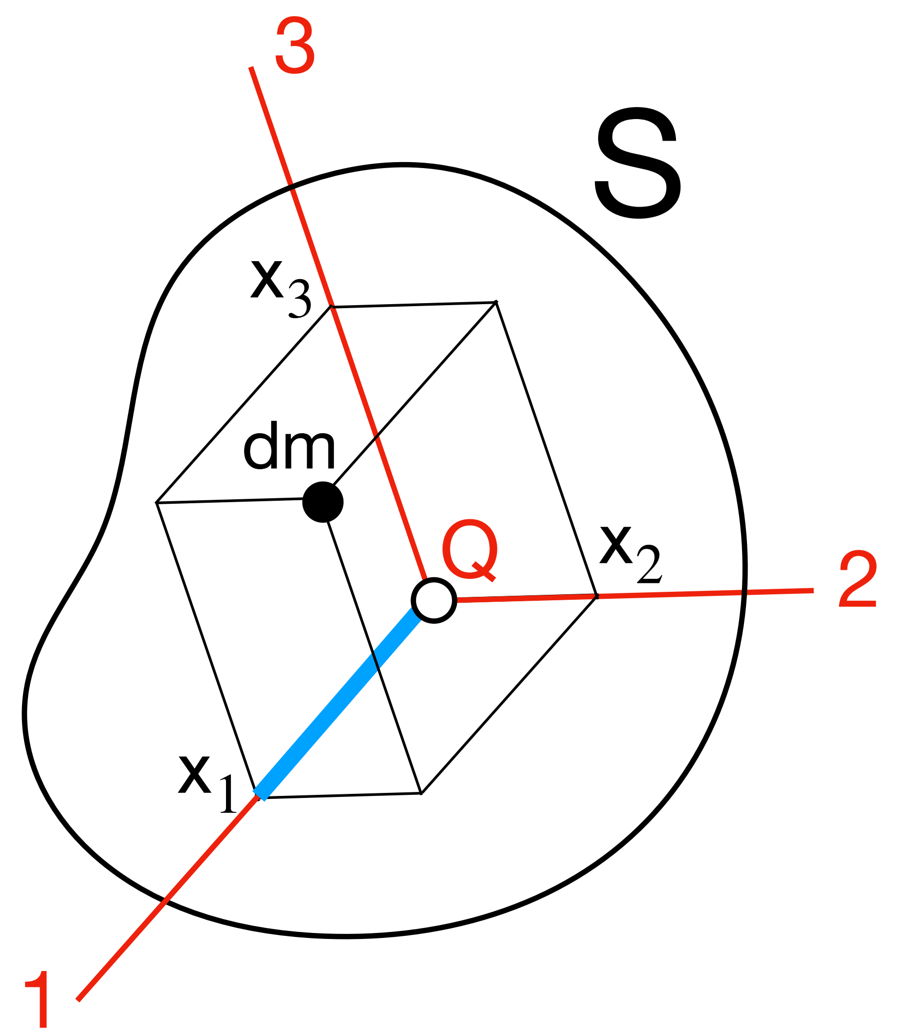
$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Productes d'inèrcia

$$I_{ij} = -\int_S x_i\, x_j\, dm$$

Exm:

$$I_{12} = -\int_S x_1\, x_2\, dm$$

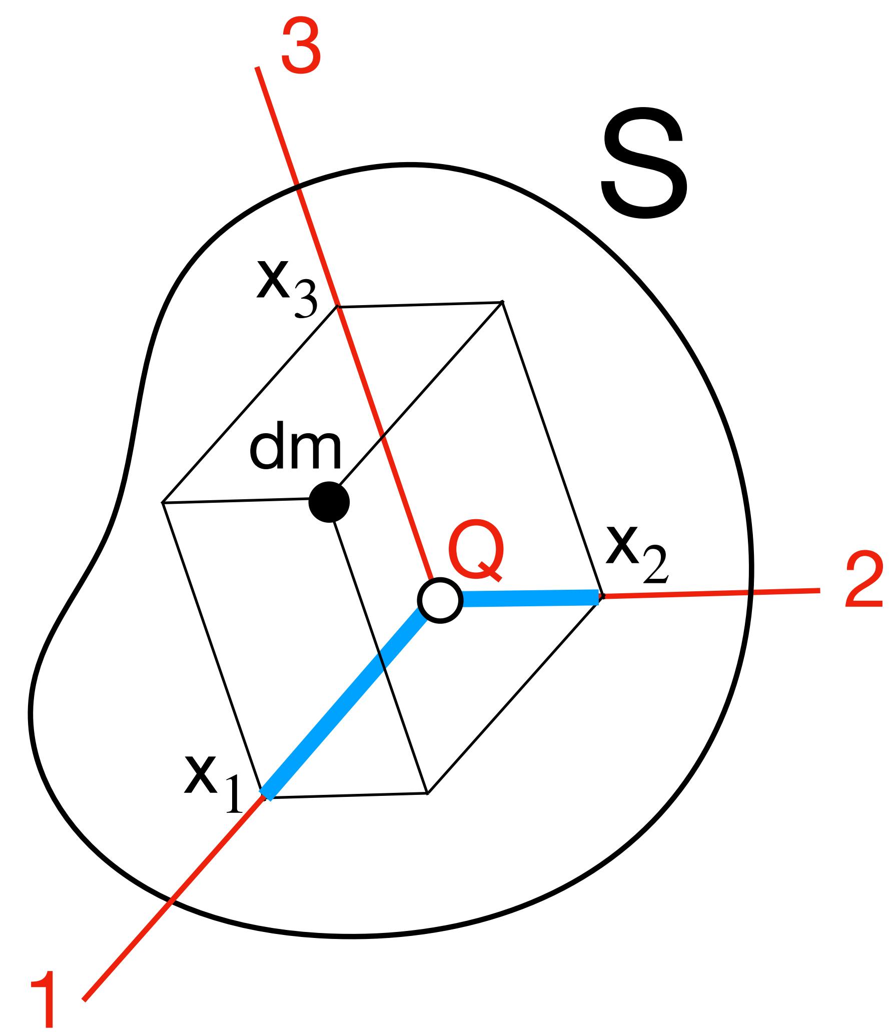


Tensor d'inèrcia de S a Q

$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Productes d'inèrcia

$$I_{ij} = -\int_S x_i\, x_j\, dm$$



Exm:

$$I_{12} = -\int_S x_1\, x_2\, dm$$

Tensor d'inèrcia de S a Q

$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

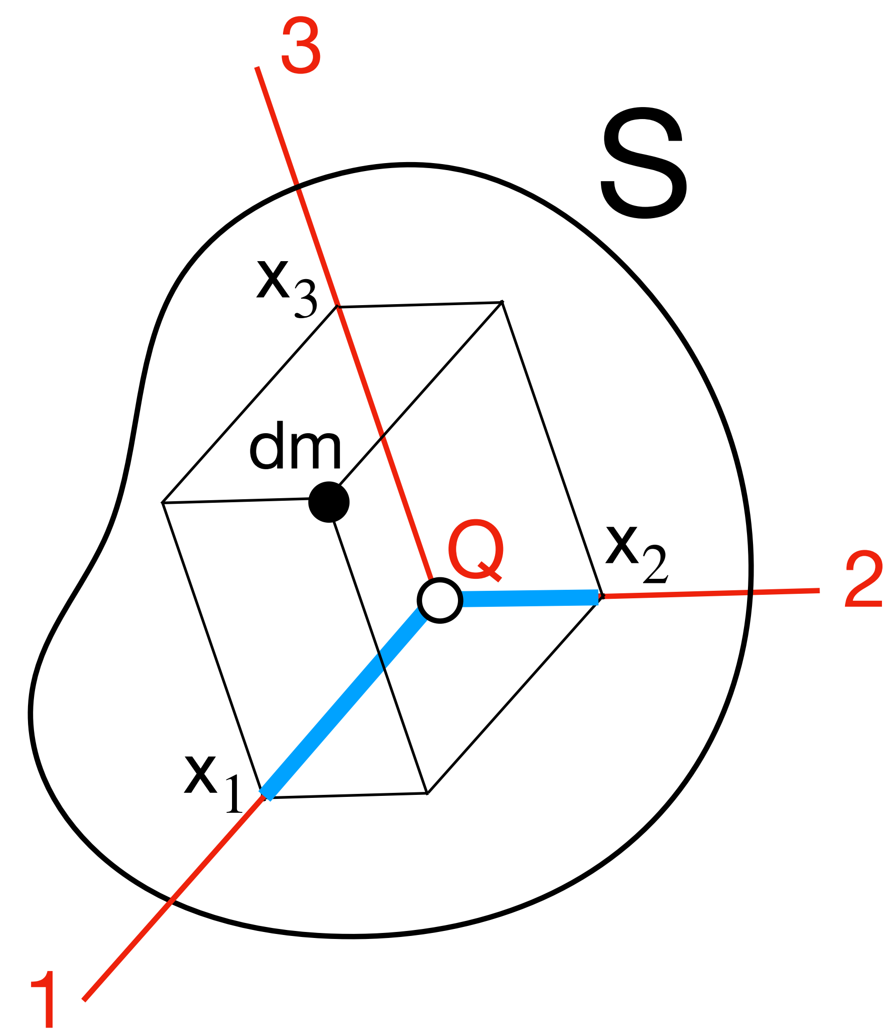
Productes d'inèrcia

$$I_{ij} = -\int_S x_i\, x_j\, dm$$

(>0, <0, =0)

Exm:

$$I_{12} = -\int_S x_1\, x_2\, dm$$

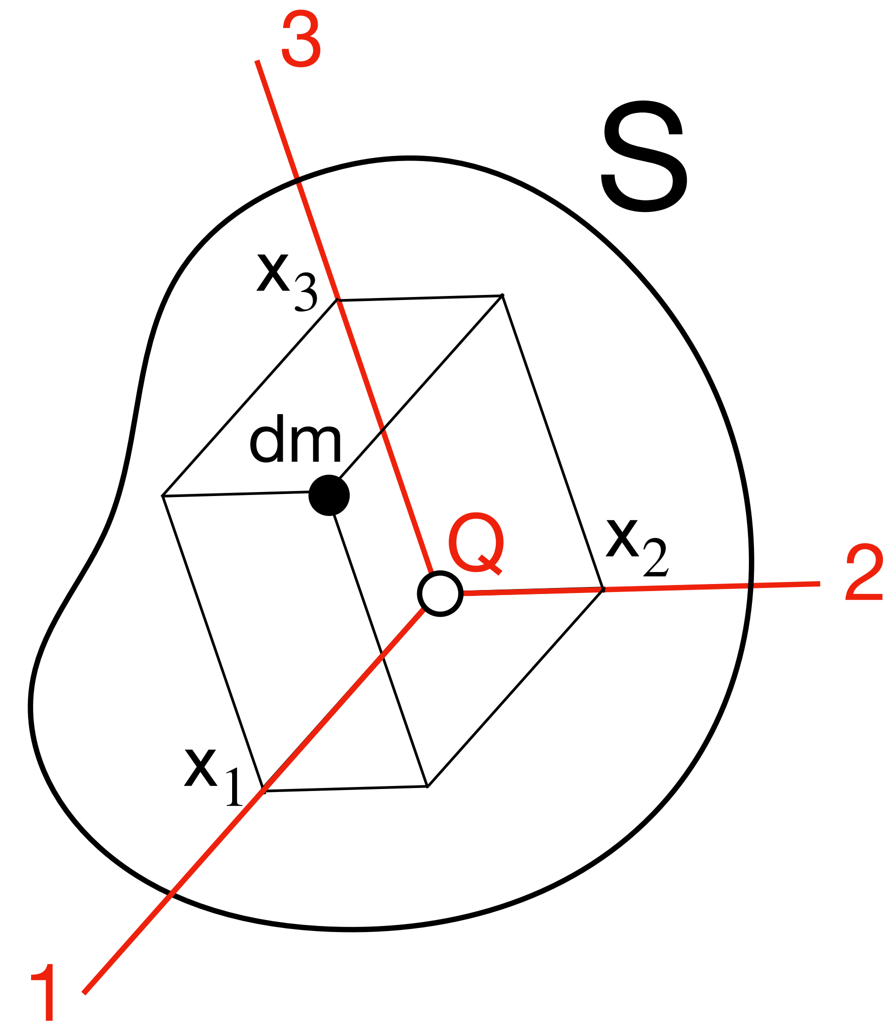


Tensor d'inèrcia de S a Q

$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Si B és fixa al sòlid, $\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B$ és constant.

Sovint triarem B fixa al sòlid per a que $\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B$ sigui constant, però hi ha altres casos en els que $\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B$ és constant, tot i no ser B fixa a S (vegeu les propietats de rotor simètric i esfèric).



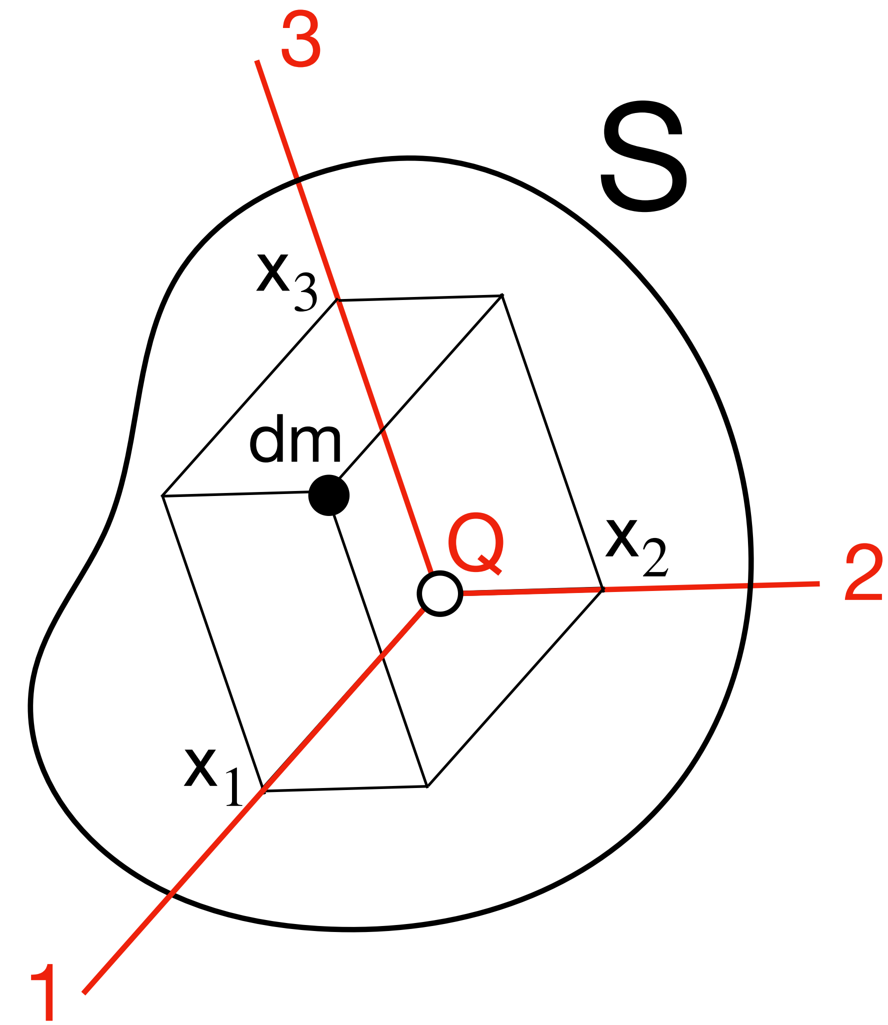
Tensor d'inèrcia de S a Q

$$[\mathbb{I}(Q)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix}$$

Aprendrem a construir-lo:

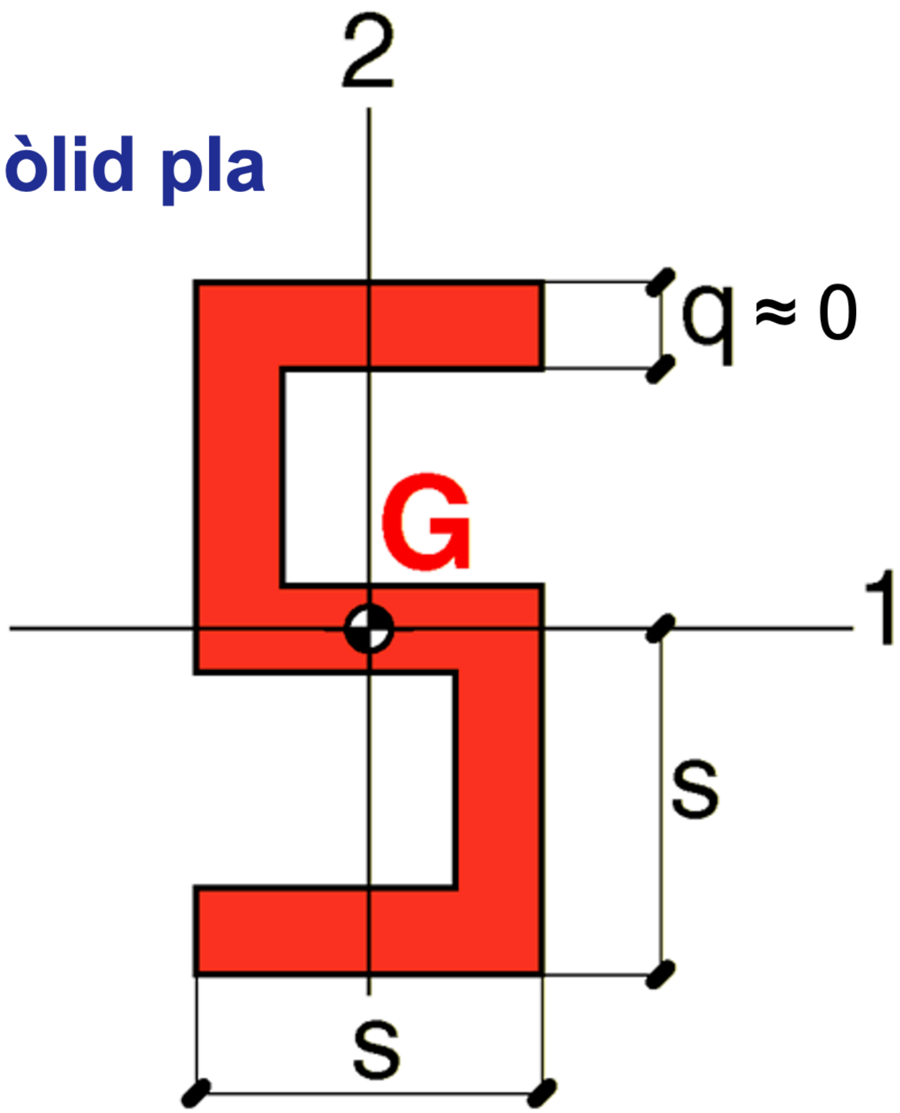
- Forma qualitativa

- Forma quantitativa

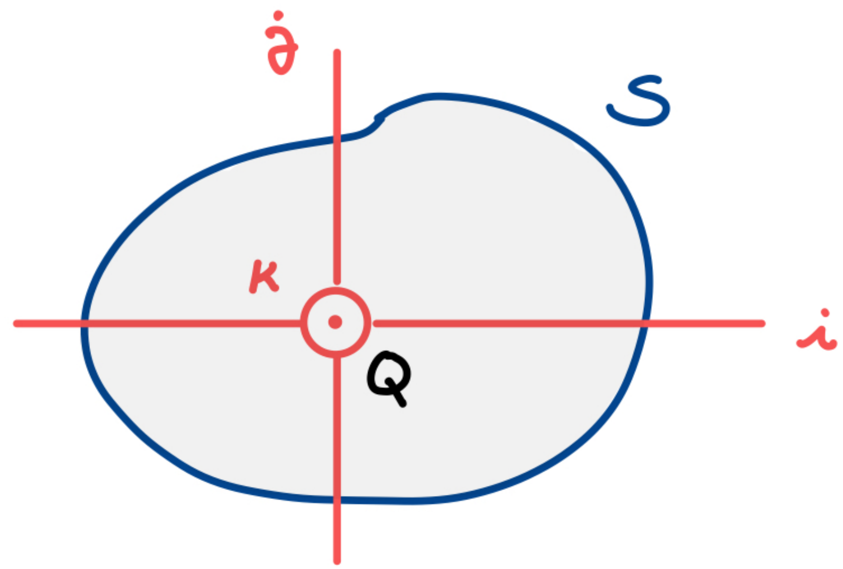


sòlid pla

$[\mathrm{II}(\mathbf{G})]$ **?**



Si S = sòlid pla



$B = (i, j, k)$

es compleix:

1

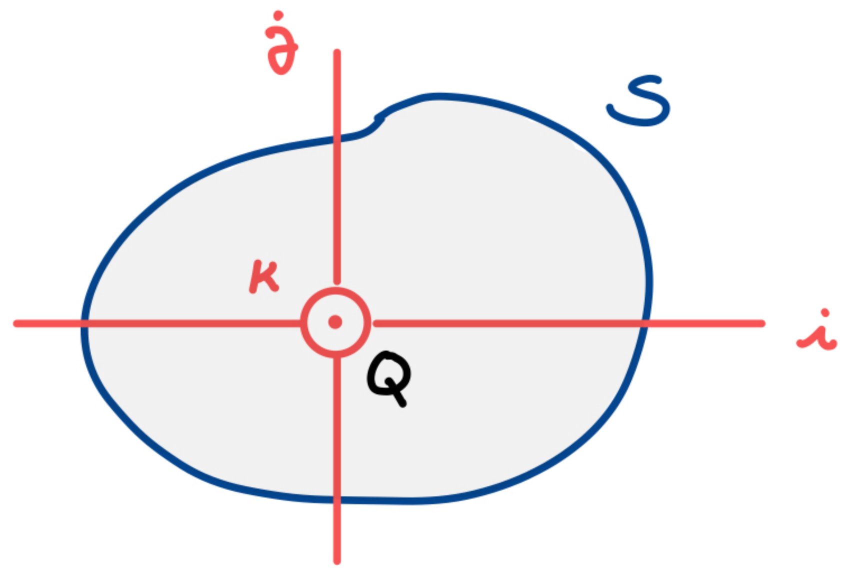
$\forall Q \in S$ la dir. $\perp$ a S és DPI

$I_{kk} = I_{ii} + I_{jj}$

És MPI

$$\left[\mathbb{I}(Q)\right]_B = \begin{bmatrix} I_{ii} & I_{ij} & 0 \\ I_{ij} & I_{jj} & 0 \\ 0 & 0 & \underbrace{I_{ii} + I_{jj}}_{I_{kk}} \end{bmatrix}$$

Si S = sòlid pla

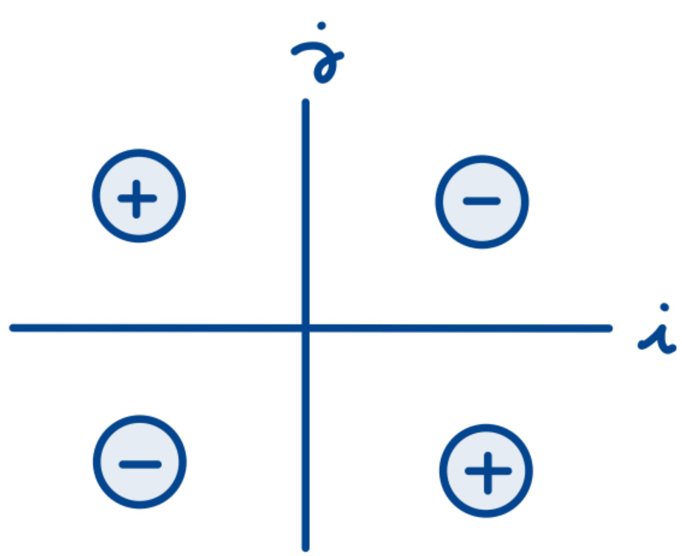


$$B = (i, j, k)$$

es compleix:

2

Signe contribució dm a I_{ij}:

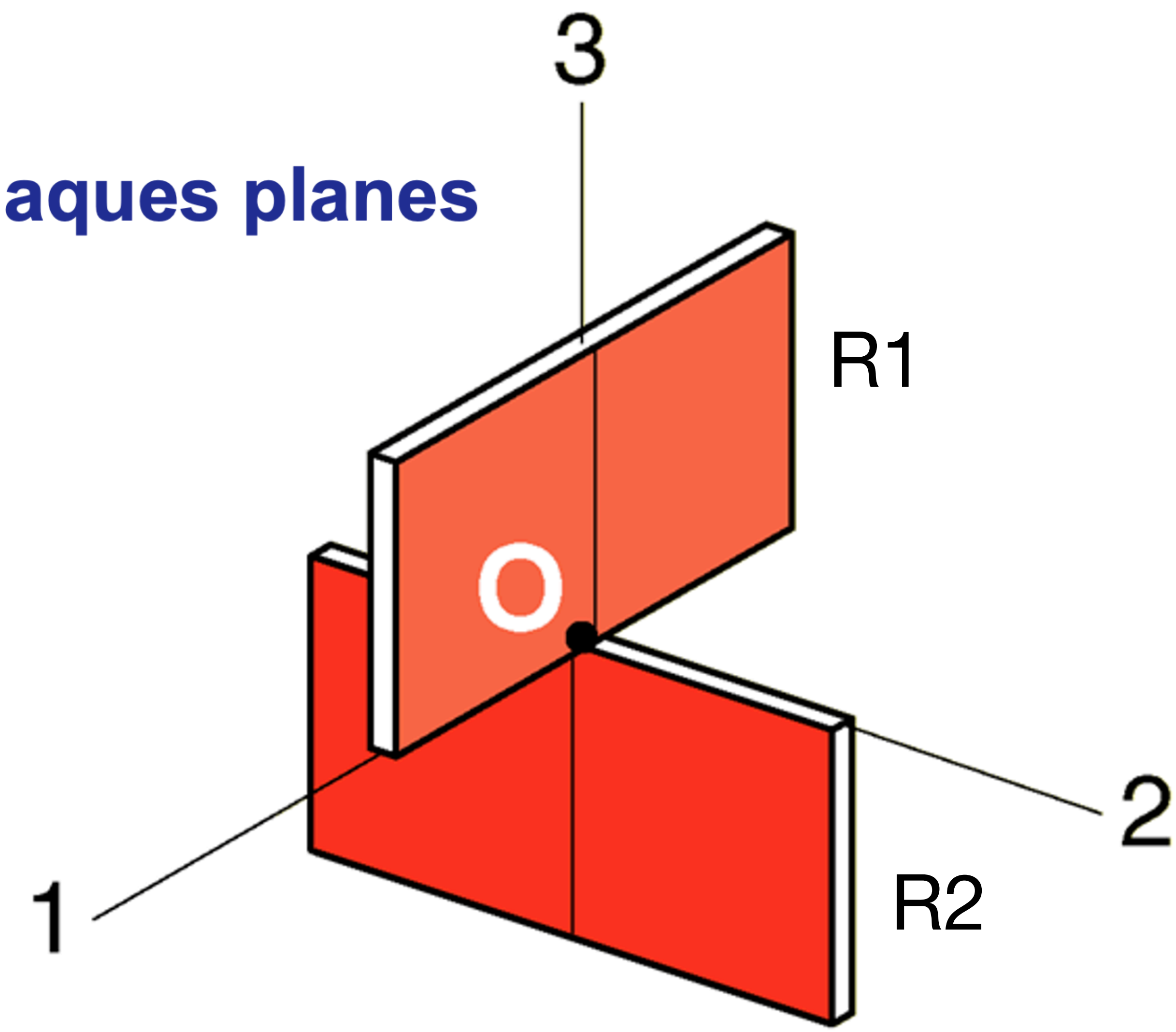


$$I_{ij} = -\int_S x_i\, x_j\, dm$$

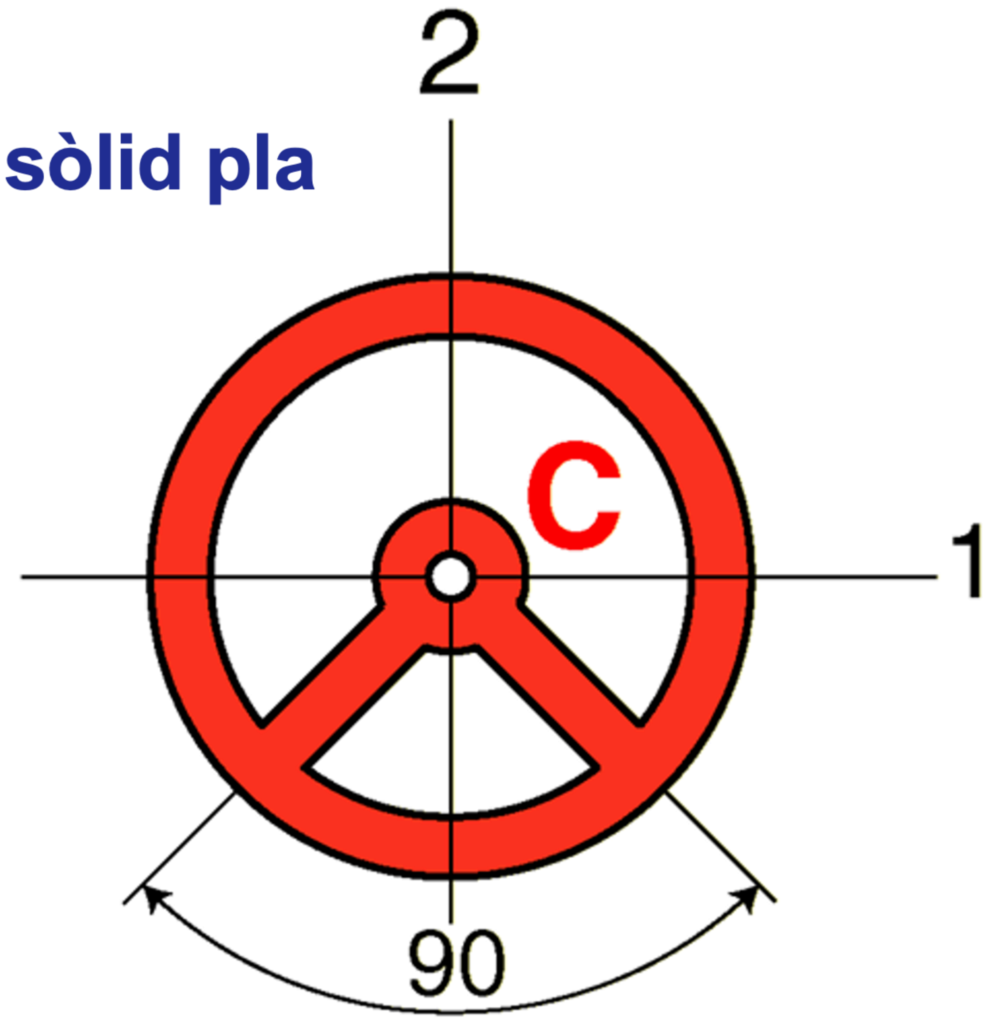
[II(O)] ?

plaques planes

qualitatiu



sòlid pla



[II(C)] ?

qualitatiu

Si per al punt O les direccions (i,j) són DPI
amb mateix moment d'inèrcia

$$\Downarrow$$

$\mathbb{I}(O)$ és invariant a rotacions de la base

al voltant de l'eix k

$$\begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & I_{33} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} I & & \\ & I_{22} & \\ & & I \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I & \\ & & I \end{bmatrix}$$

Invariant rot **eix 3**

Invariant rot **eix 2**

Invariant rot **eix 1**

"Rotor simètric per O"

Si per al punt O les direccions (i,j) són DPI
amb mateix moment d'inèrcia

$$\Downarrow$$

$\mathbb{I}(O)$ és invariant a rotacions de la base

al voltant de l'eix k

$$\begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & I_{33} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} I & & \\ & I_{22} & \\ & & I \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I & \\ & & I \end{bmatrix}$$

Invariant rot **eix 3** | Invariant rot **eix 2** | Invariant rot **eix 1**

"Rotor esfèric per O"

Si per al punt O les direccions (i,j,k) són DPI amb mateix moment d'inèrcia

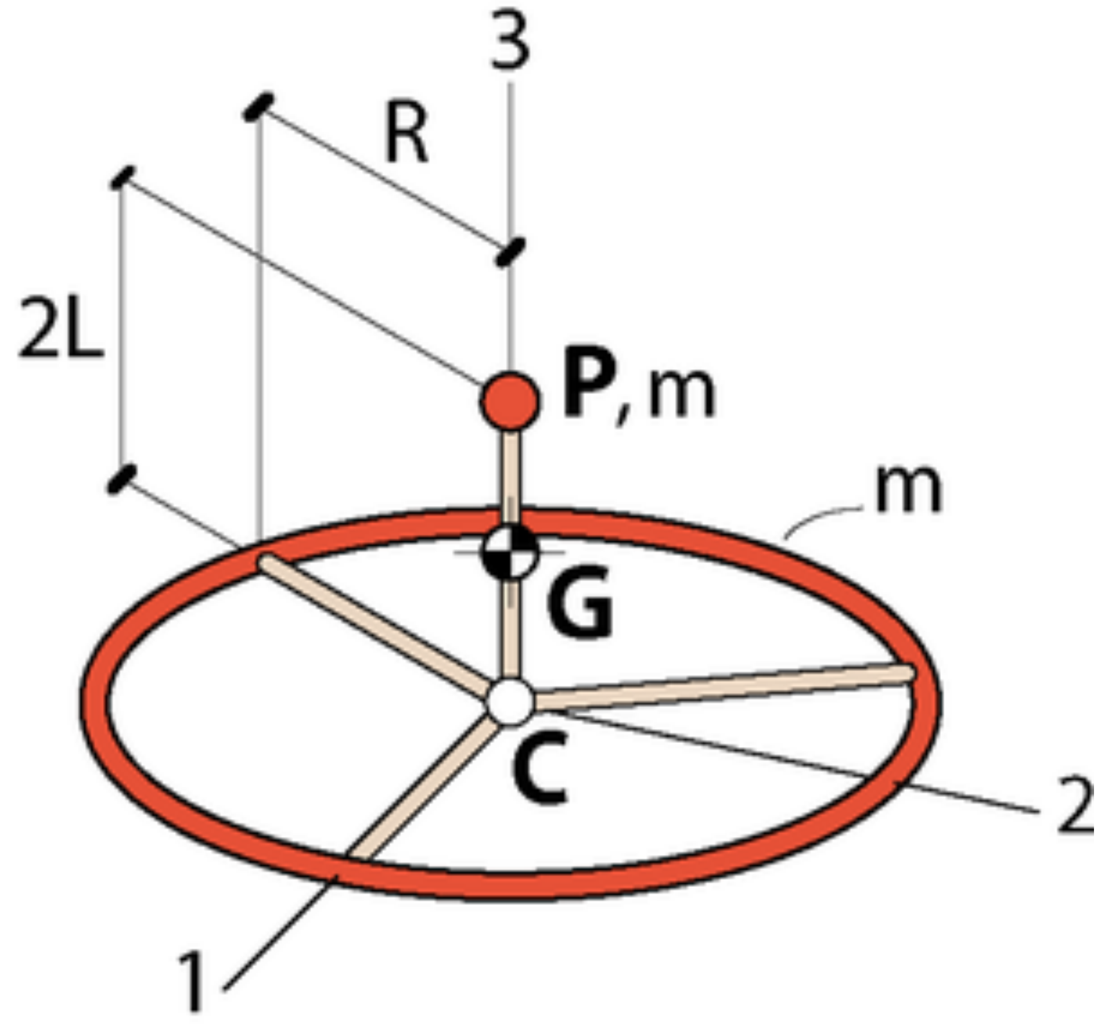
$$\Downarrow$$

$\mathbb{I}(\mathrm{O})$ té la forma

$$\begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & I \end{bmatrix}$$

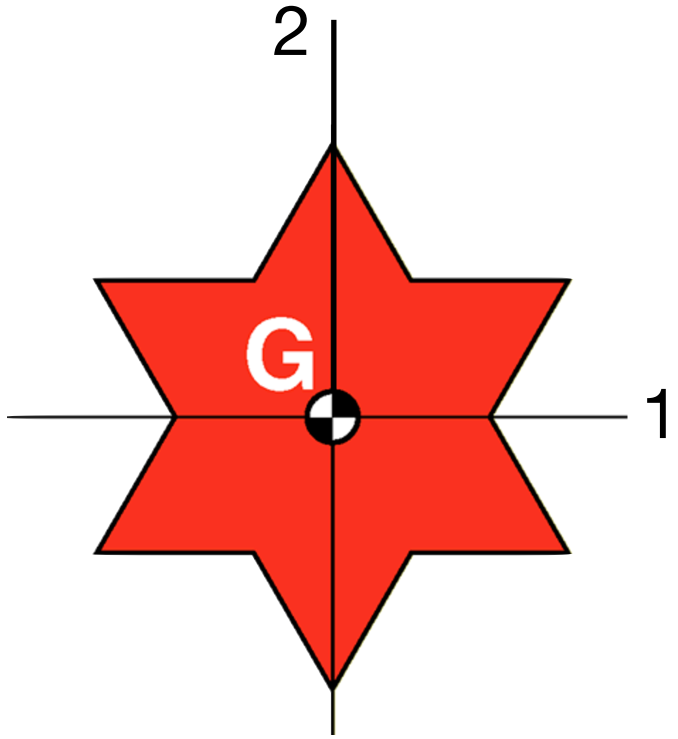
independentment de la base triada

Exemple D5.9 - Wikimec



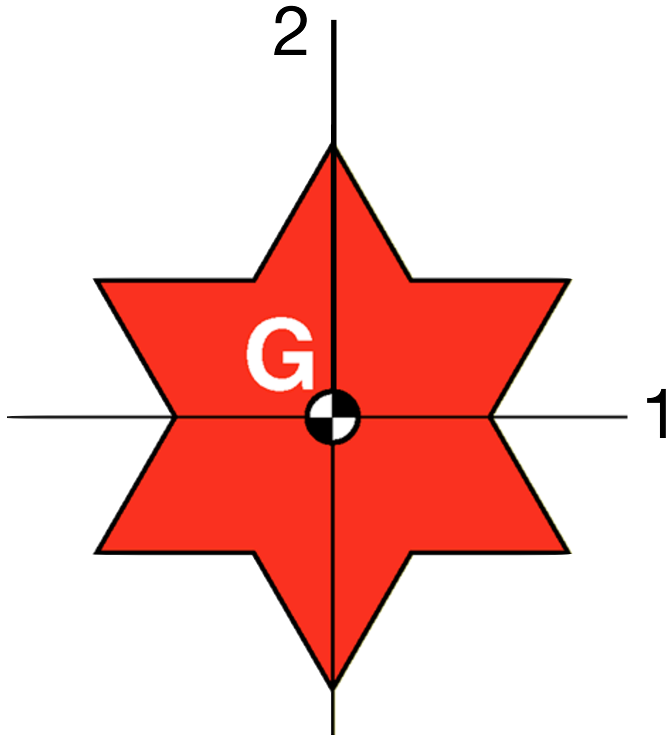
[II(G)] ?

qualitatiu



$[\mathbb{I}(\mathrm{G})]$?

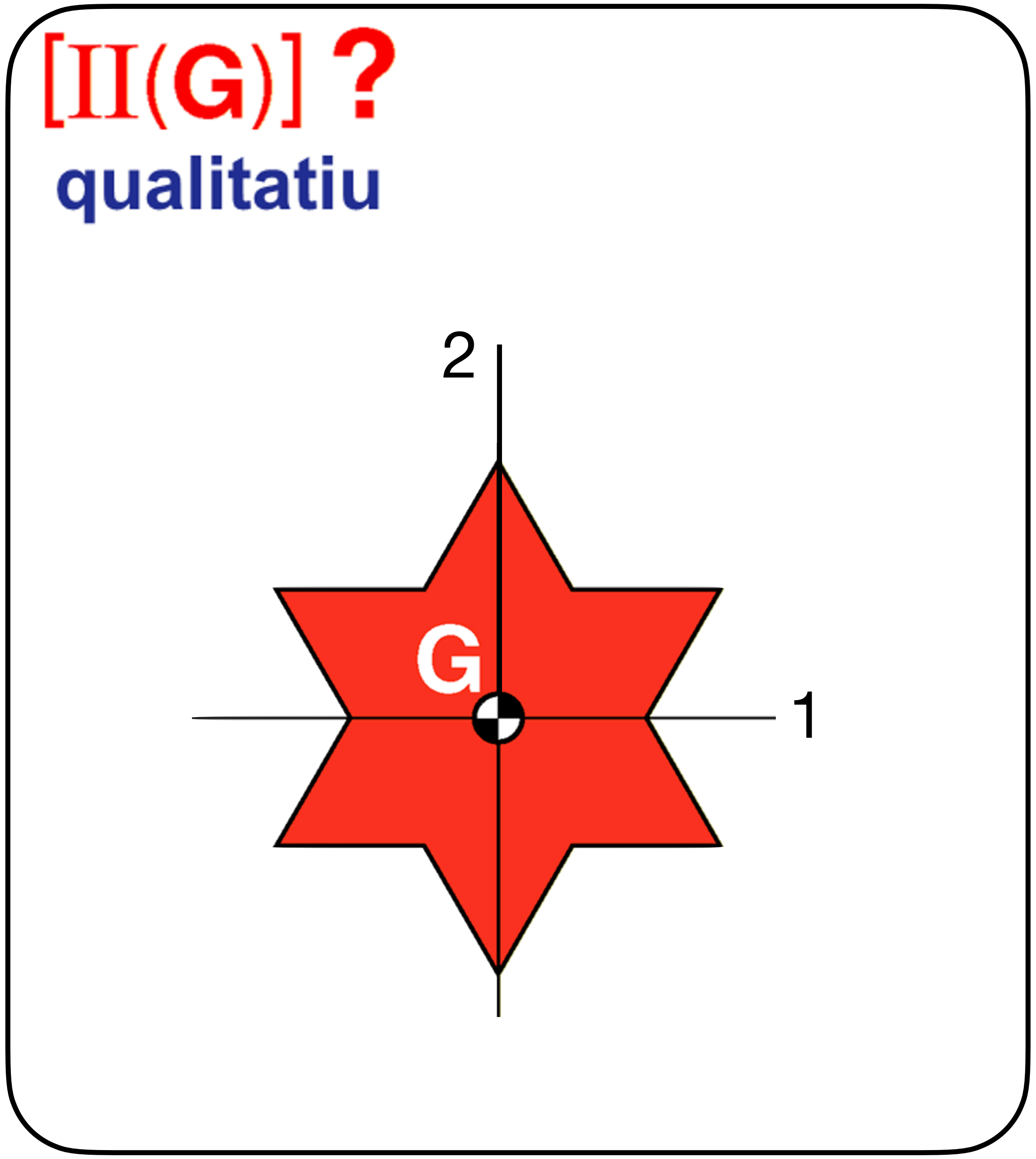
qualitatiu



Sòlid pla i eix 2 de simetria:

$$[\mathbb{I}(\mathrm{G})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

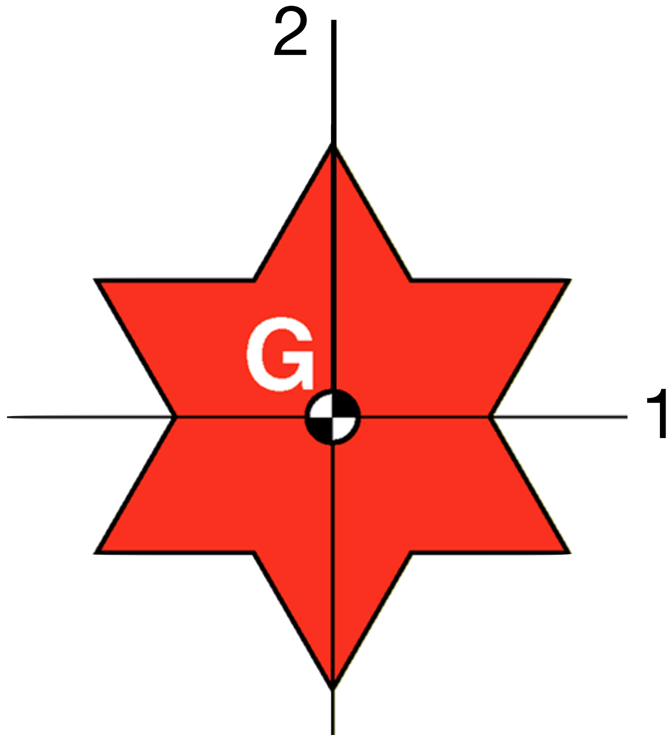
Sòlid pla i eix 2 de simetria:



$$\left[\mathbb{I}(\mathrm{G})\right]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} ?

$[\mathbb{I}(G)]$? **qualitatiu**

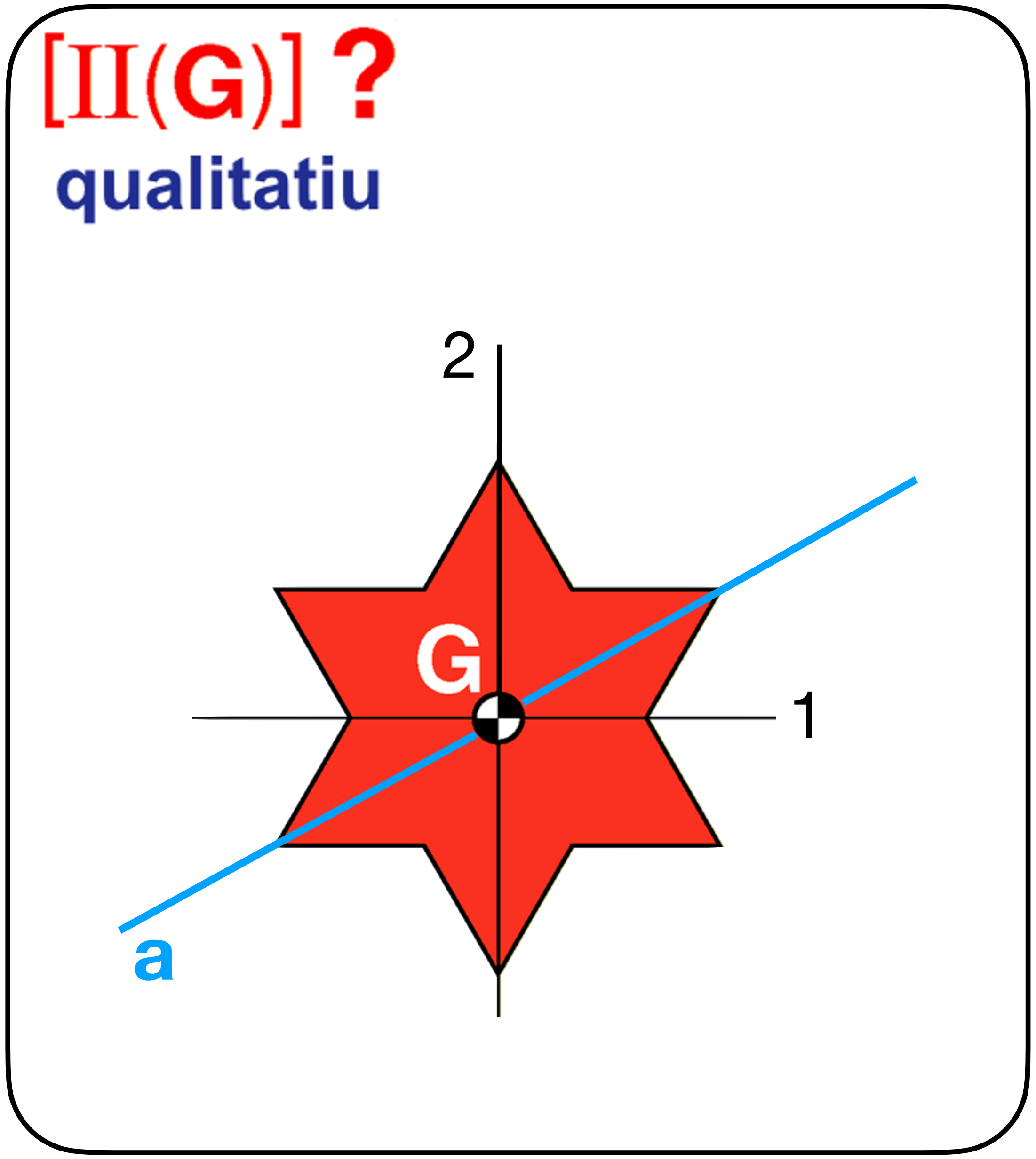


Sòlid pla i eix 2 de simetria:

$$[\mathbb{I}(G)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11} + I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} ?

Per un punt O | Si 3 o més moments d'inèrcia **en un mateix pla** (i,j) són iguals, el sòlid és **rotor simètric a O**



Sòlid pla i eix 2 de simetria:

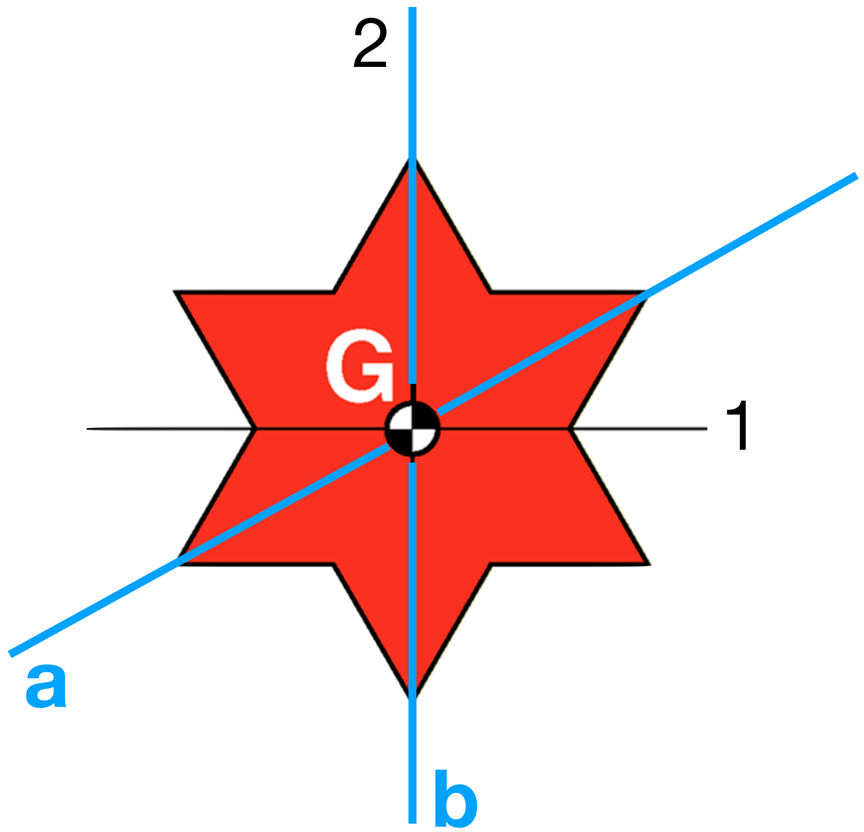
$$\left[\mathbb{I}(\mathrm{G})\right]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11} + I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} ?

Per un punt O	Si 3 o més moments d'inèrcia **en un mateix pla** (i,j) són iguals, el sòlid és **rotor simètric a O**

$[\mathrm{II}(\mathbf{G})]$ **?**

qualitatiu

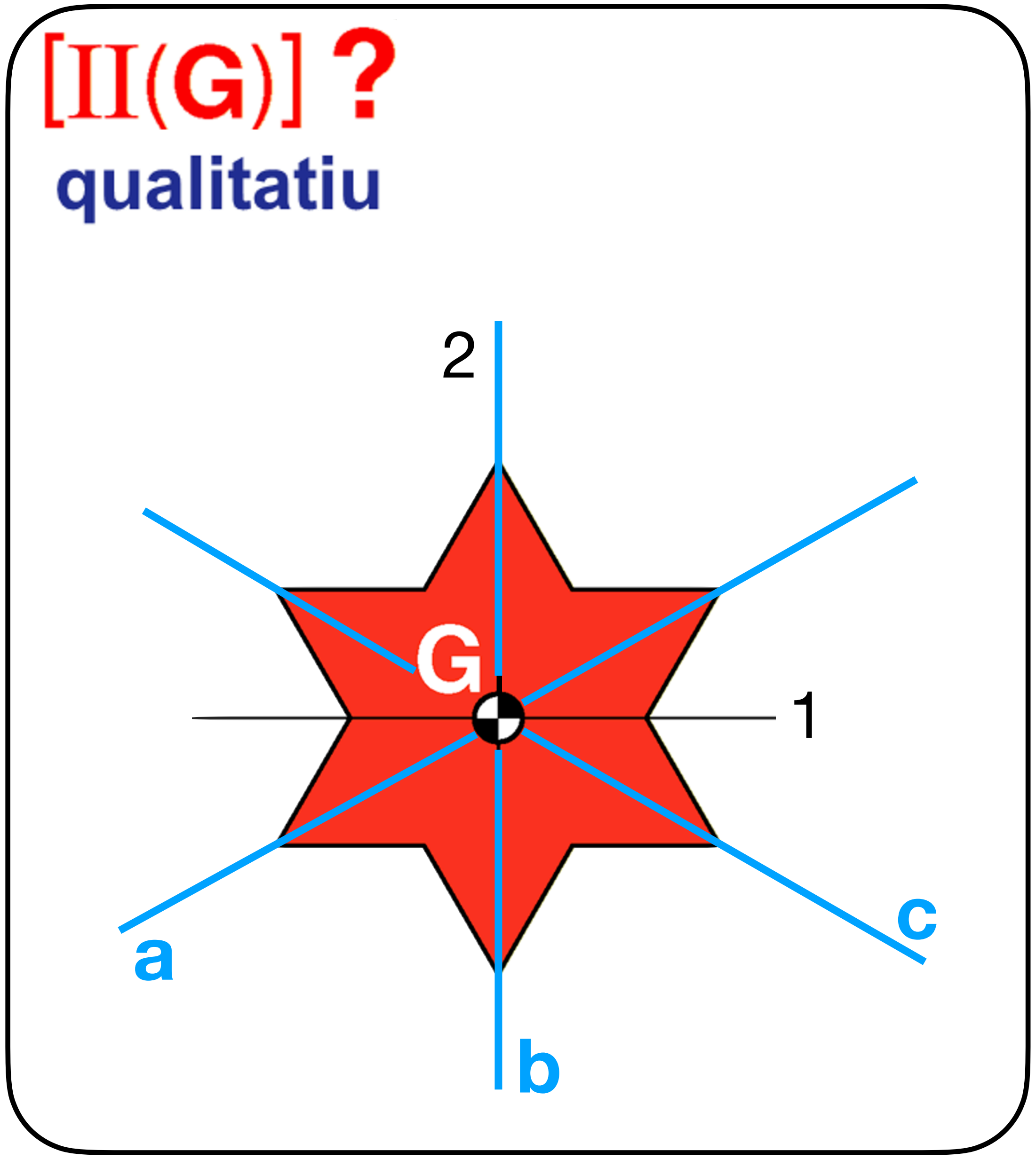


Sòlid pla i eix 2 de simetria:

$$[\mathbb{I}(\mathrm{G})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} ?

Per un punt O | Si 3 o més moments d'inèrcia **en un mateix pla** (i,j) són iguals, el sòlid és **rotor simètric a O**



Sòlid pla i eix 2 de simetria:

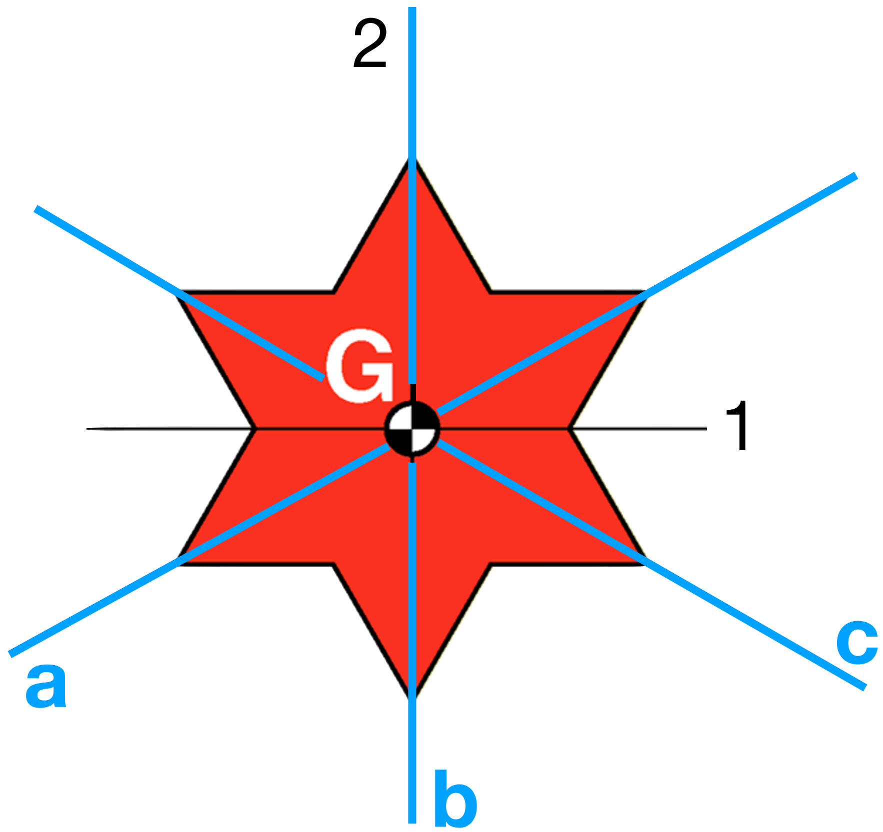
$$[\mathbb{I}(G)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} ?

Per un punt O	Si 3 o més moments d'inèrcia **en un mateix pla** (i,j) són iguals, el sòlid és **rotor simètric a O**

$[\mathbb{I}(\mathrm{G})]$ **?**

qualitatiu



Sòlid pla i eix 2 de simetria:

$$[\mathbb{I}(\mathrm{G})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

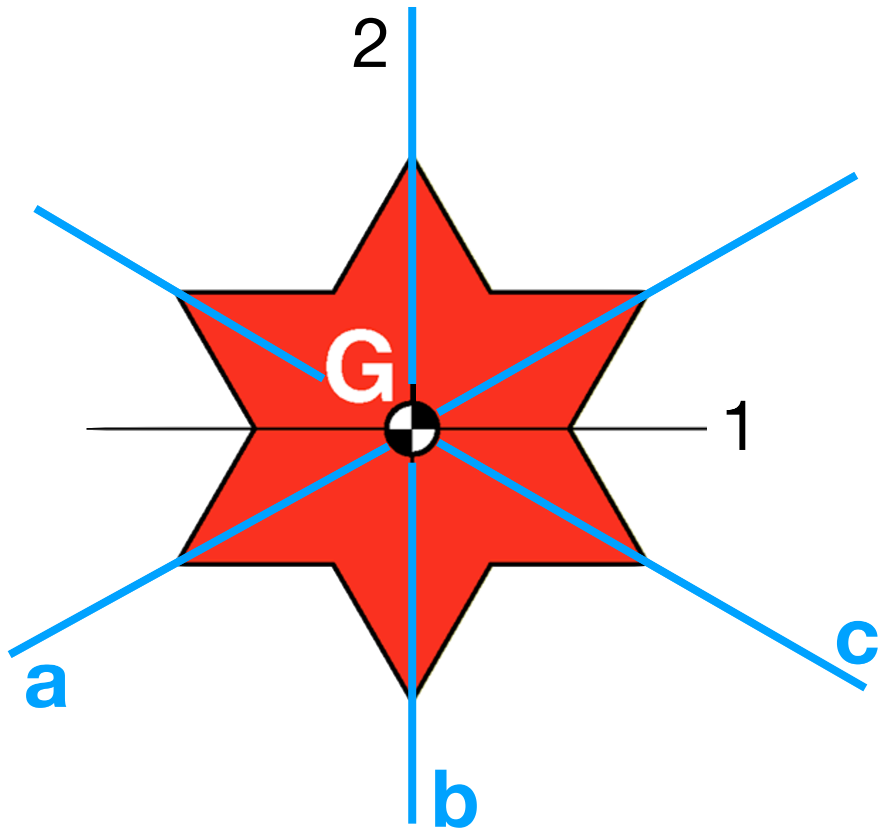
I_{11}, I_{22} ?

3 mom. inèrcia en pla (1,2) iguals

Per un punt O	Si 3 o més moments d'inèrcia **en un mateix pla** (i,j) són iguals, el sòlid és **rotor simètric a O**

$[\mathrm{II}(\mathbf{G})]$?

qualitatiu



Sòlid pla i eix 2 de simetria:

$$\left[\mathbb{I}(\mathrm{G})\right]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

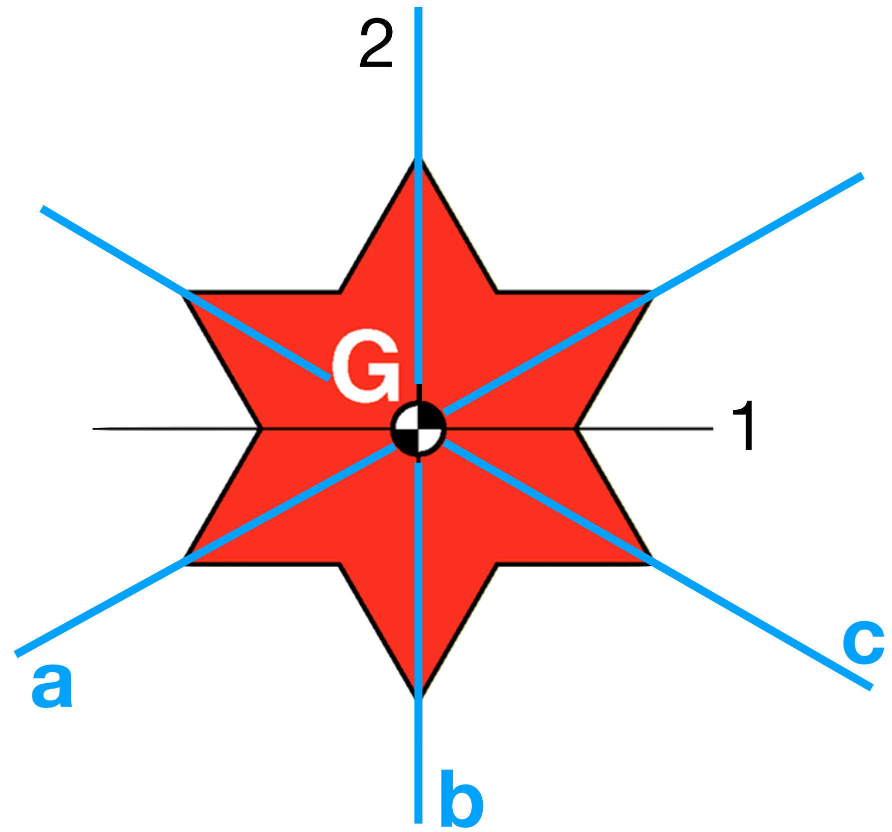
I_{11}, I_{22} ?

3 mom. inèrcia en pla (1,2) iguals

Rotor simètric a G

Per un punt O	Si 3 o més moments d'inèrcia **en un mateix pla** (i,j) són iguals, el sòlid és **rotor simètric a O**

$[\mathbb{I}(\mathrm{G})]$? qualitatiu



Sòlid pla i eix 2 de simetria:

$$[\mathbb{I}(\mathrm{G})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} ?

3 mom. inèrcia en pla (1,2) iguals

Rotor simètric a G

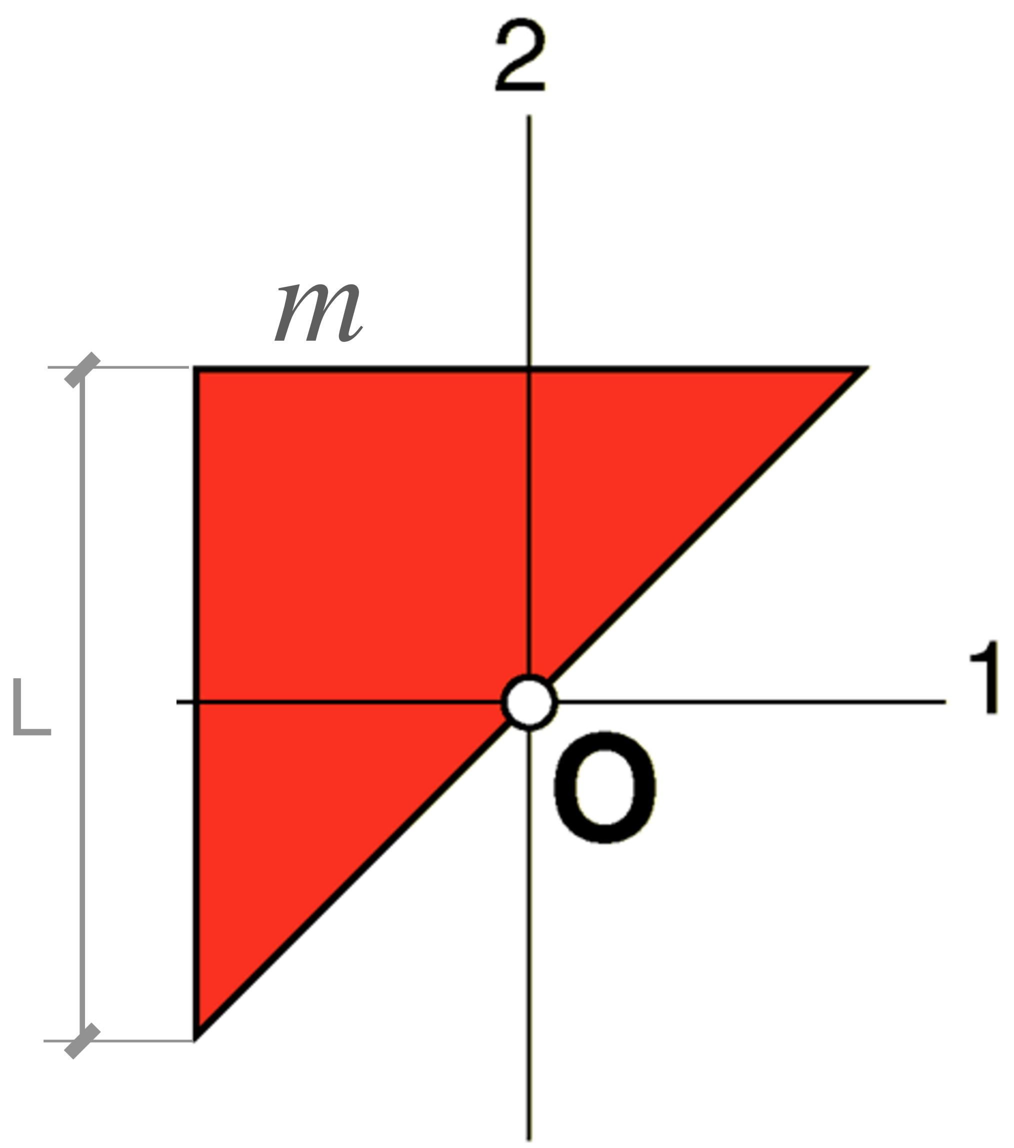
$$[\mathbb{I}(\mathrm{G})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & 2I \end{bmatrix}$$

Per un punt O | Si 3 o més moments d'inèrcia **en un mateix pla** (i,j) són iguals, el sòlid és **rotor simètric a O**

[II(O)] ?

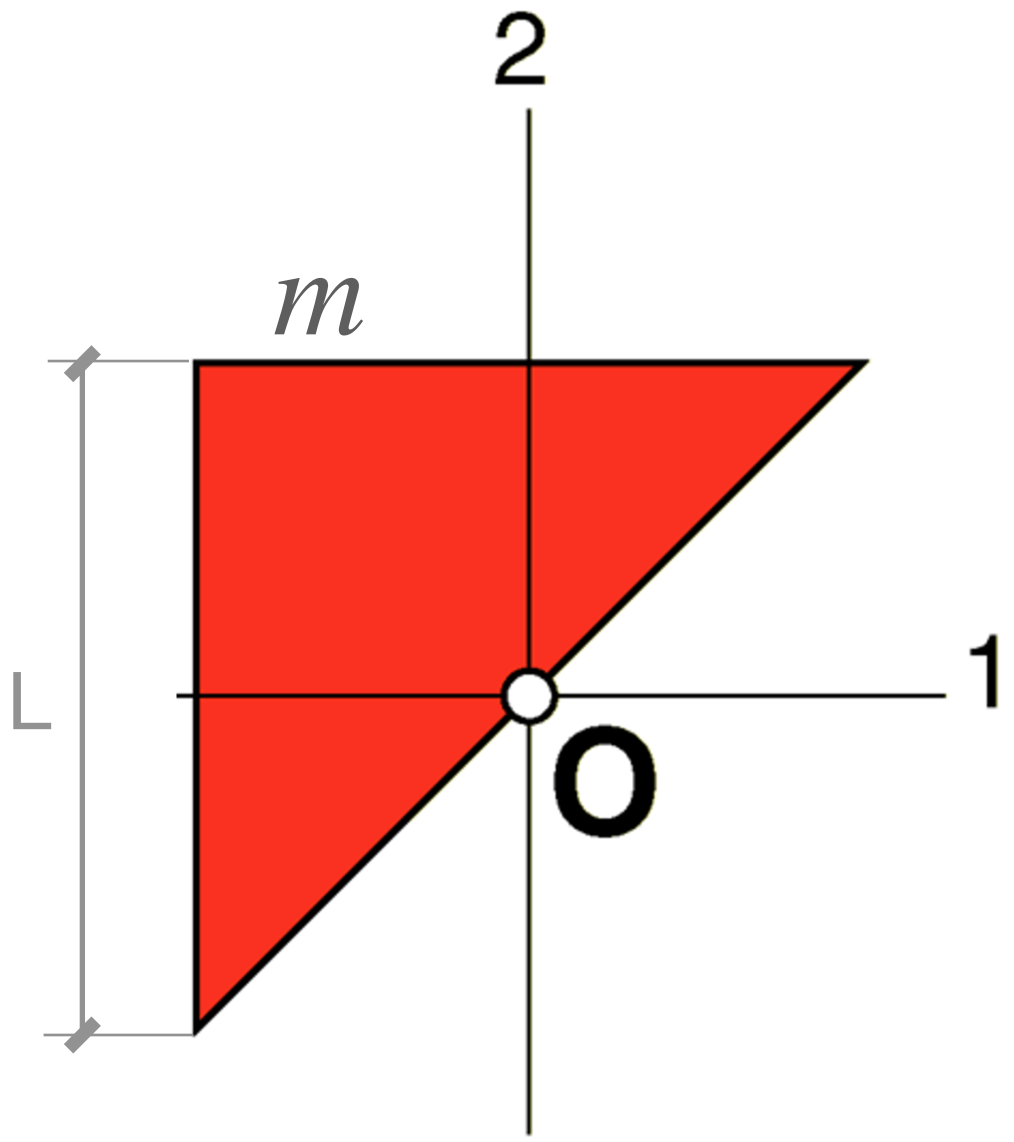
qualitatiu

quantitatiu



[II(O)] ?
qualitatiu
quantitatiu

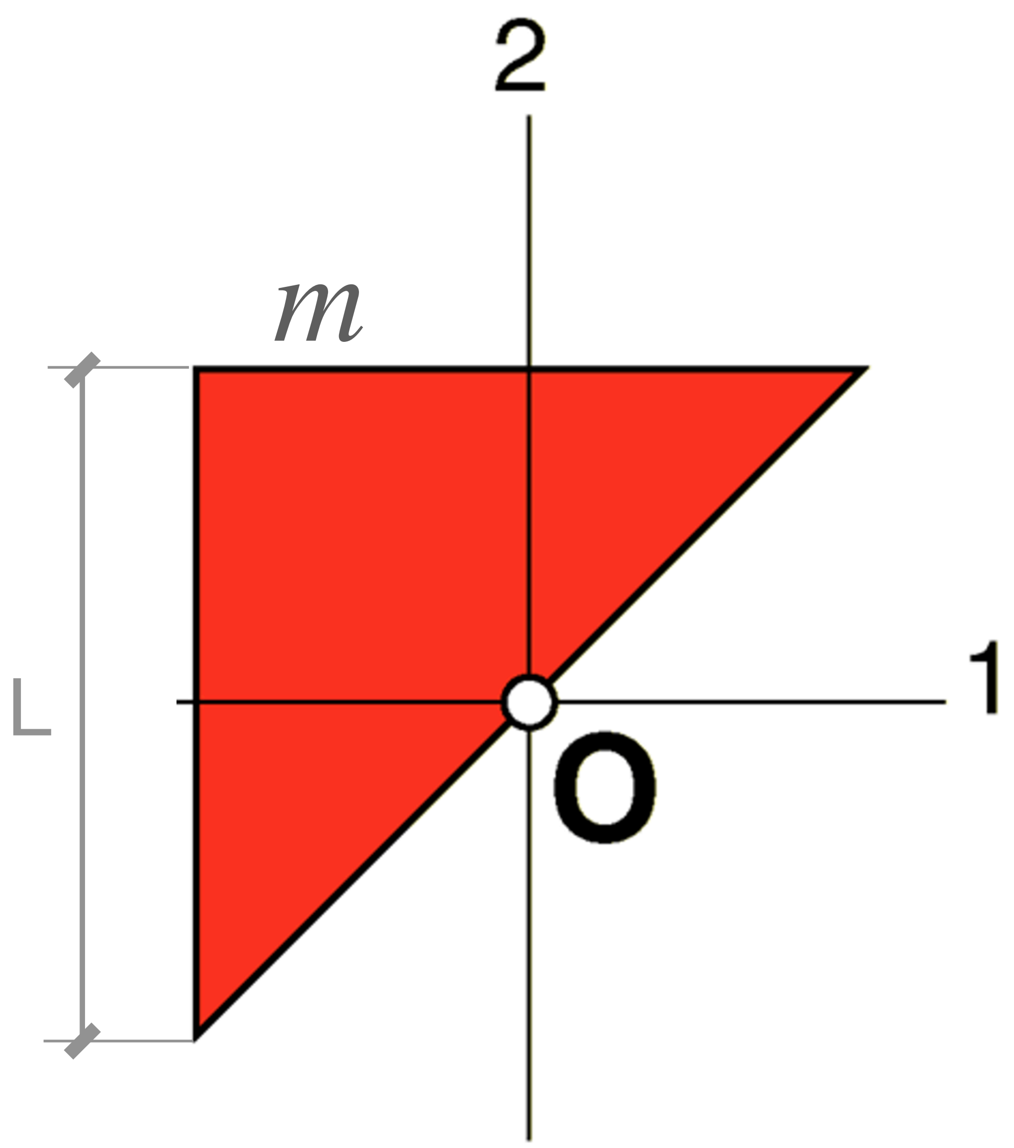
Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI



[II(O)] ?
qualitatiu
quantitatiu

Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

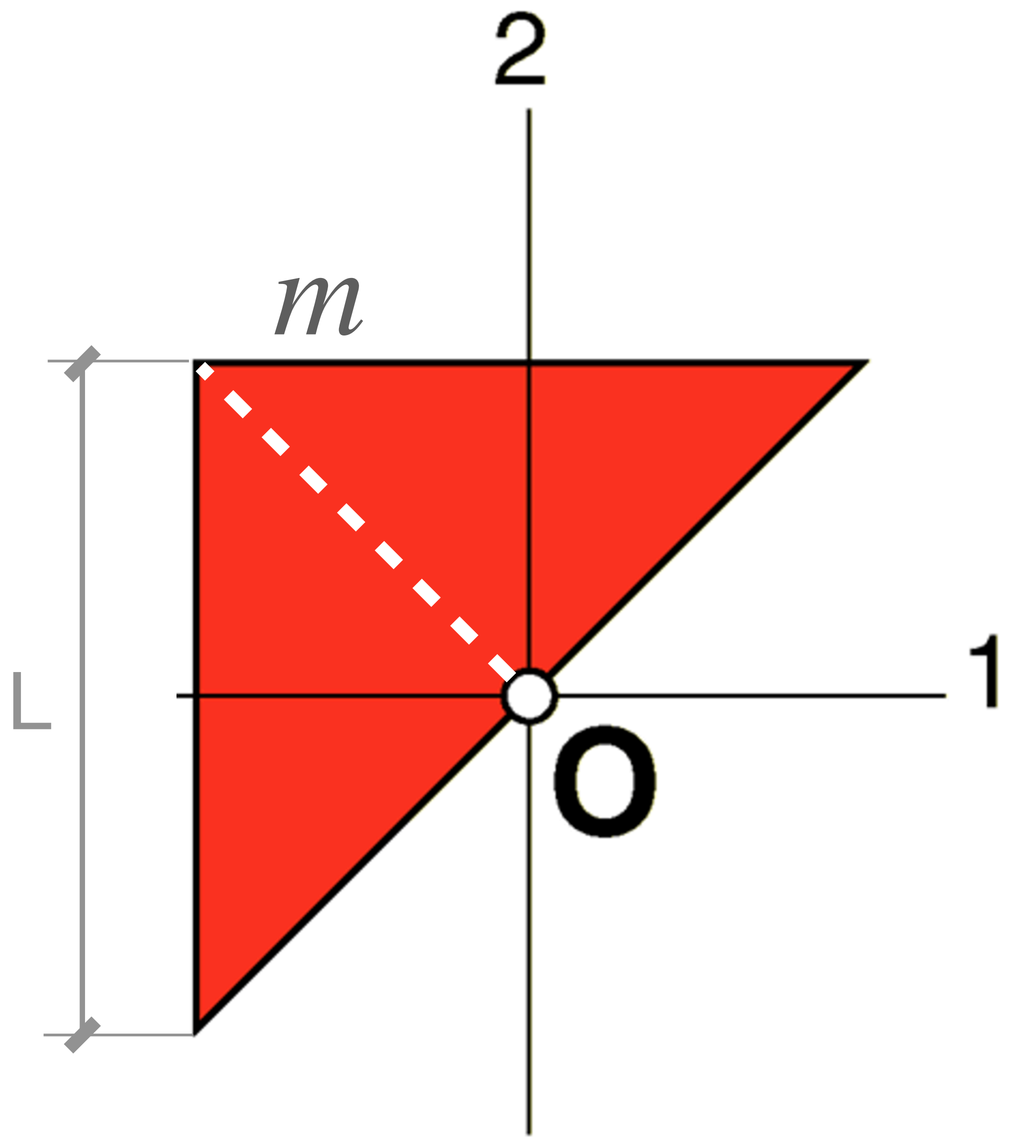
I_{12}?



[II(O)] ?
qualitatiu
quantitatiu

Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

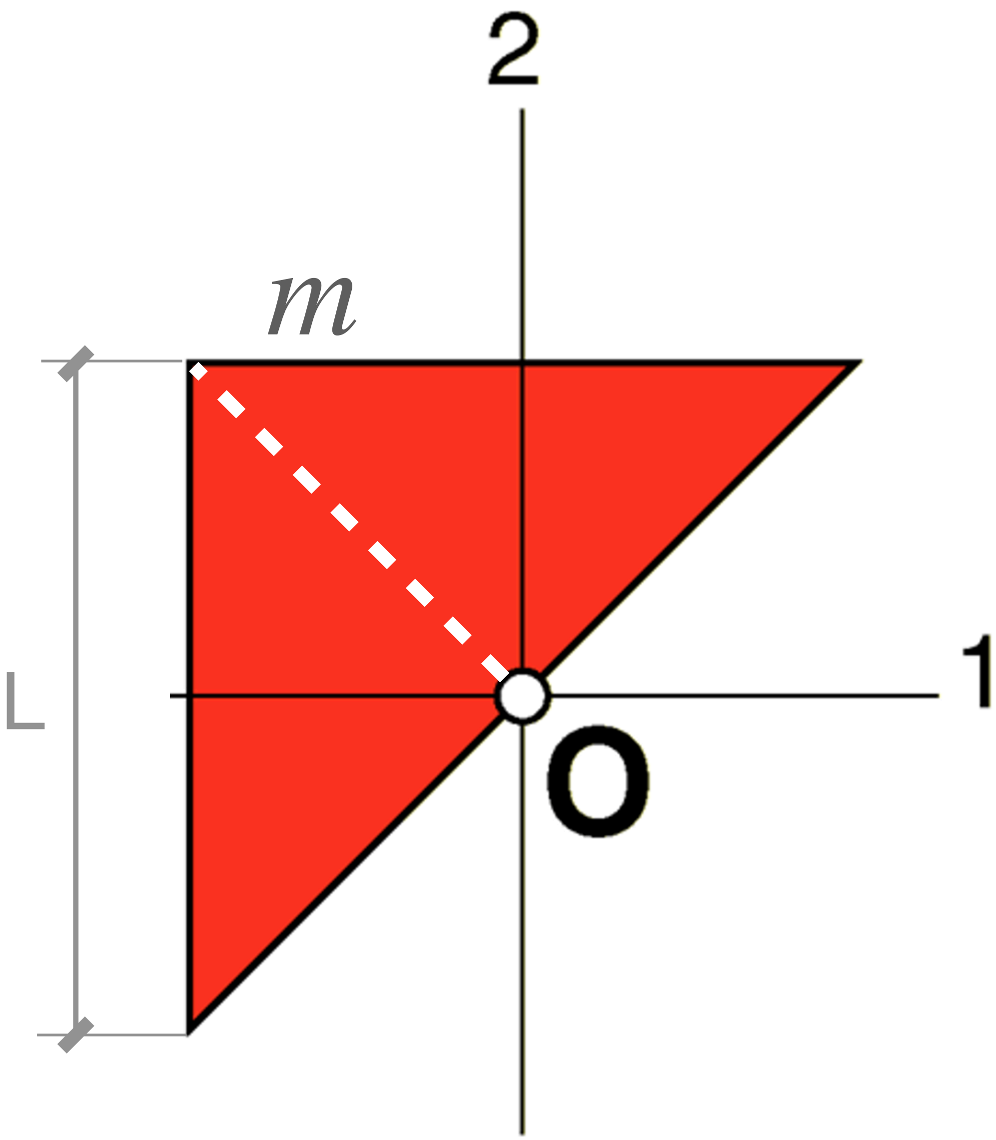
I_{12}?



[II(O)] ?
qualitatiu
quantitatiu

Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

I_{12}? $\leftarrow$ És zero!

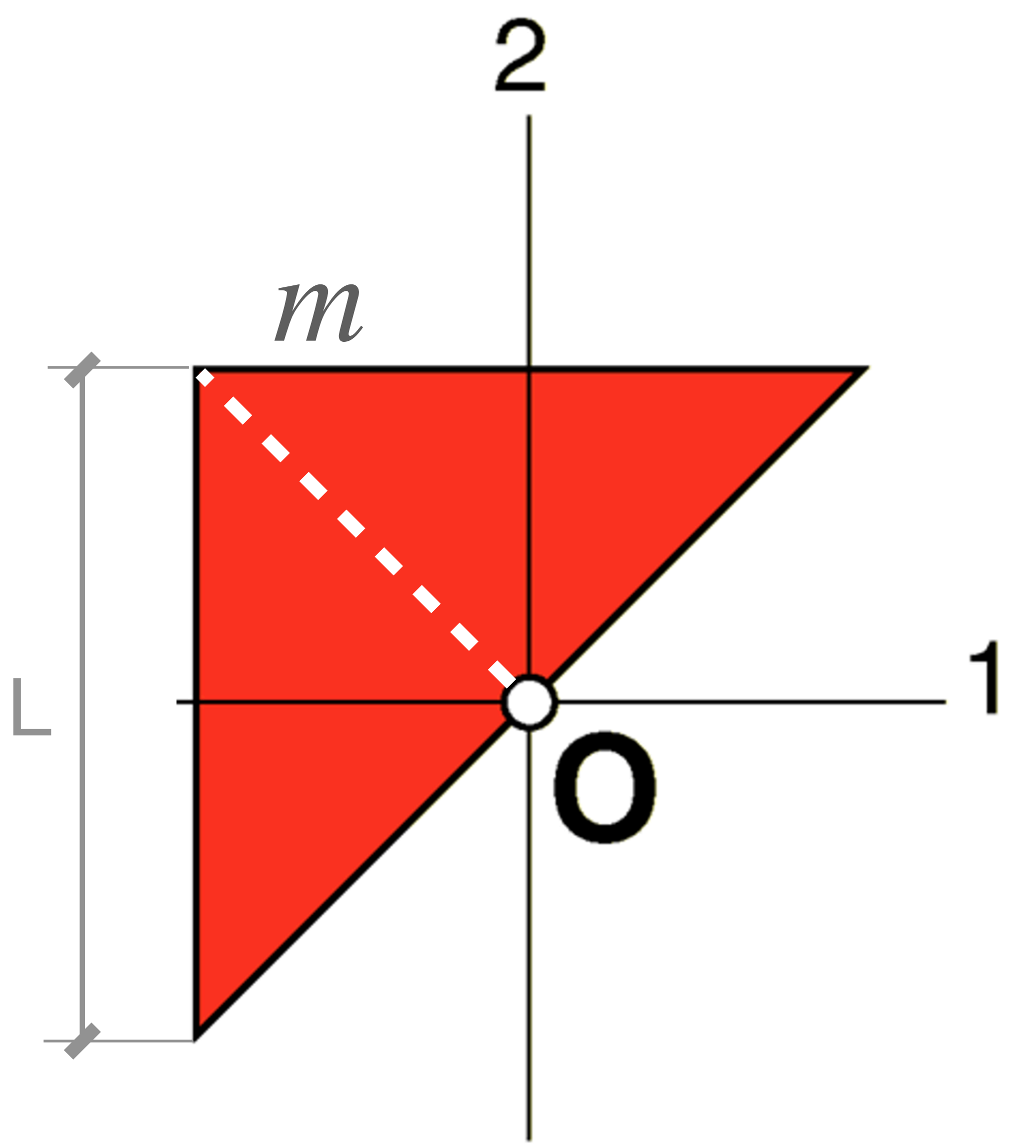


[II(O)] ?
qualitatiu
quantitatiu

Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

I_{12}? ← És zero!

$$[\mathbb{I}(O)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11} + I_{22} \end{bmatrix}$$



[II(O)] **?**
qualitatiu
quantitatiu

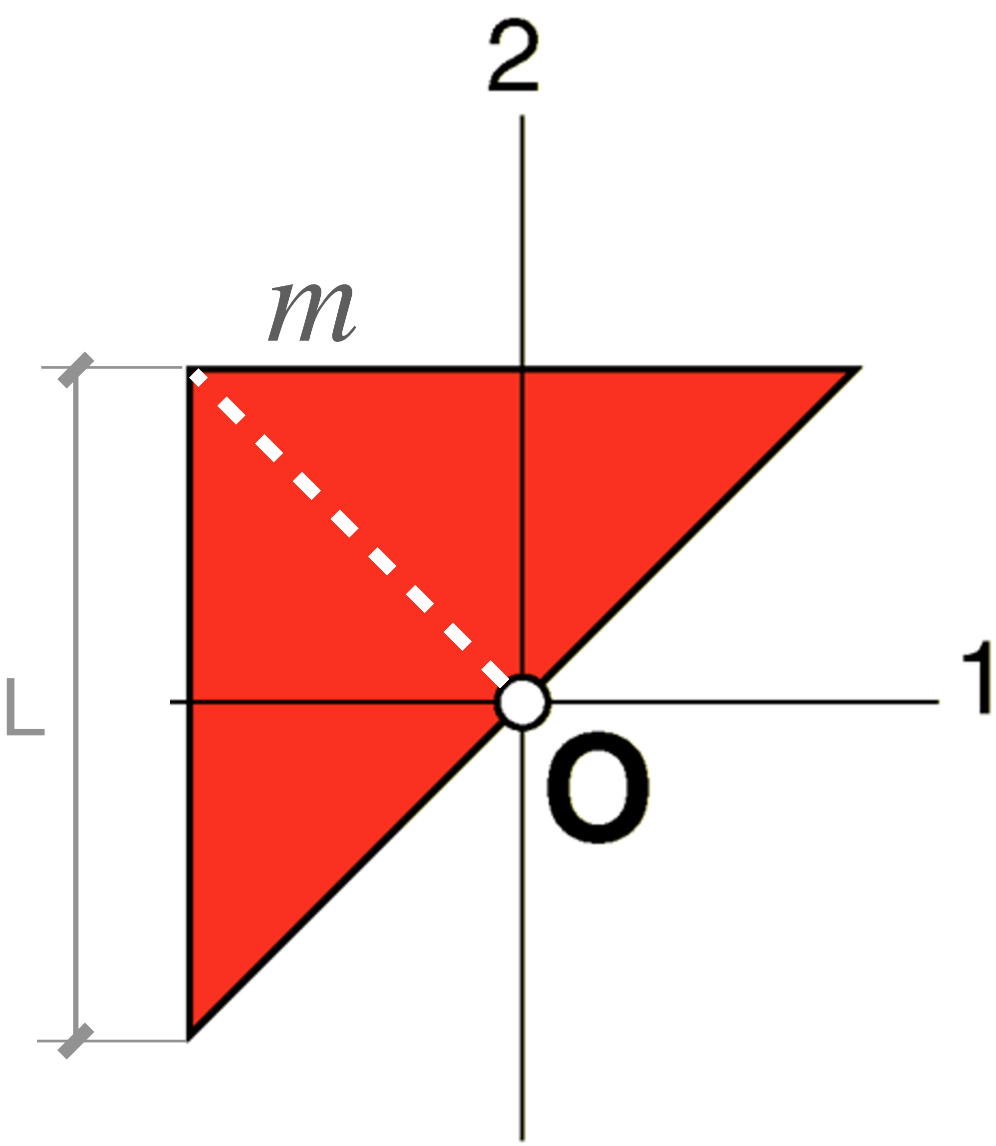


Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

I_{12}? $\leftarrow$ És zero!

$$[\mathbb{I}(O)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} **?**

[II(O)] ?
qualitatiu
quantitatiu

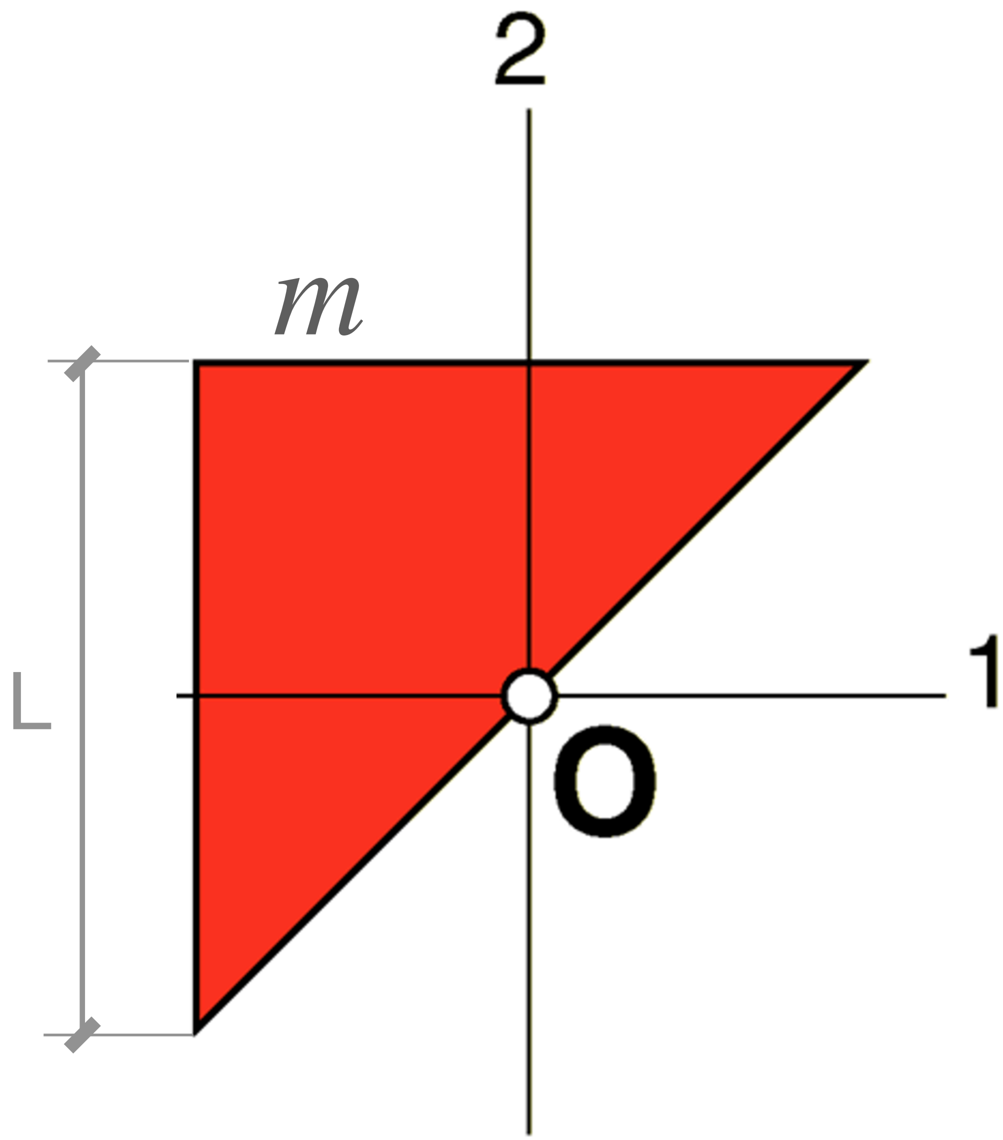


Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

I_{12}? ← És zero!

$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} **?**

[II(O)] ?
qualitatiu
quantitatiu

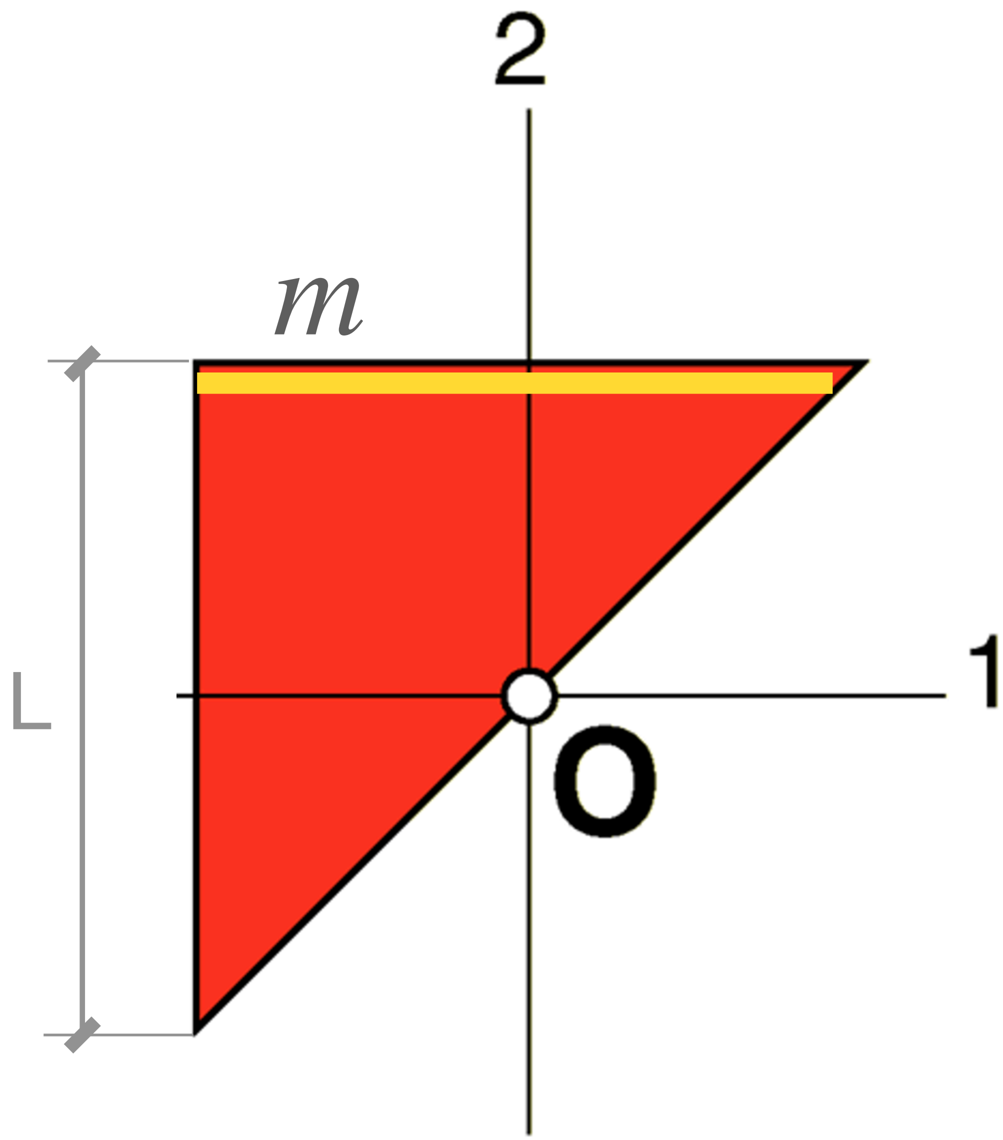


Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

I_{12}? $\leftarrow$ És zero!

$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} **?**

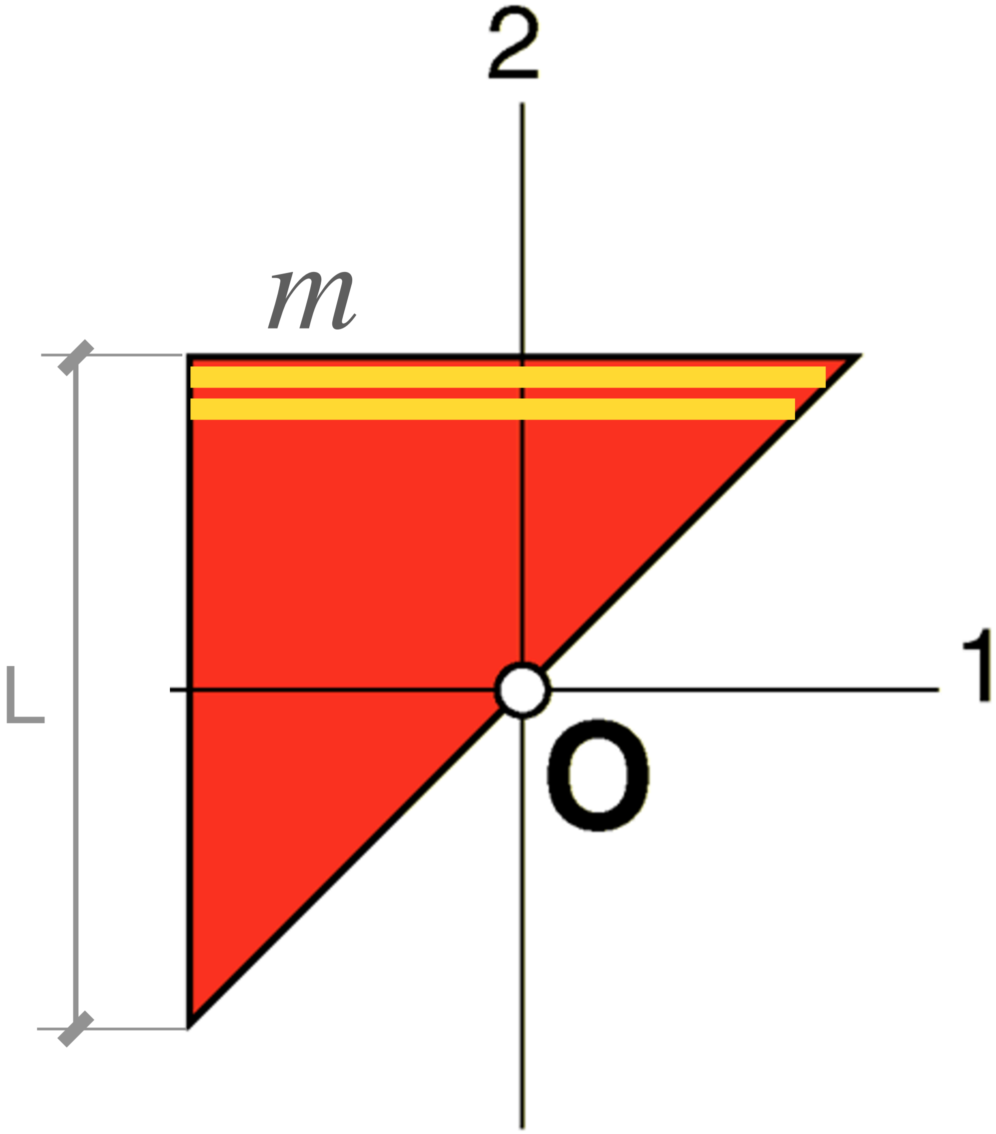
$[\mathrm{II}(\mathbf{O})]$ **?**

qualitatiu

quantitatiu

Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

$I_{12}?$ $\leftarrow$ És zero!



$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} **?**

$[\mathrm{II}(\mathrm{O})]$?

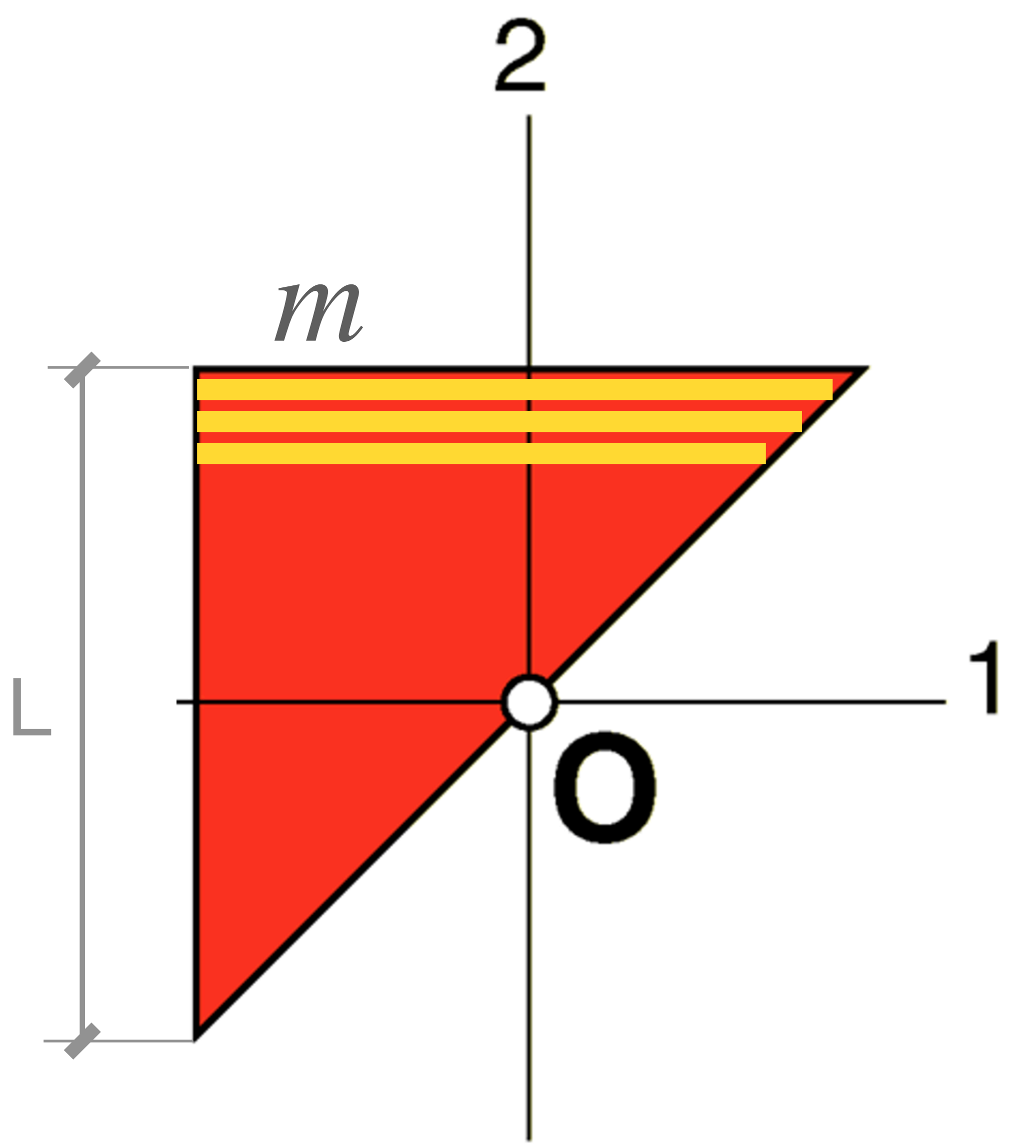
qualitatiu

quantitatiu

Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

$I_{12}?$ $\leftarrow$ És zero!

$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$



I_{11}, I_{22} **?**

$[\mathbb{I}(O)]$ **?**

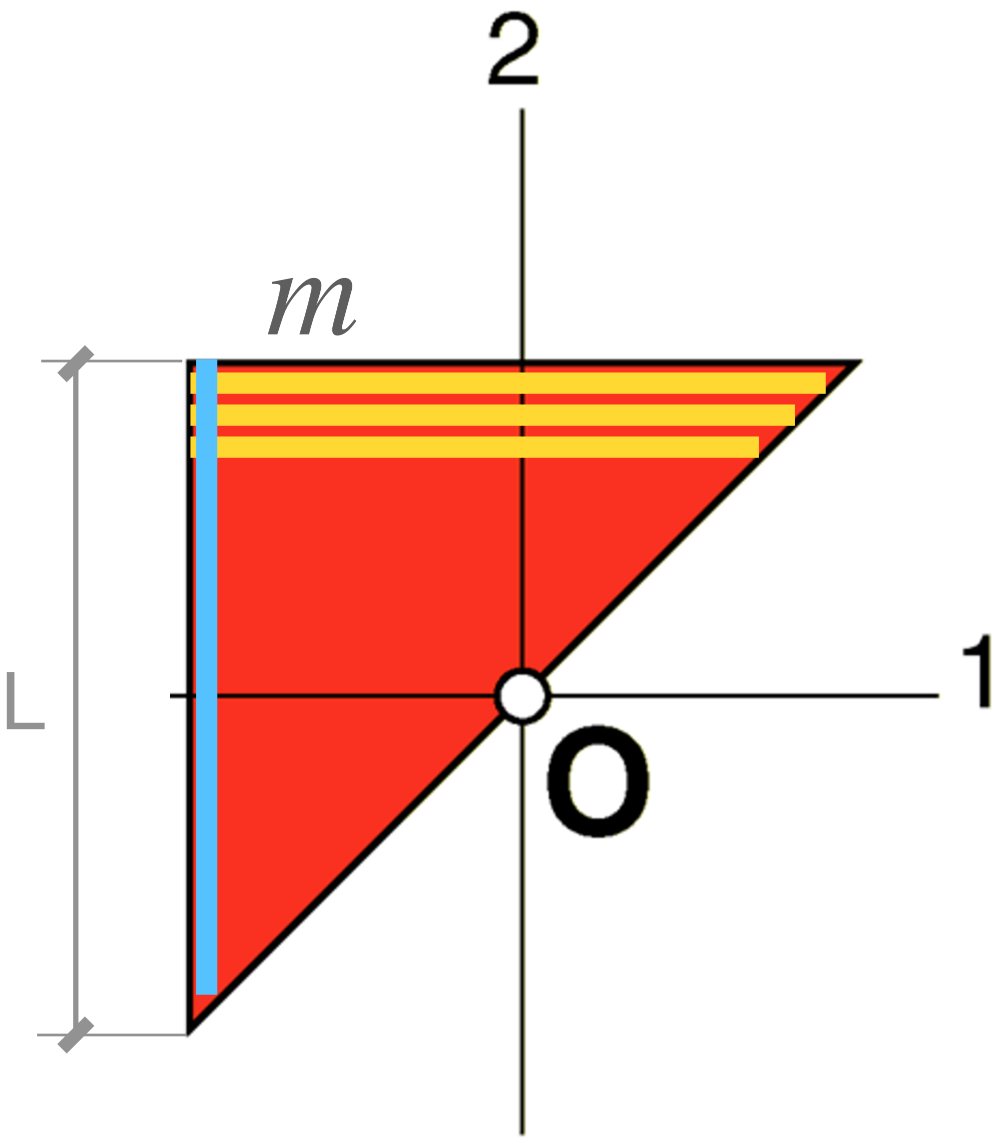
qualitatiu

quantitatiu

Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

I_{12}? $\leftarrow$ És zero!

$$[\mathbb{I}(O)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$



I_{11}, I_{22} **?**

$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]$ **?**

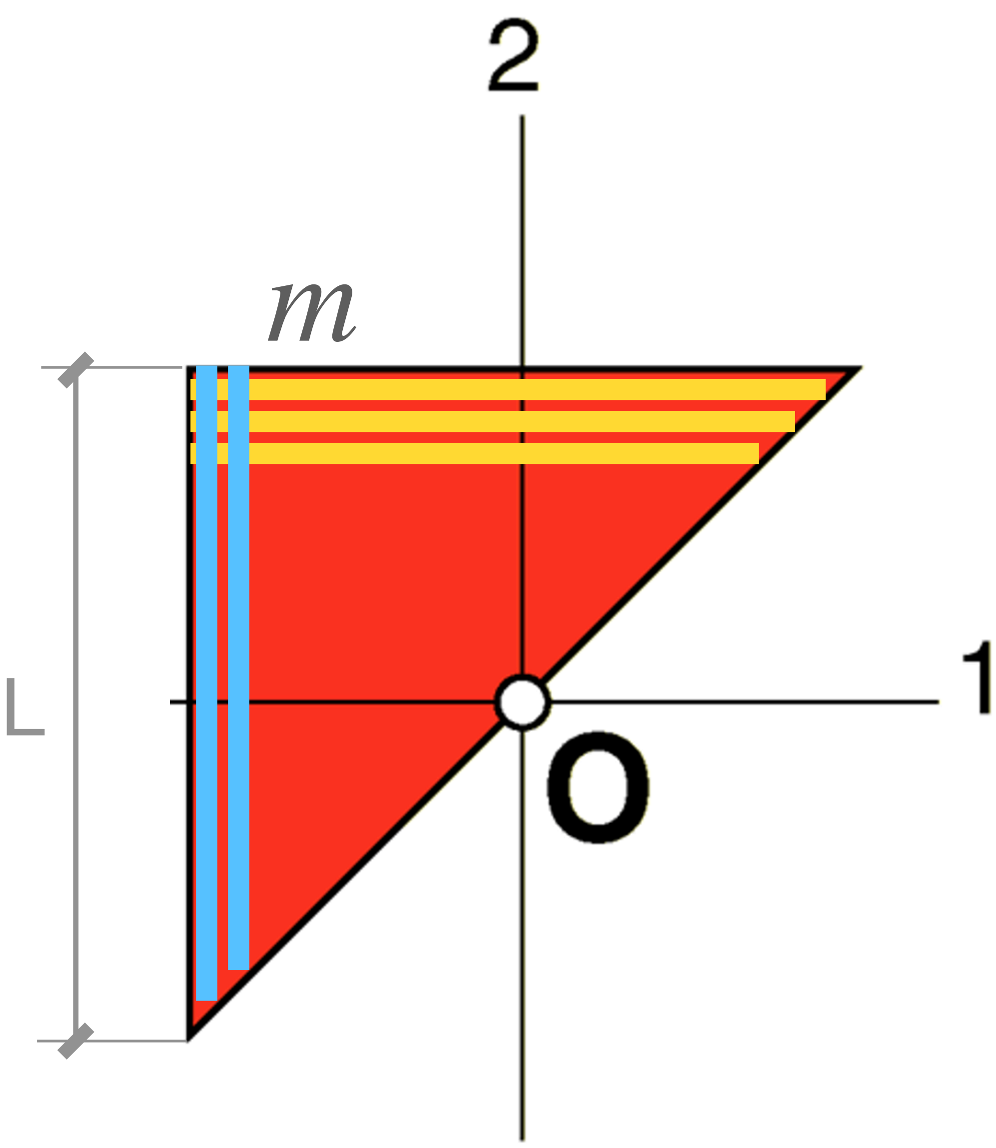
qualitatiu

quantitatiu

Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

$I_{12}?$ ← És zero!

$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$



I_{11}, I_{22} **?**

$[\mathbb{I}(O)]$?

qualitatiu

quantitatiu

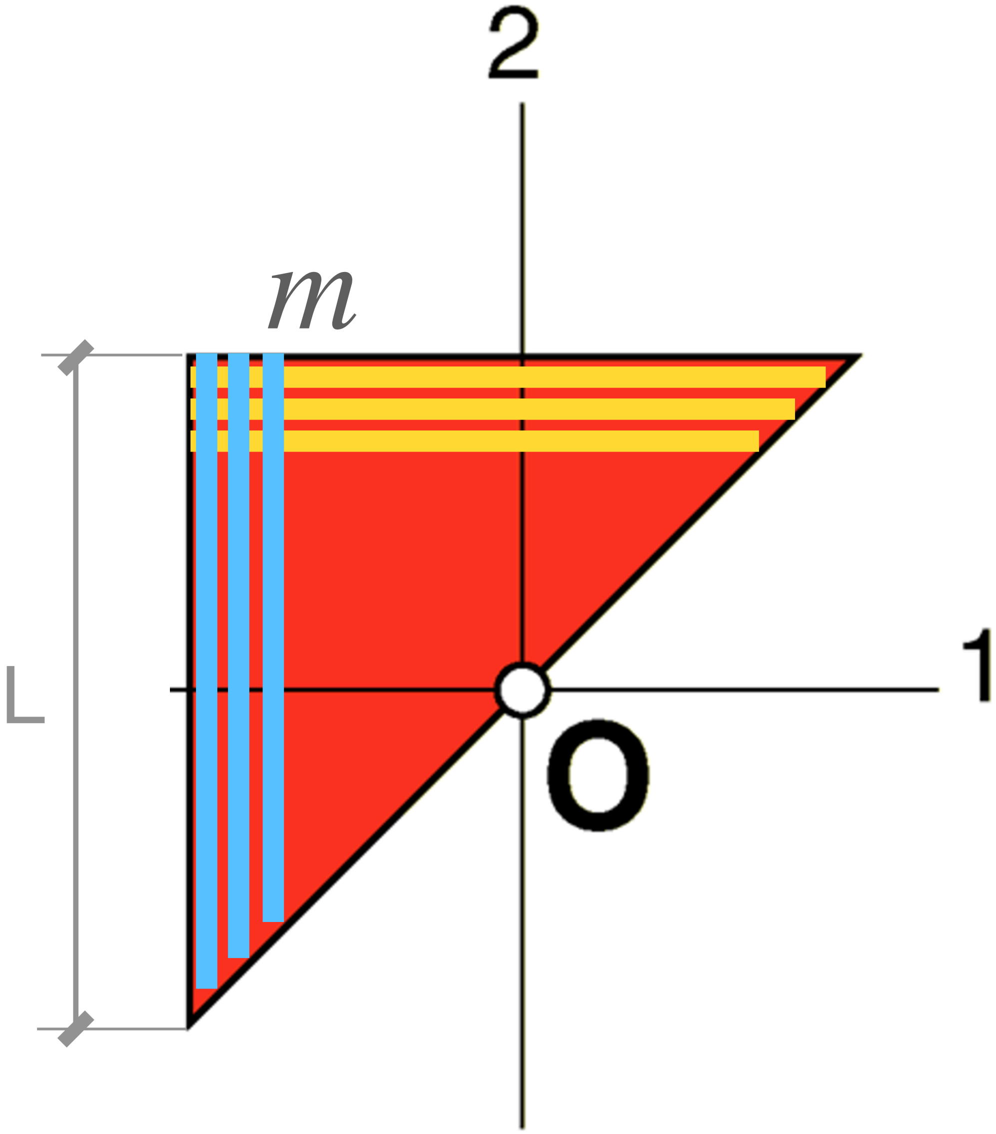


Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

I_{12}? $\leftarrow$ És zero!

$$[\mathbb{I}(O)]_B = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

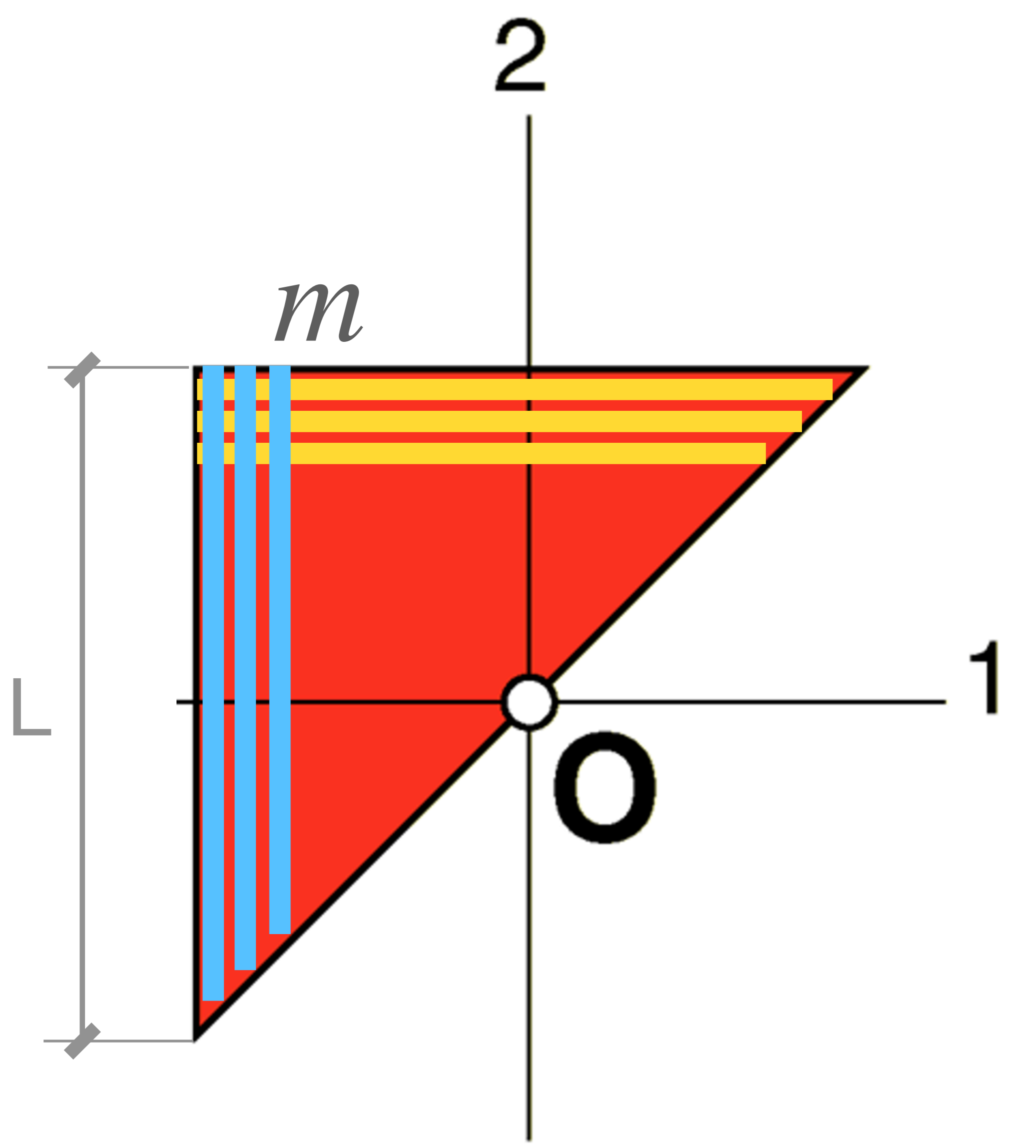
I_{11}, I_{22} **?**

[II(O)] ?
qualitatiu
quantitatiu

Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

I_{12}? ← És zero!

$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$



I_{11}, I_{22} **?** ← Són iguals!

[II(O)] ?

qualitatiu

quantitatiu

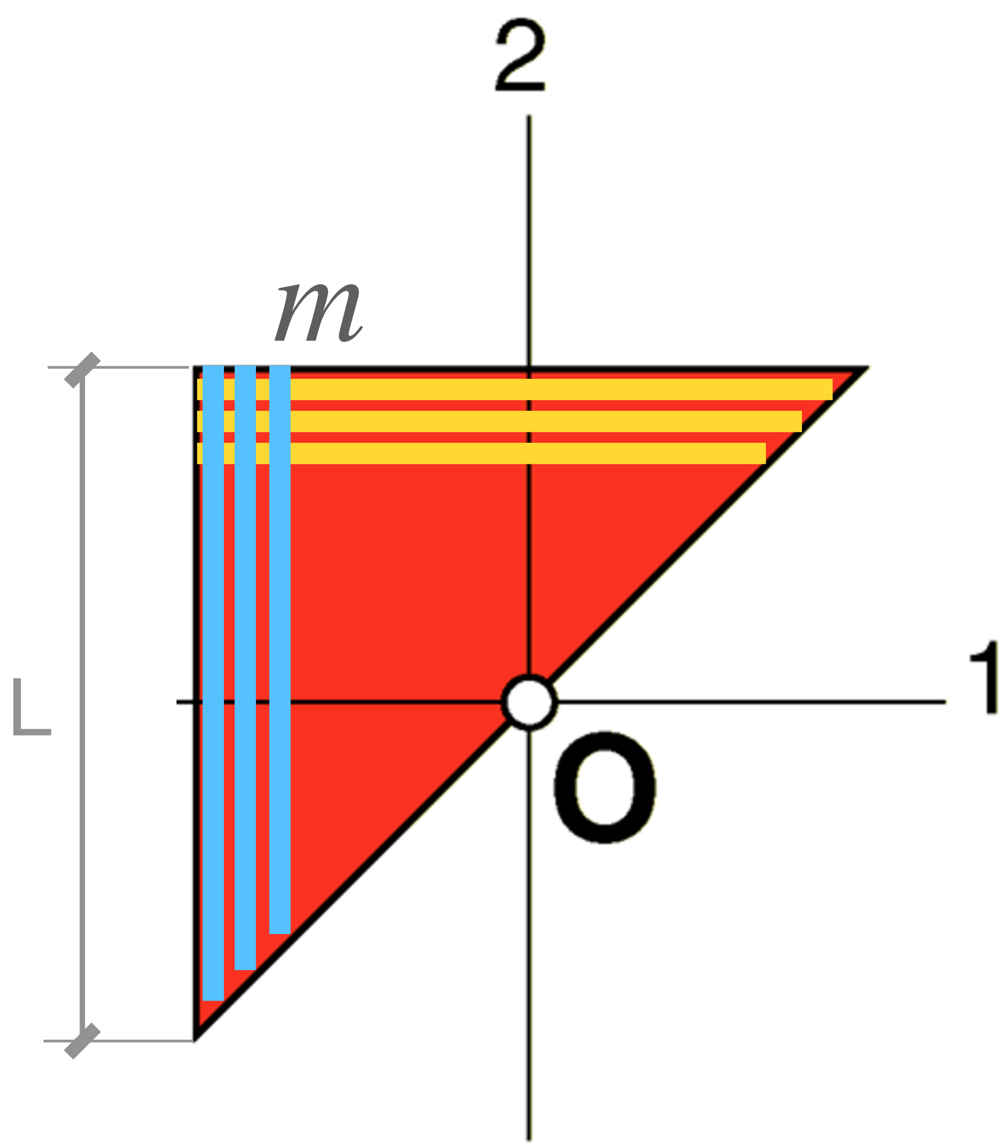


Fig. plana $\Longrightarrow$ 3 és DPI

I_{12}? ← És zero!

$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{11}+I_{22} \end{bmatrix}$$

I_{11}, I_{22} **?** ← Són iguals!

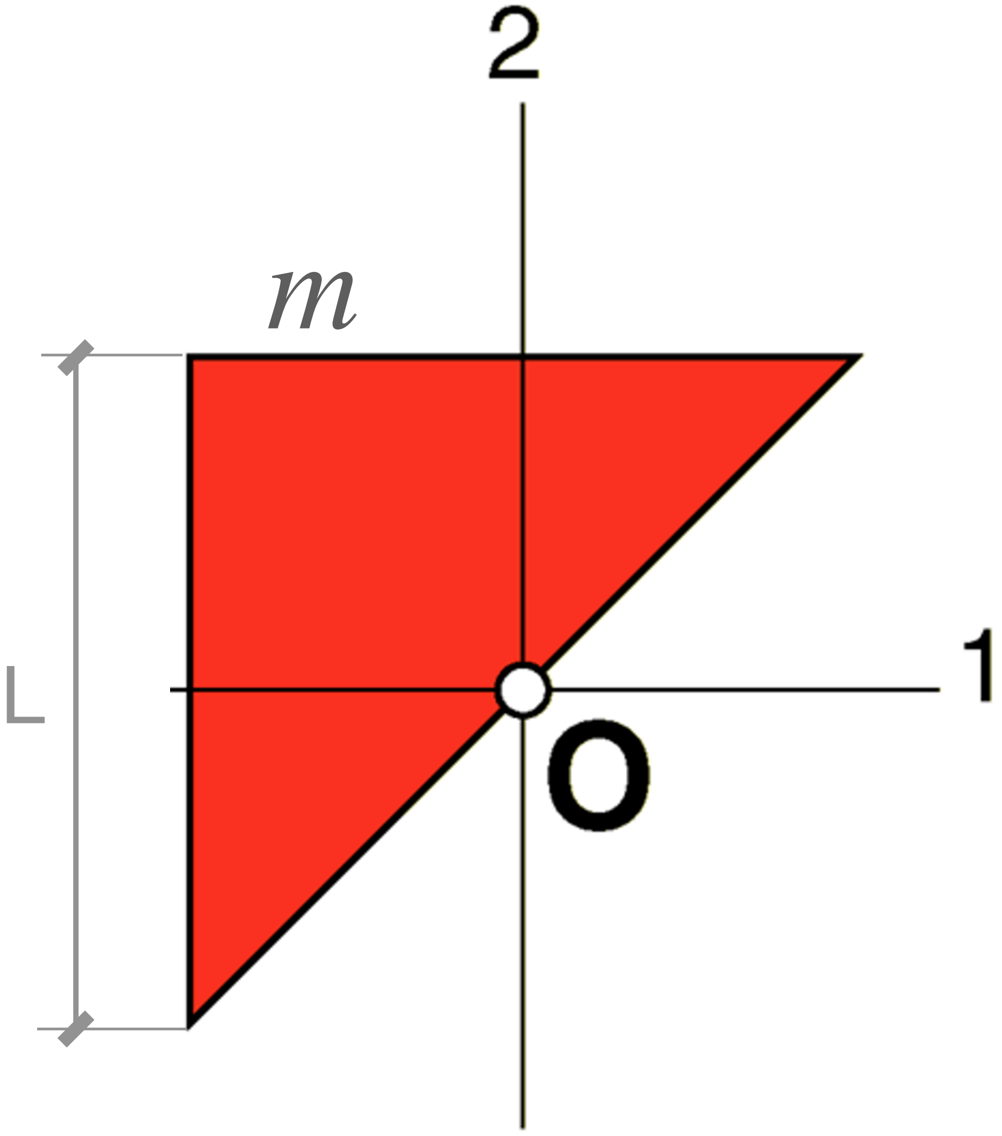
$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & 2I \end{bmatrix}$$

Rotor simètric a O

$[\mathrm{II}(\mathbf{O})]$?

qualitatiu

quantitatiu



$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_B = \begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & 2I \end{bmatrix}$$

Rotor simètric a O

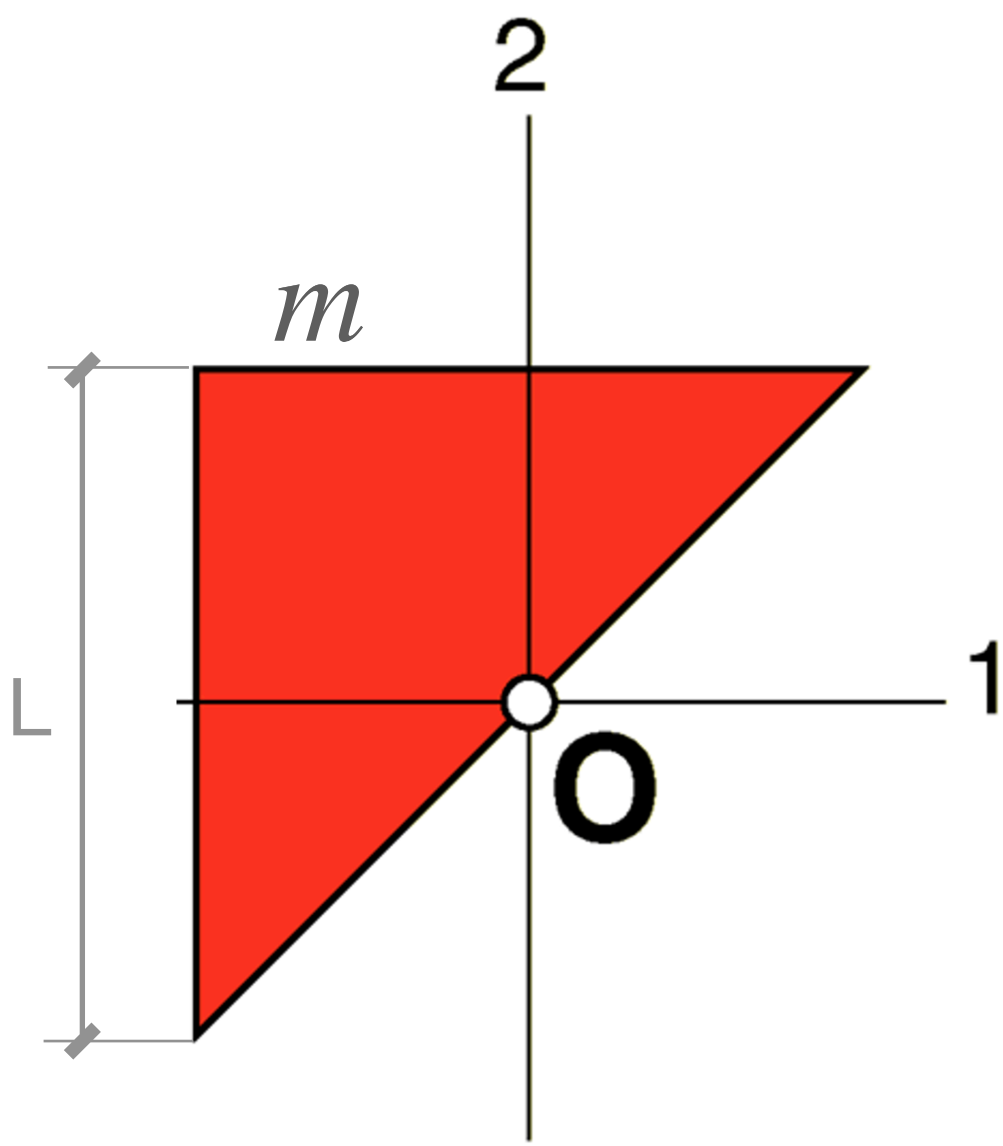
$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]$?

qualitatiu

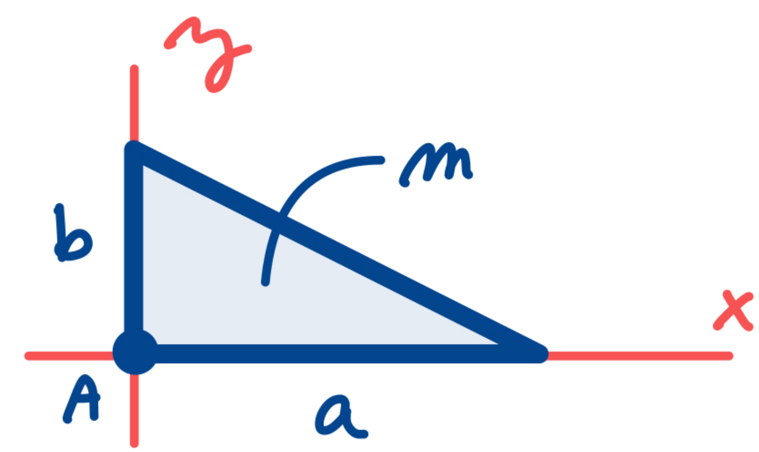
quantitatiu

$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_B = \begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & 2I \end{bmatrix}$$

Rotor simètric a O

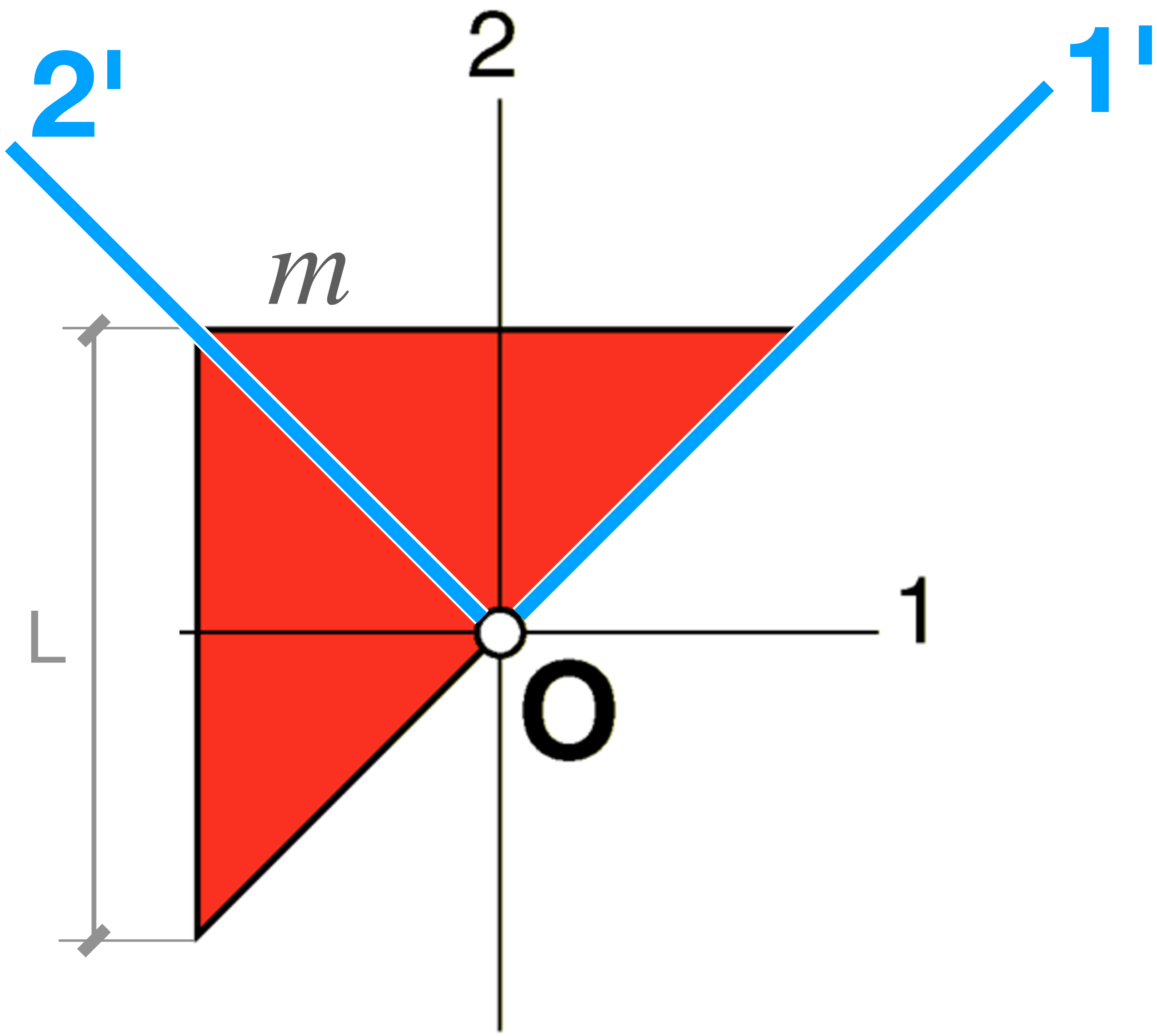


Taula



$$\mathbb{I}(A) = \begin{cases} I_{xx} = \frac{1}{6} m b^2 \\ I_{xy} = -\frac{1}{12} m a b \end{cases}$$

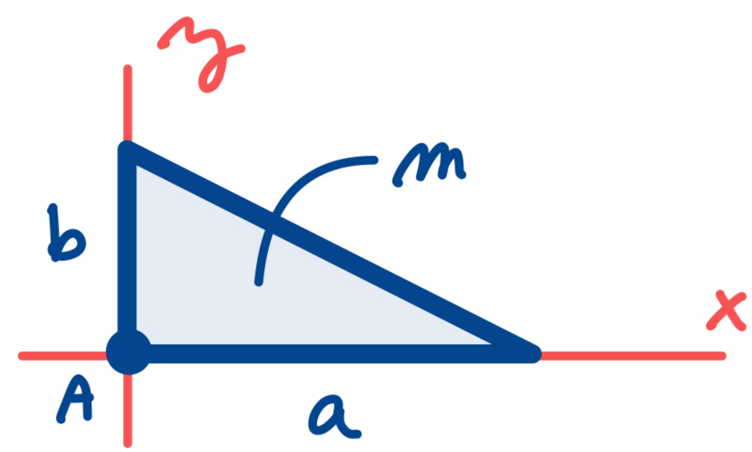
[II(O)] ?
qualitatiu
quantitatiu



$$[\mathbb{I}(O)]_B = \begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & 2I \end{bmatrix}$$

Rotor simètric a O

Taula

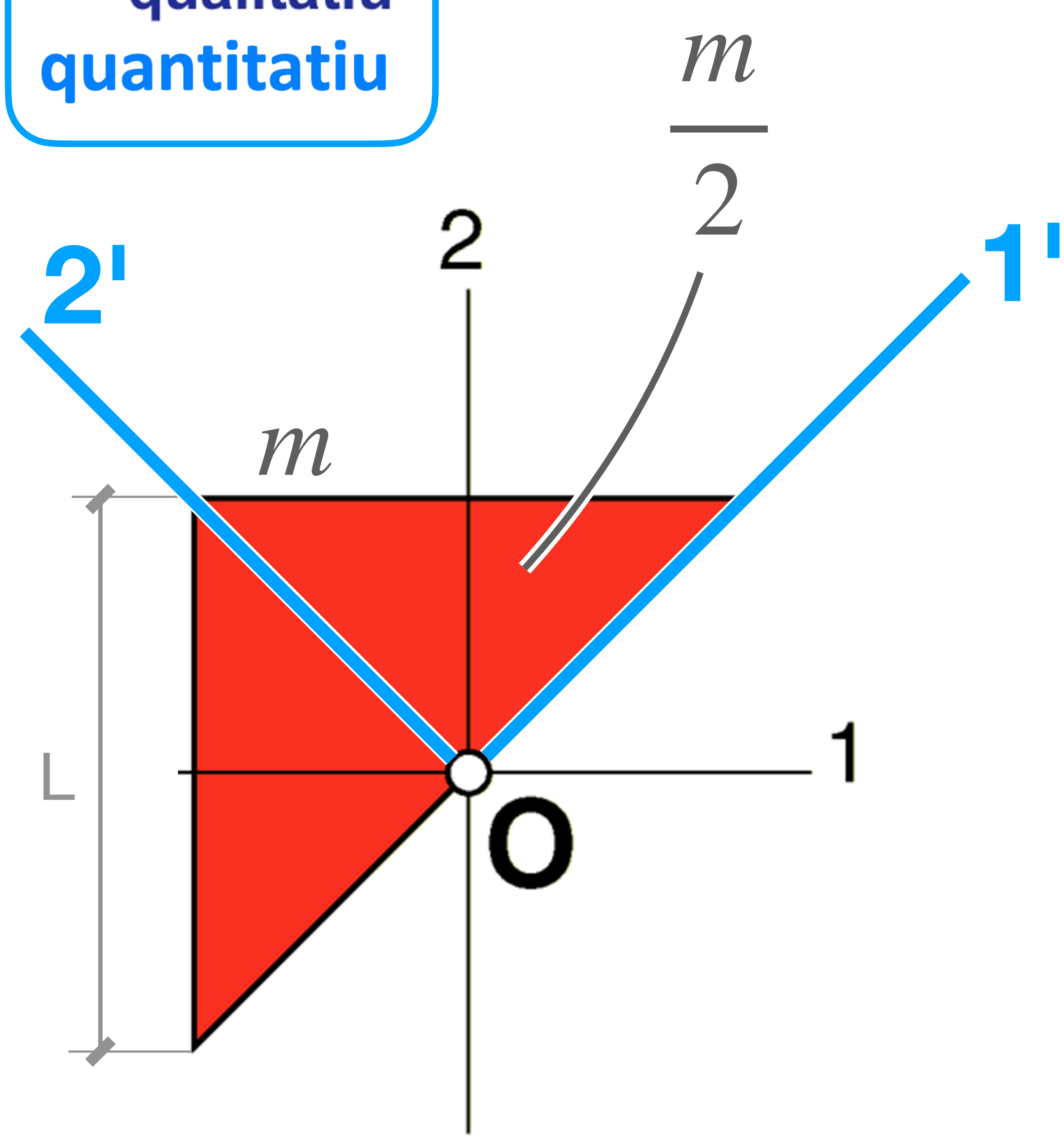


$$\mathbb{I}(A) = \begin{cases} I_{xx} = \frac{1}{6} m b^2 \\ I_{xy} = -\frac{1}{12} m a b \end{cases}$$

$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]$ **?**

qualitatiu

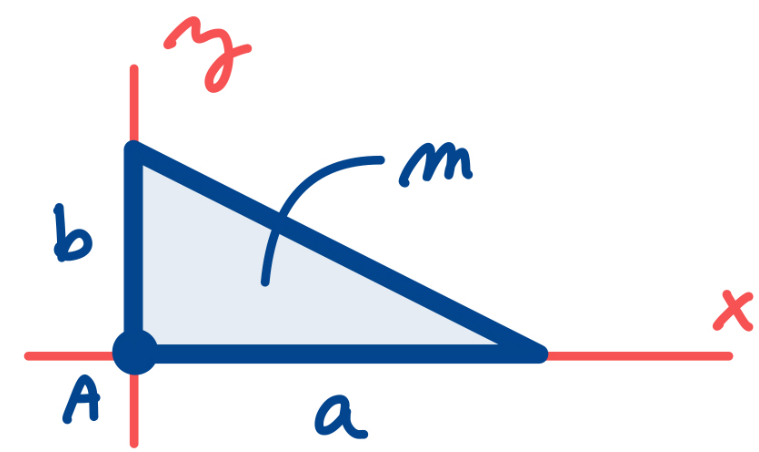
quantitatiu



$$[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & 2I \end{bmatrix}$$

Rotor simètric a O

Taula

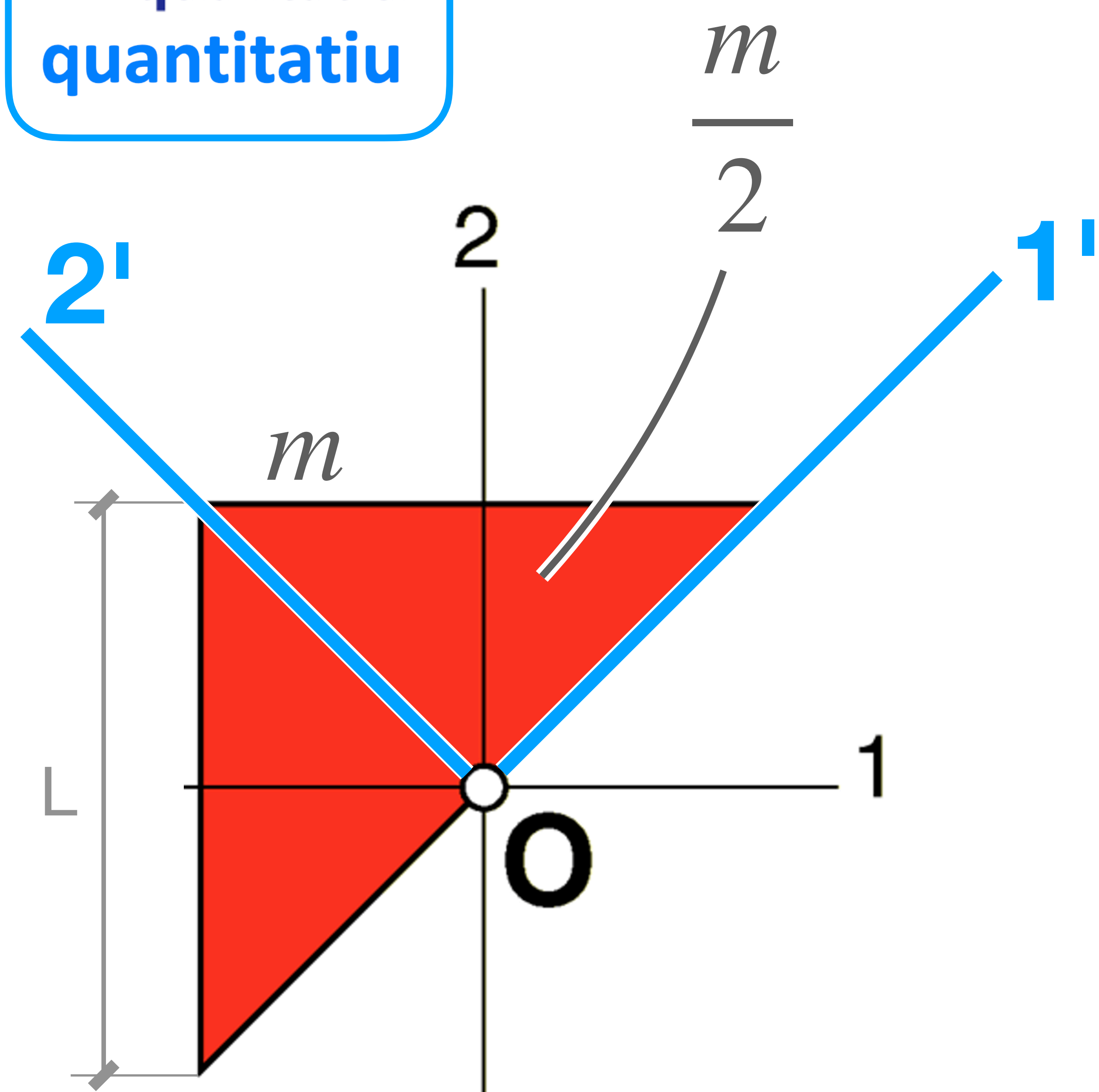


$$\mathbb{I}(A) = \begin{cases} I_{xx} = \frac{1}{6} m b^2 \\ I_{xy} = -\frac{1}{12} m a b \end{cases}$$

[II(O)] ?

qualitatiu

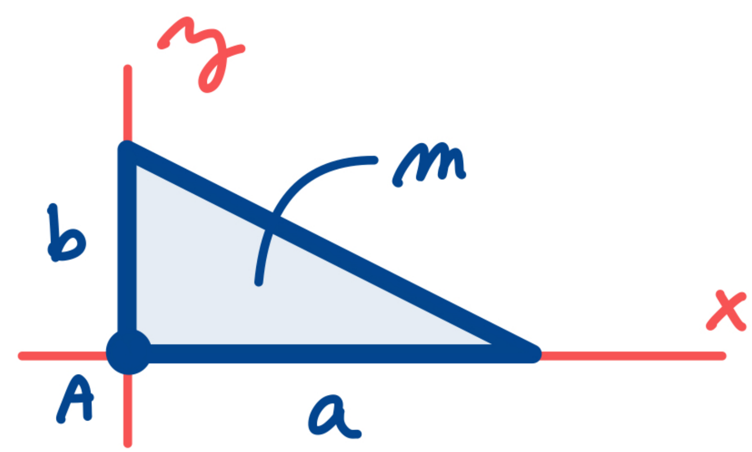
quantitatiu



$$[\mathrm{II}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & 2I \end{bmatrix}$$

Rotor simètric a O

Taula

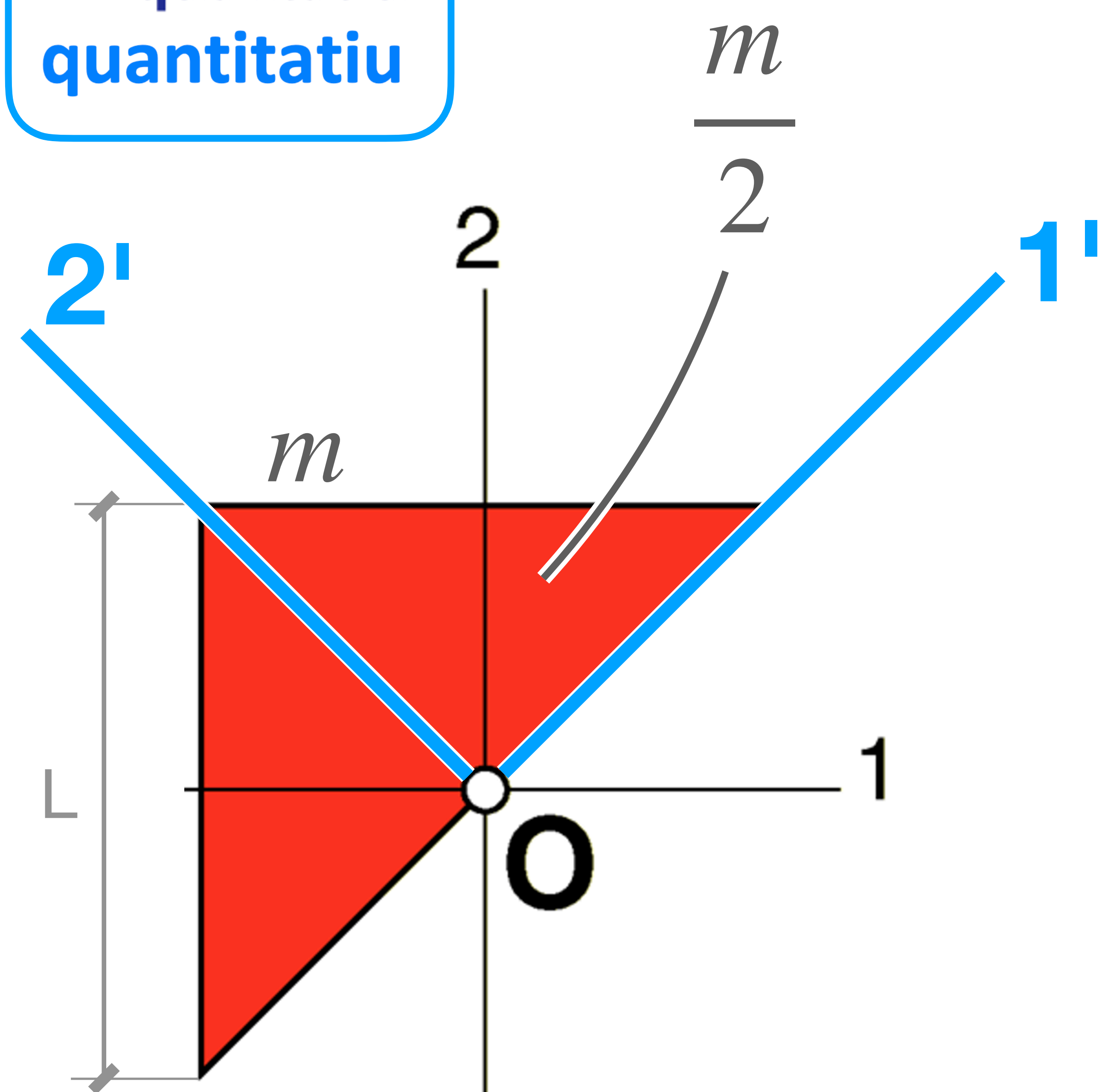


$$\mathrm{II}(A) = \begin{cases} I_{xx} = \frac{1}{6} m b^2 \\ I_{xy} = -\frac{1}{12} m a b \end{cases}$$

$[\mathrm{II}(\mathrm{O})]$?

qualitatiu

quantitatiu

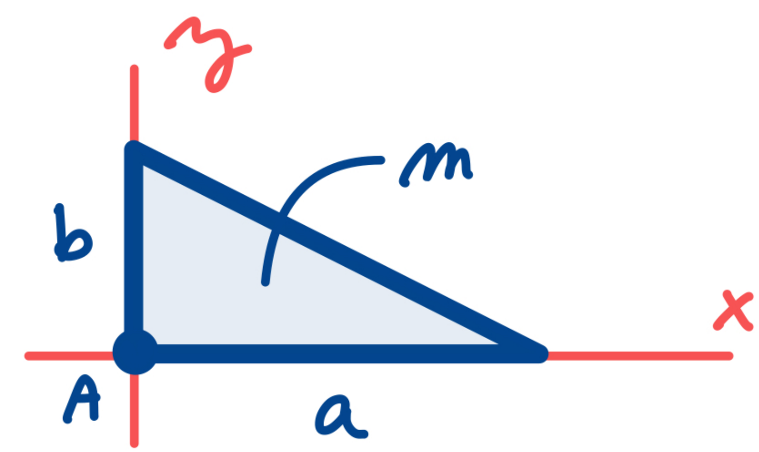


$$I = 2\left[\frac{1}{6}\frac{m}{2}\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^2\right]$$

$$[\mathrm{II}(\mathrm{O})]_{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & 2I \end{bmatrix}$$

Rotor simètric a O

Taula

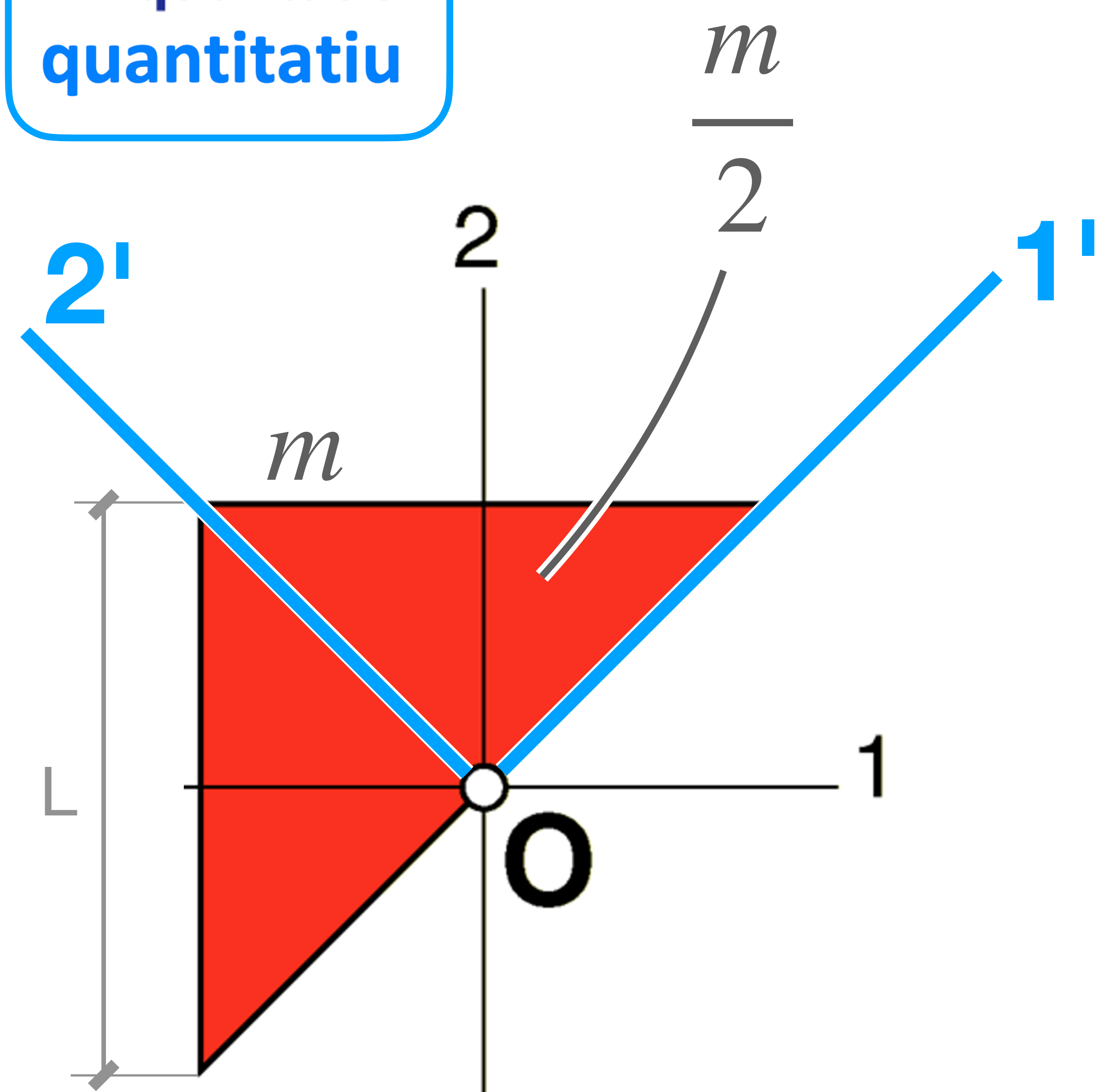


$$\mathrm{II}(A) = \begin{cases} I_{xx} = \frac{1}{6} m b^2 \\ I_{xy} = -\frac{1}{12} m a b \end{cases}$$

[II(O)] ?

qualitatiu

quantitatiu

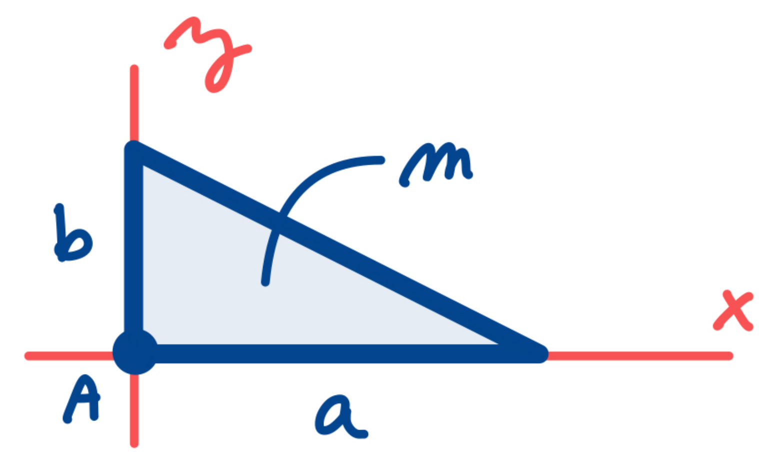


$$
I = 2\left[\frac{1}{6}\frac{m}{2}\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^2\right] = \frac{mL^2}{12}
$$

$$
[\mathbb{I}(\mathrm{O})]_B = \begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & 2I \end{bmatrix}
$$

Rotor simètric a O

Taula



$$
\mathbb{I}(A) = \begin{cases} I_{xx} = \frac{1}{6} m b^2 \\ I_{xy} = -\frac{1}{12} mab \end{cases}
$$

Teorema de Steiner

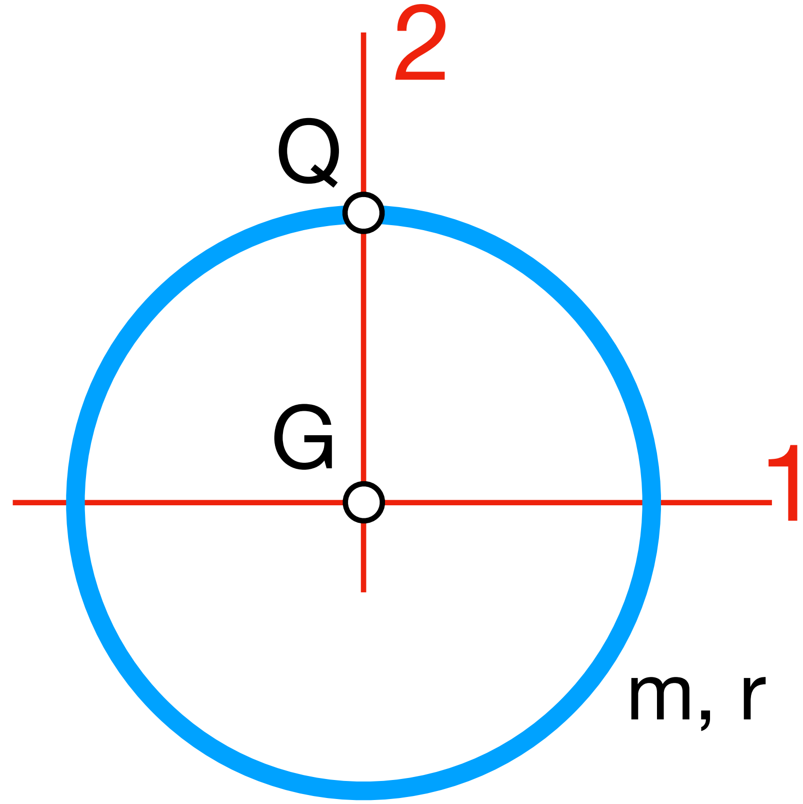
$$\underbrace{\mathbb{I}(Q)}_{\substack{\text{Tensor} \\ \text{per al} \\ \text{punt } \mathbf{Q}}} = \underbrace{\mathbb{I}(G)}_{\substack{\text{Tensor per} \\ \text{al centre} \\ \text{d'inèrcia } \mathbf{G}}} + \underbrace{\mathbb{I}^{\oplus}(Q)}_{\substack{\text{Tensor per a } \mathbf{Q} \\ \text{suposant massa sòlid} \\ \text{concentrada a } \mathbf{G}}}$$

Teorema de Steiner

$$\underbrace{\mathbb{I}(Q)}_{\text{Tensor per al punt } \mathbf{Q}} = \underbrace{\mathbb{I}(G)}_{\text{Tensor per al centre d'inèrcia } \mathbf{G}} + \underbrace{\mathbb{I}^{\oplus}(Q)}_{\text{Tensor per a } \mathbf{Q} \text{ suposant massa sòlid concentrada a } \mathbf{G}}$$

Exemple: anell homogeni

$$\mathbb{I}(Q)\,?$$

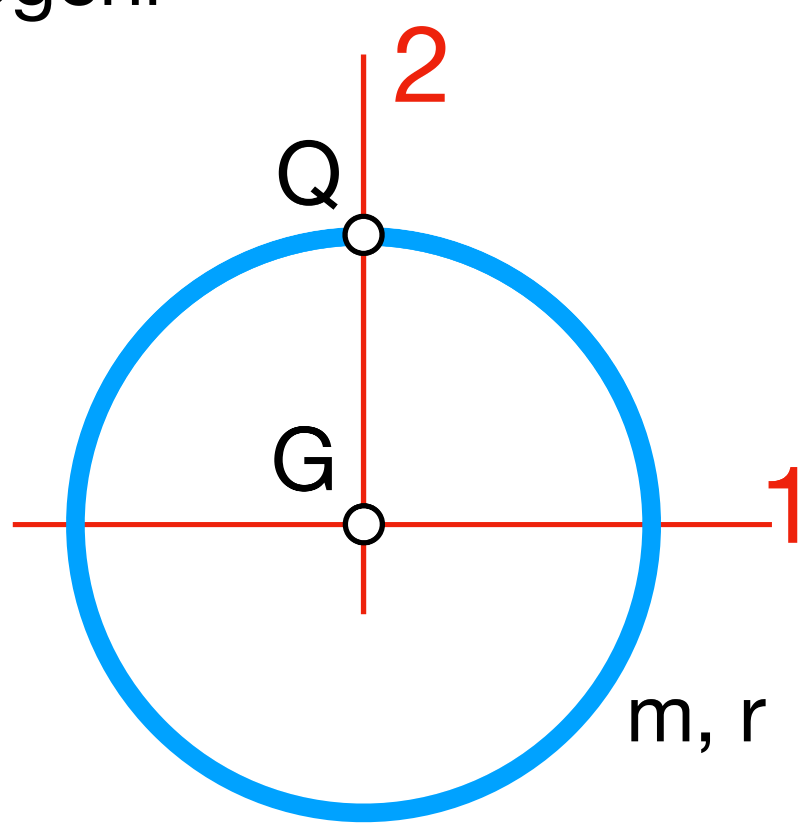


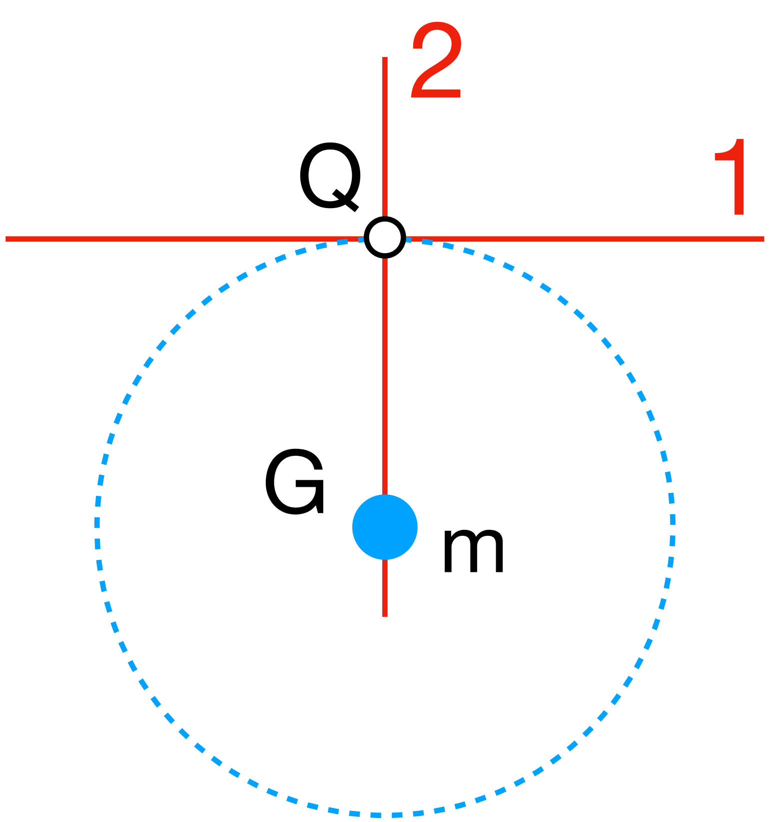
Teorema de Steiner

$$\underbrace{\mathbb{I}(Q)}_{\text{Tensor per al punt } \mathbf{Q}} = \underbrace{\mathbb{I}(G)}_{\text{Tensor per al centre d'inèrcia } \mathbf{G}} + \underbrace{\mathbb{I}^{\oplus}(Q)}_{\text{Tensor per a } \mathbf{Q} \text{ suposant massa sòlid concentrada a } \mathbf{G}}$$

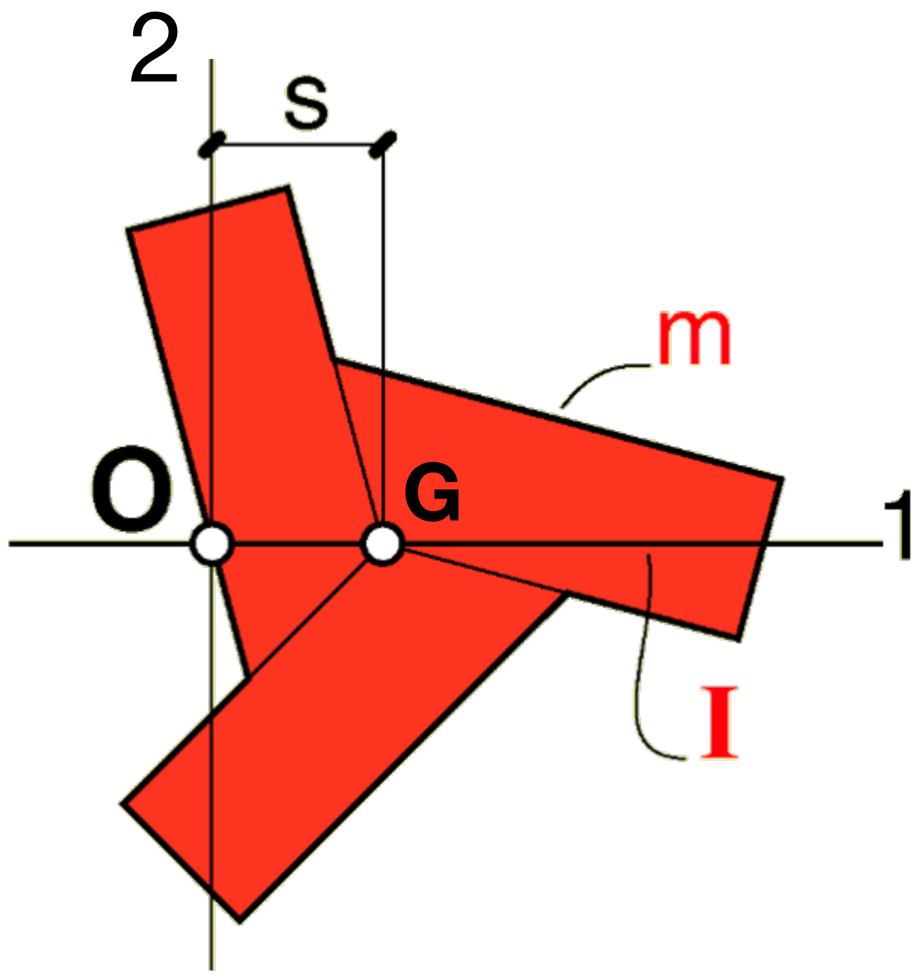
Exemple: anell homogeni

$$\mathbb{I}(Q)\,?$$



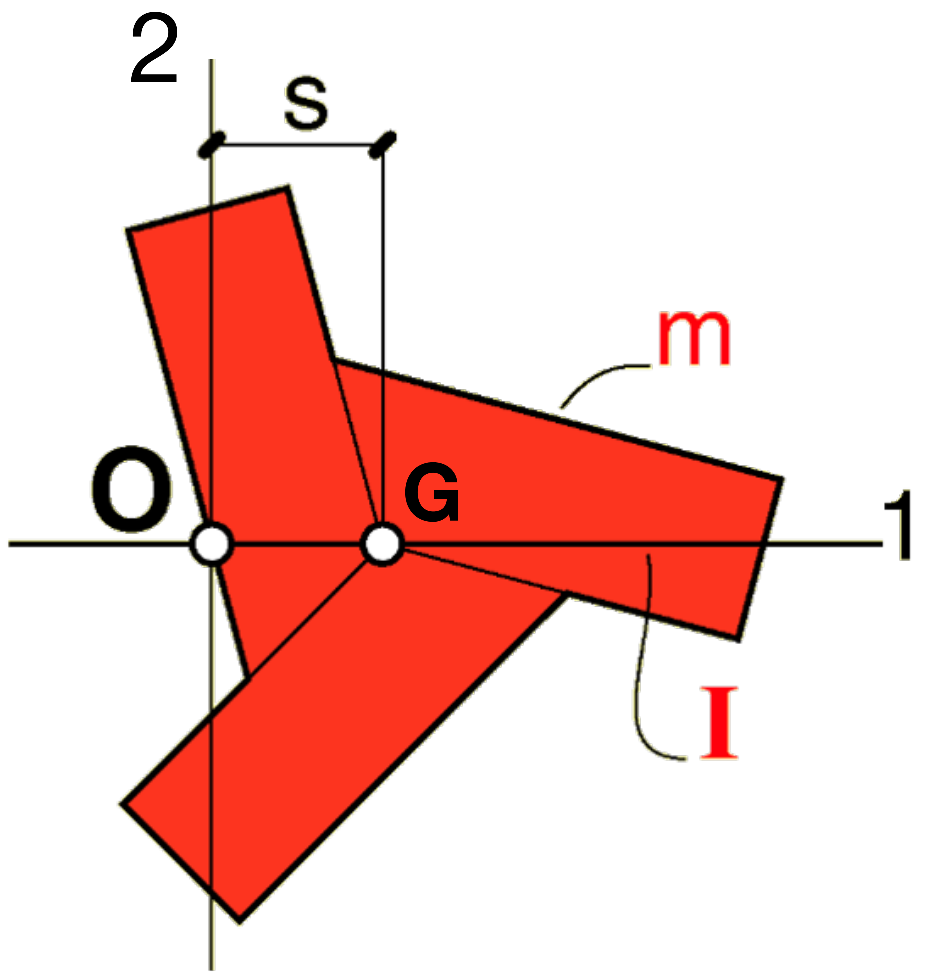


$[I(O)]$?



Tensor a G és fàcil:

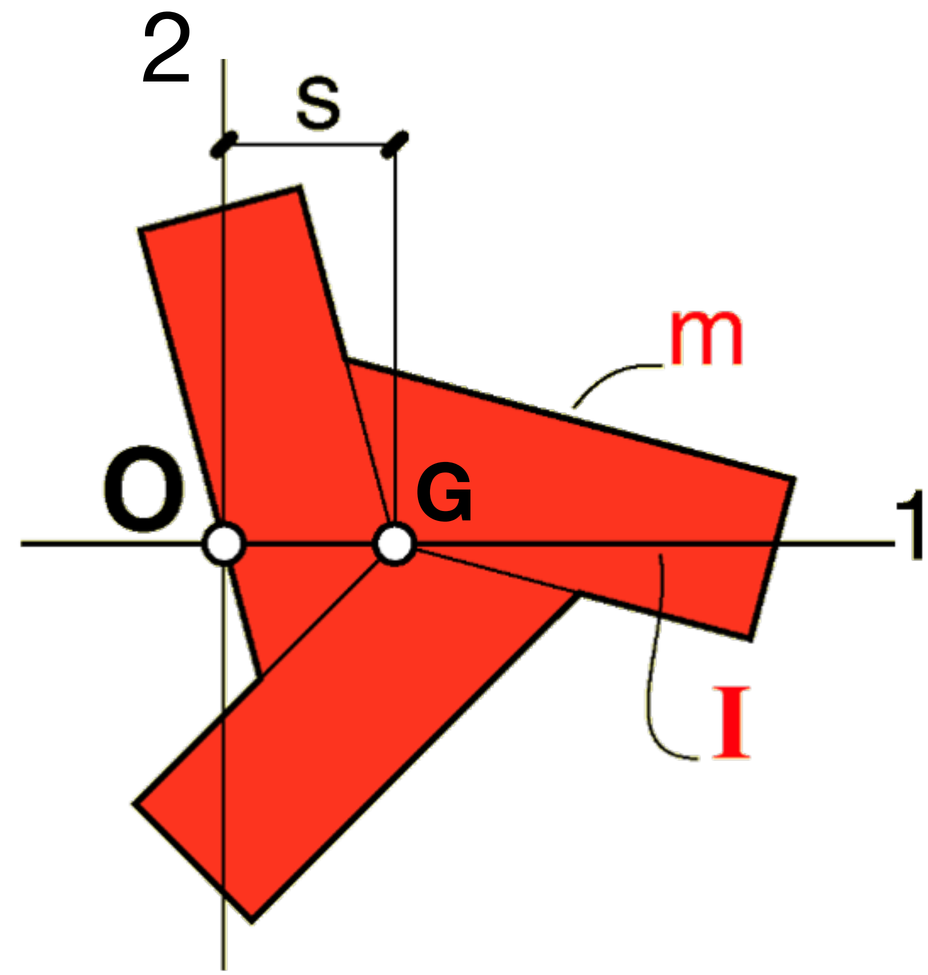
[II(O)] ?



Tensor a G és fàcil:

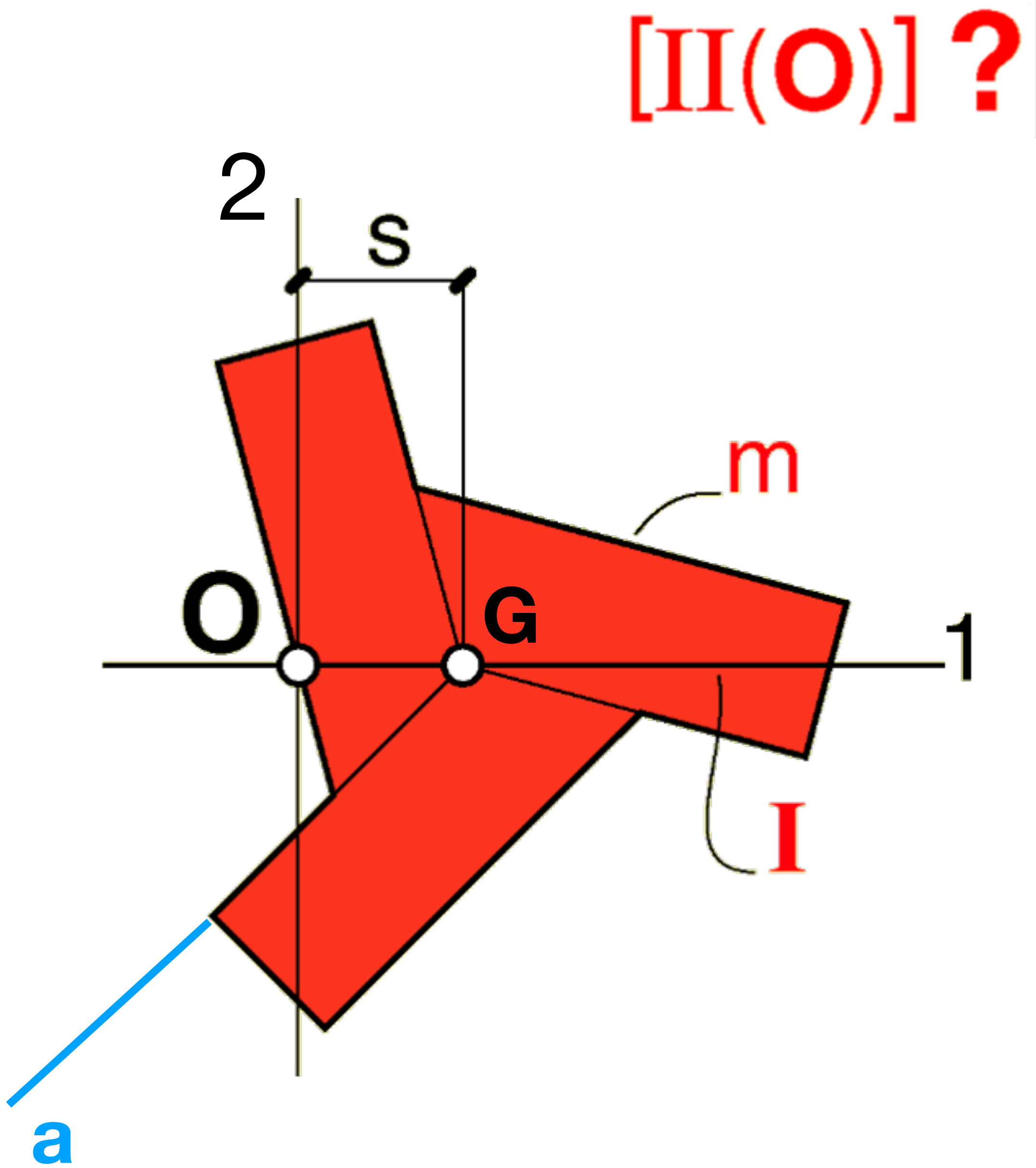
Sòlid pla $\Longrightarrow$ 3 és DPI

$[\mathbf{II}(\mathbf{O})]$?



Tensor a G és fàcil:

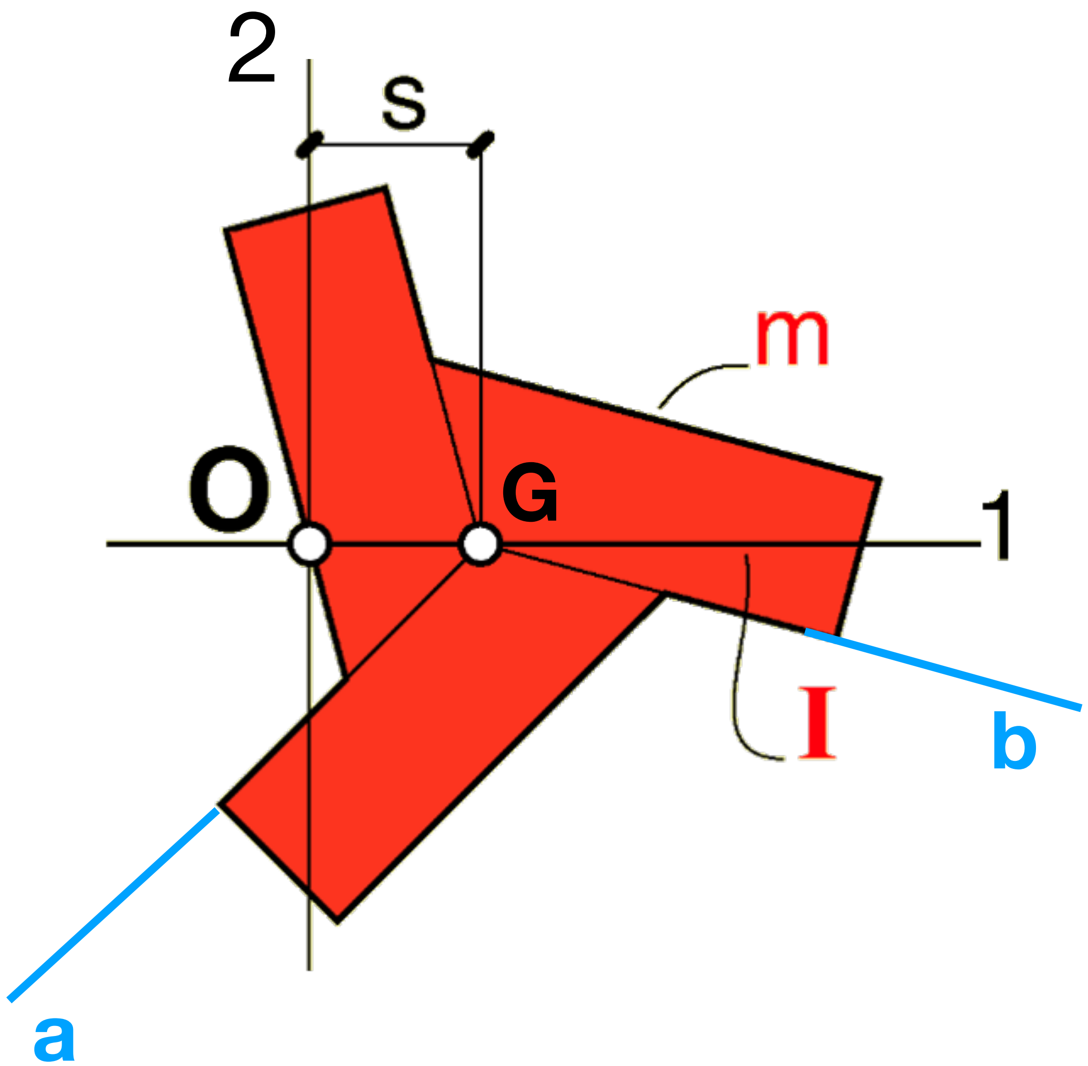
Sòlid pla $\Longrightarrow$ 3 és DPI



Tensor a G és fàcil:

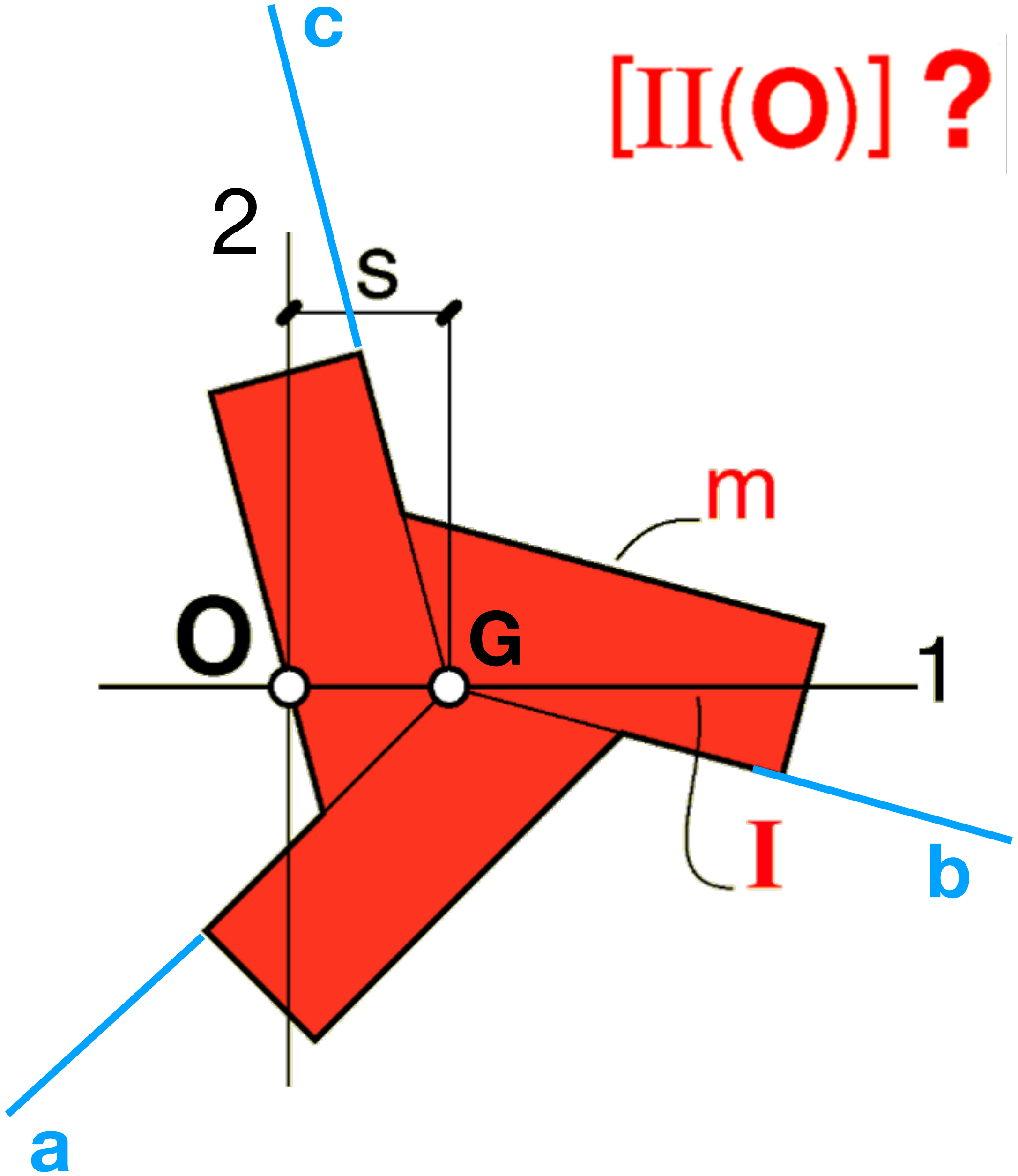
$[\mathrm{II}(\mathbf{O})]$ **?**

Sòlid pla $\Longrightarrow$ 3 és DPI



Tensor a G és fàcil:

Sòlid pla $\Longrightarrow$ 3 és DPI

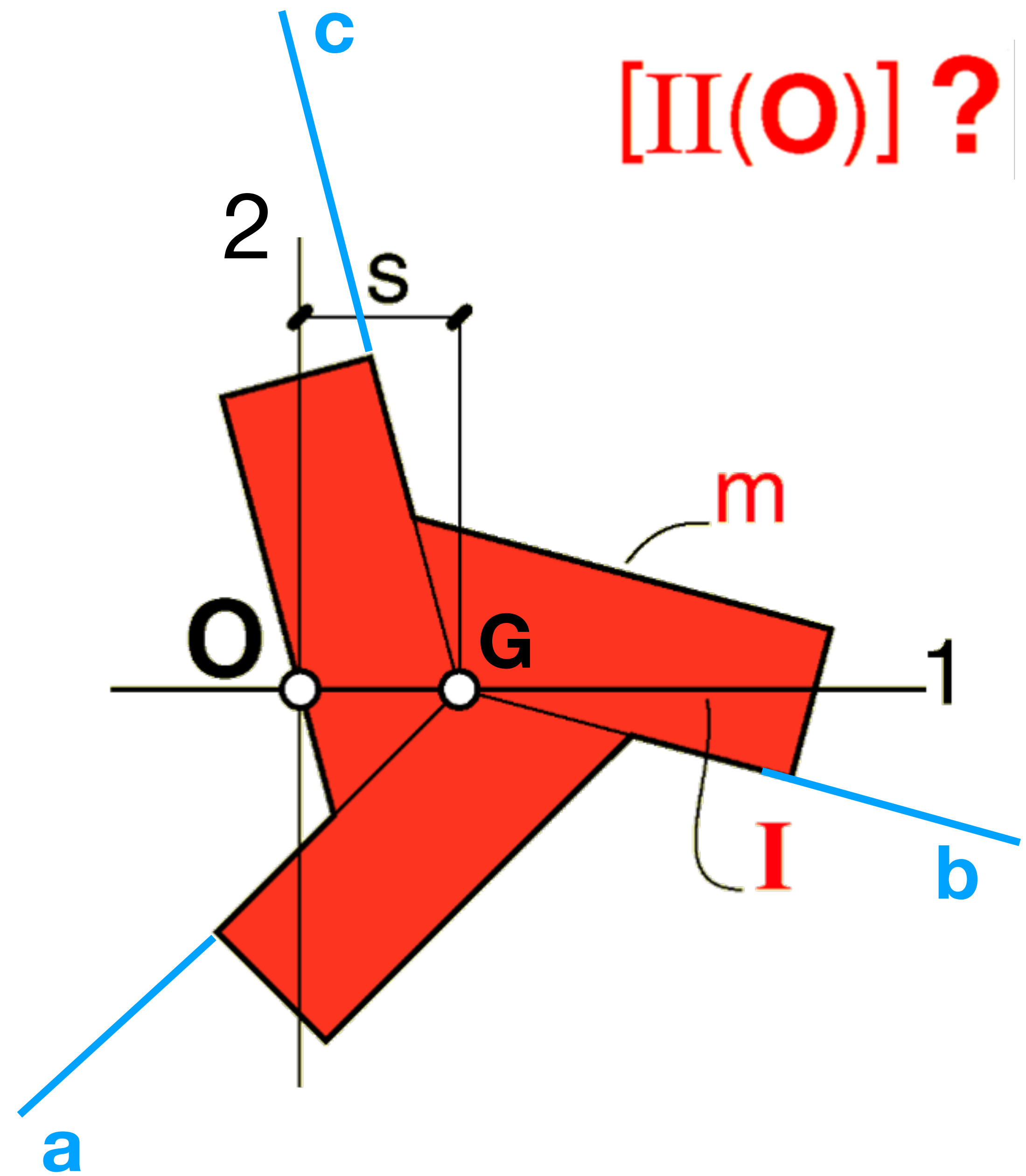


Tensor a G és fàcil:

Sòlid pla $\Longrightarrow$ 3 és DPI

$$\underbrace{\mathrm{I}_{aa} = \mathrm{I}_{bb} = \mathrm{I}_{cc}}_{} = \mathrm{I}$$

rotor simètric per a G

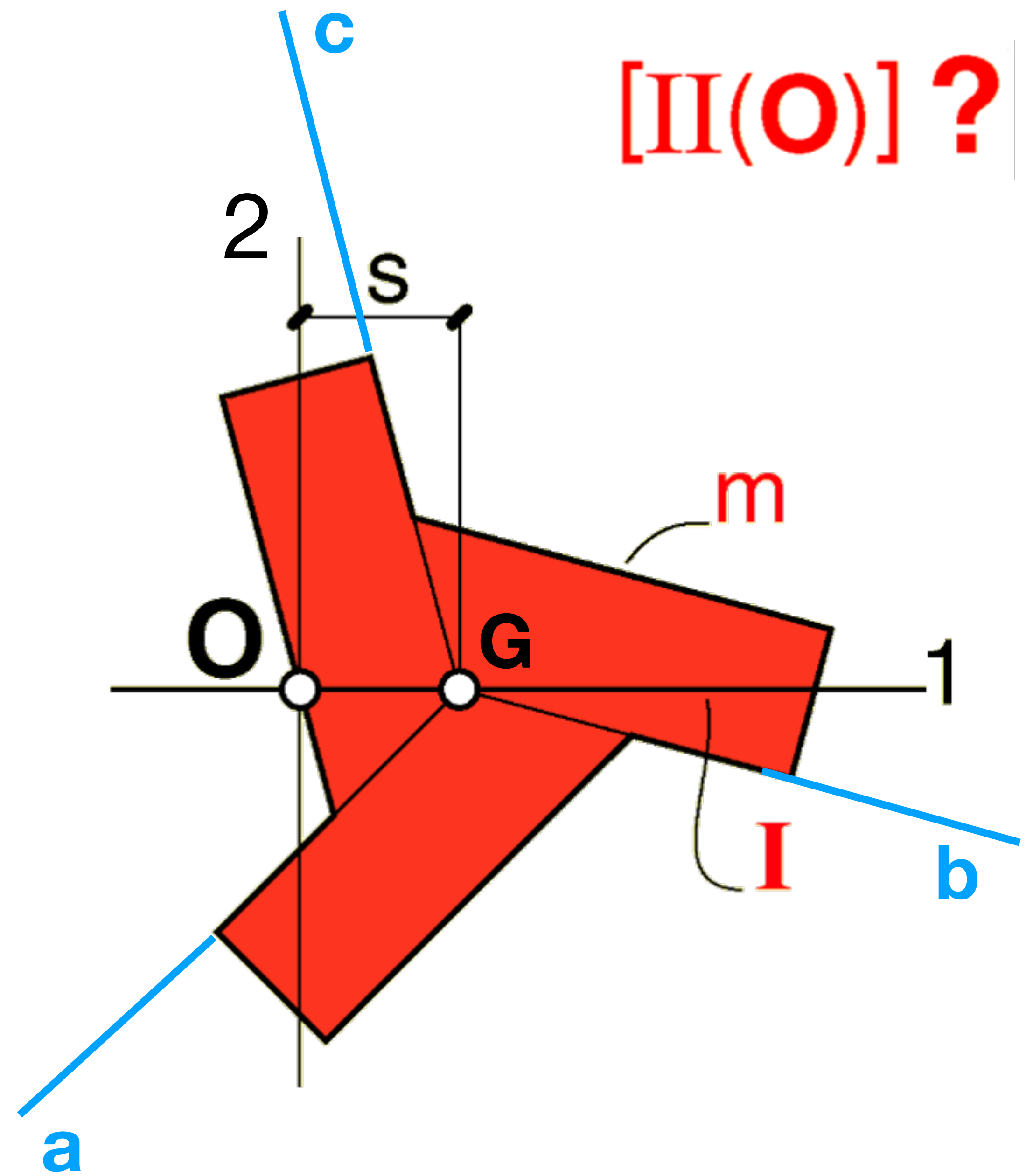


Tensor a G és fàcil:

Sòlid pla $\Longrightarrow$ 3 és DPI

$$\underbrace{I_{aa} = I_{bb} = I_{cc}}_{\text{rotor simètric per a G}} = I$$

$$\left[\mathbb{I}(G)\right]_B = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 2I \end{bmatrix}$$



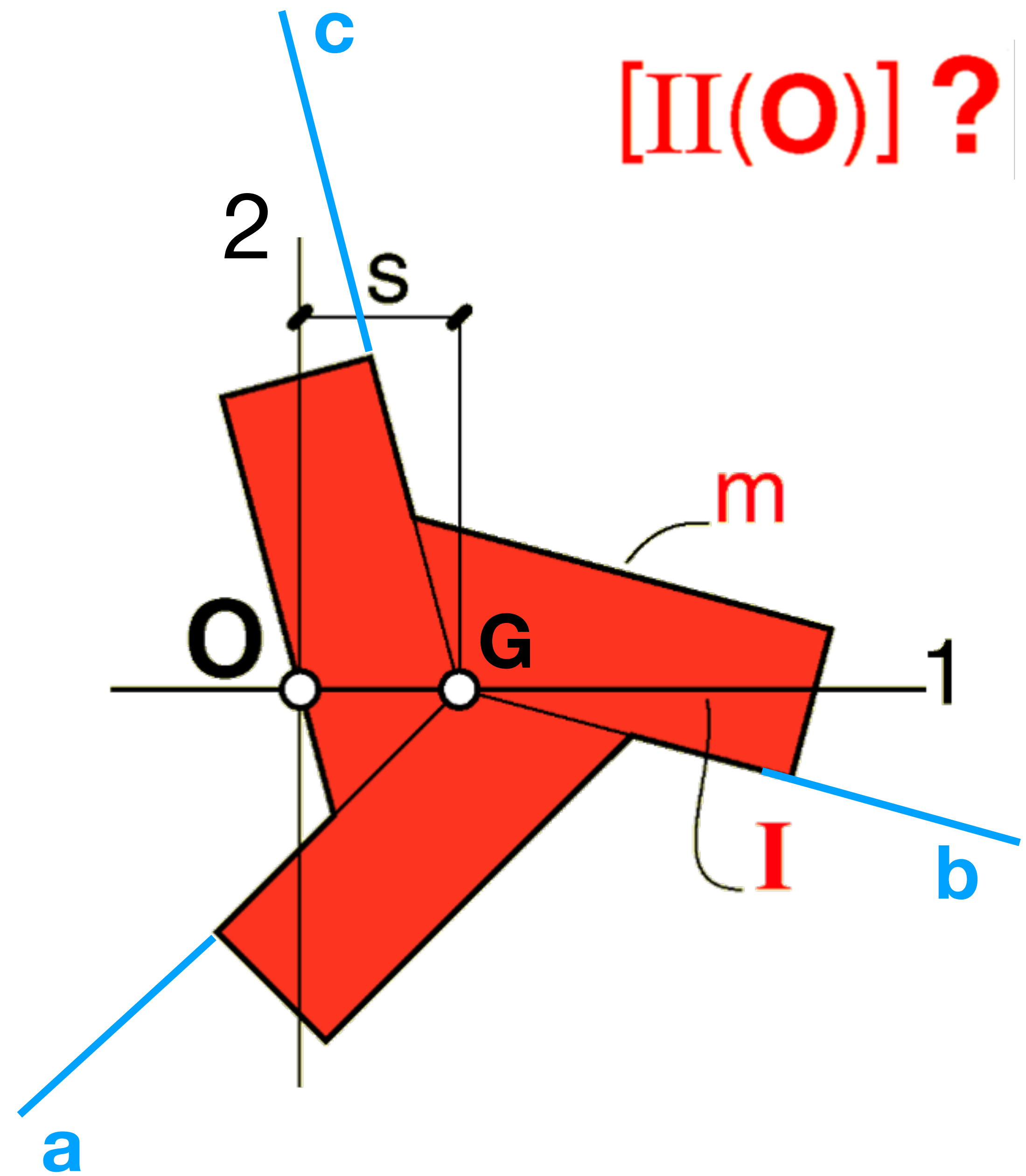
Tensor a G és fàcil:

Sòlid pla $\Longrightarrow$ 3 és DPI

$$\underbrace{I_{aa} = I_{bb} = I_{cc}}_{\text{rotor simètric per a G}} = I$$

$$\left[\mathbb{I}(G)\right]_B = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 2I \end{bmatrix}$$

Canvi a O via Steiner:



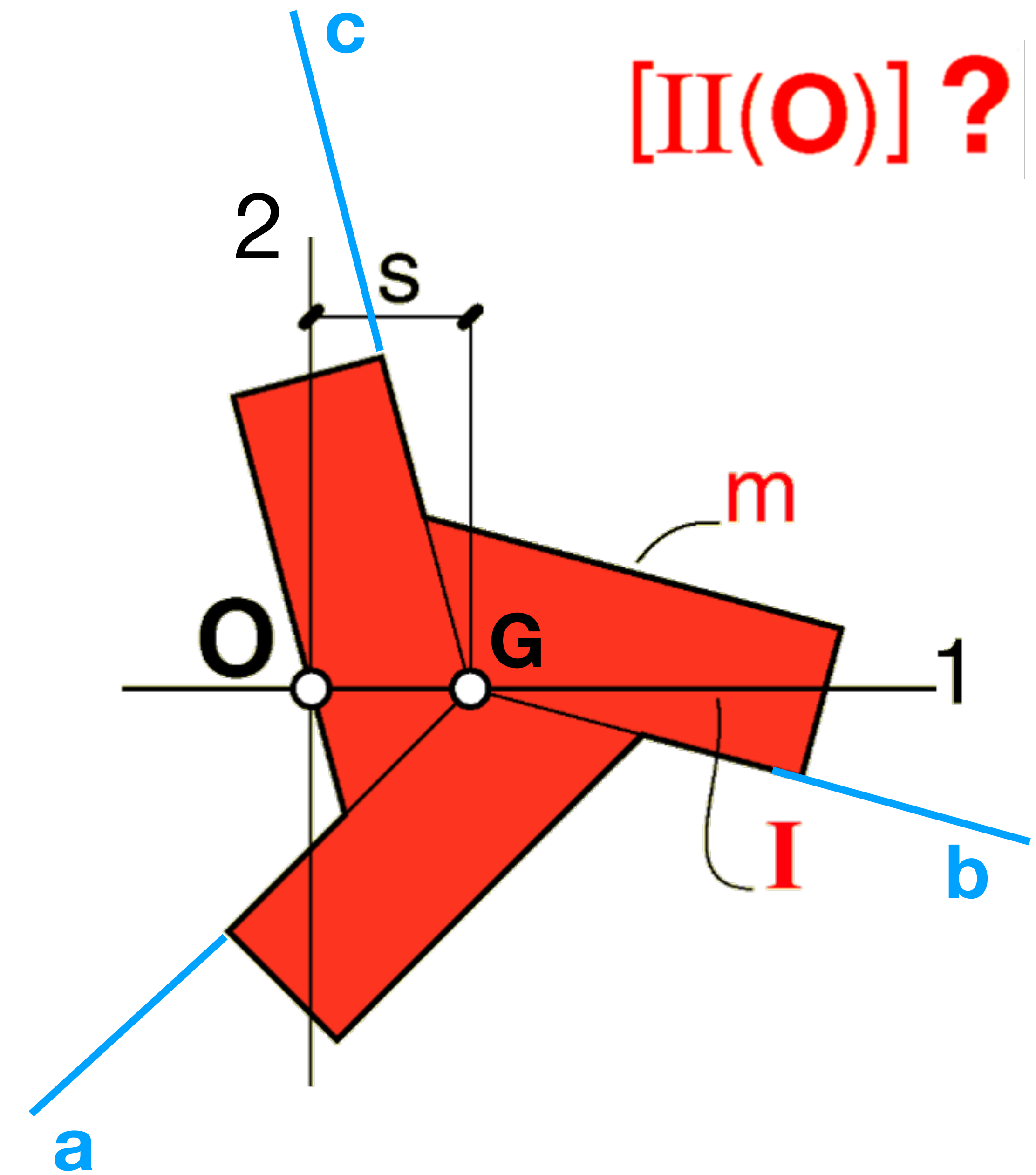
Tensor a G és fàcil:

Sòlid pla $\Longrightarrow$ 3 és DPI

$$\underbrace{I_{aa} = I_{bb} = I_{cc}}_{\text{rotor simètric per a G}} = I$$

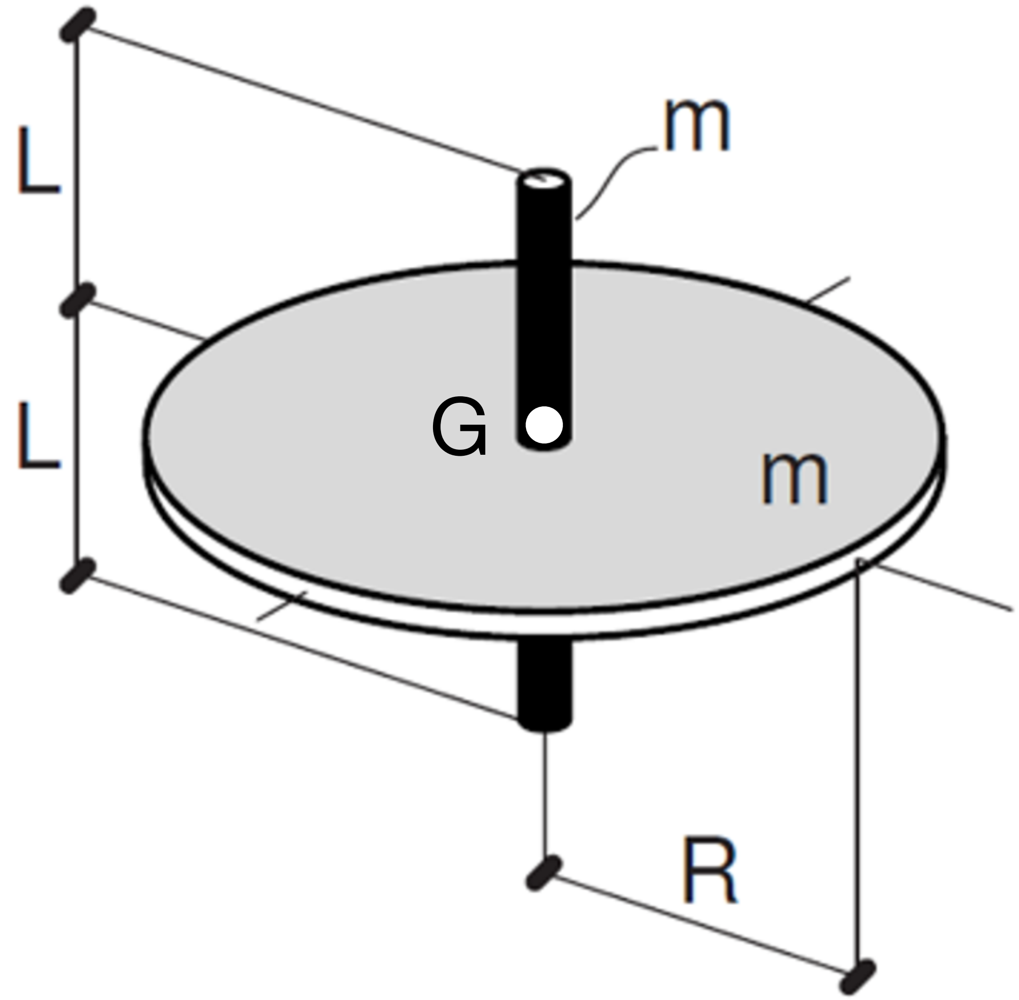
rotor simètric per a G

$$[\mathbb{I}(G)]_B = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 2I \end{bmatrix}$$

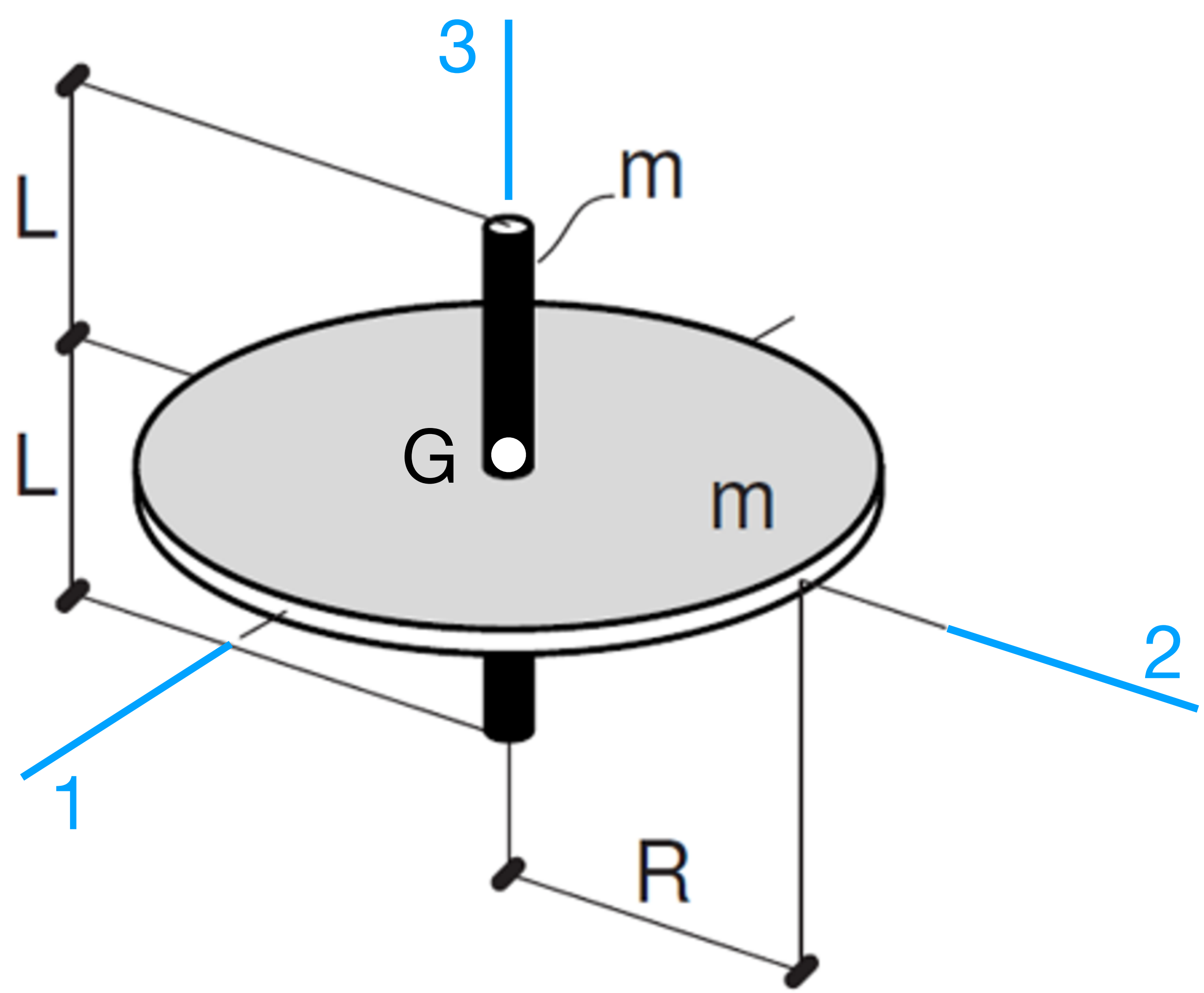


Canvi a O via Steiner:

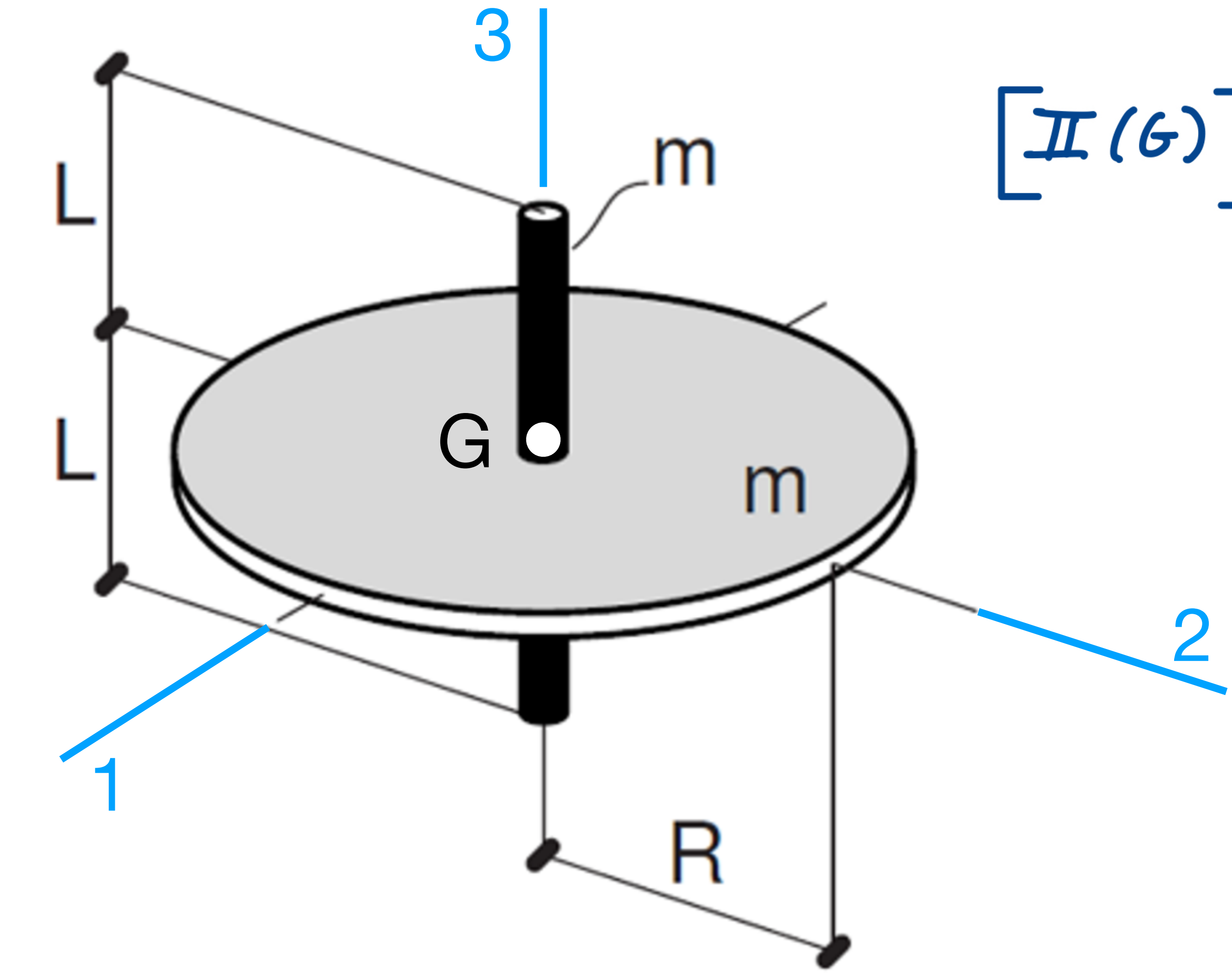
$$[\mathbb{I}(O)]_B = \underbrace{\begin{bmatrix} I & & \\ & I & \\ & & 2I \end{bmatrix}}_{\mathbb{I}(G)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & & \\ & ms^2 & \\ & & ms^2 \end{bmatrix}}_{\mathbb{I}^{\oplus}(O)}$$



Relació entre L i R per tal que sigui rotor esfèric a G?

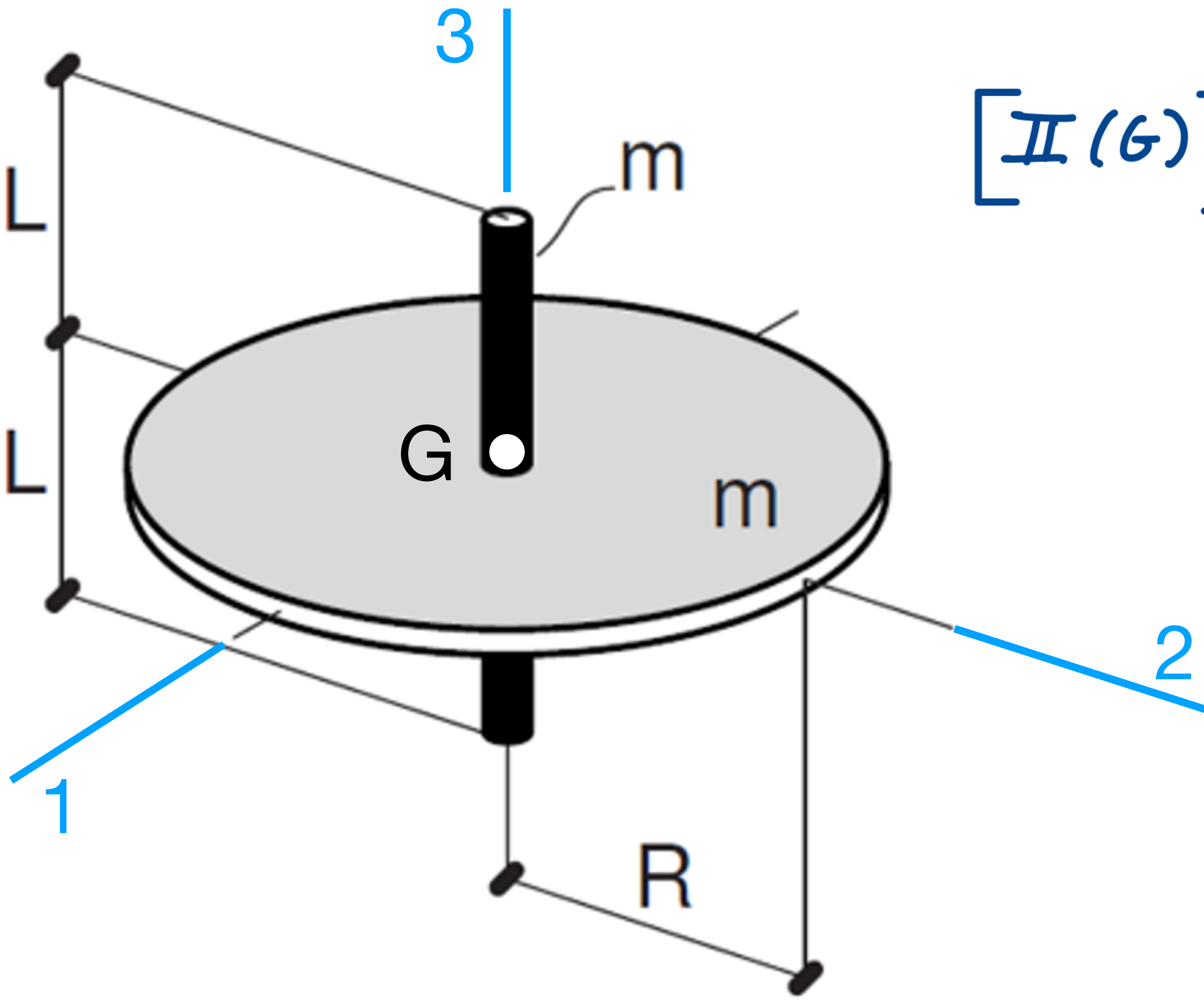


Relació entre L i R per tal que sigui rotor esfèric a G?

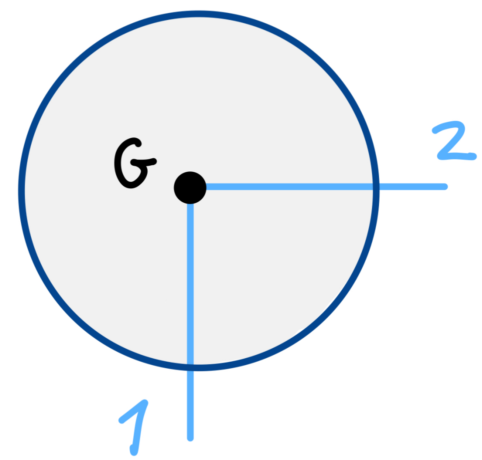


$$[\mathbb{I}(G)]_B = [\mathbb{I}_{disc}(G)]_B + [\mathbb{I}_{barra}(G)]_B$$

Relació entre L i R per tal que sigui rotor esfèric a G?

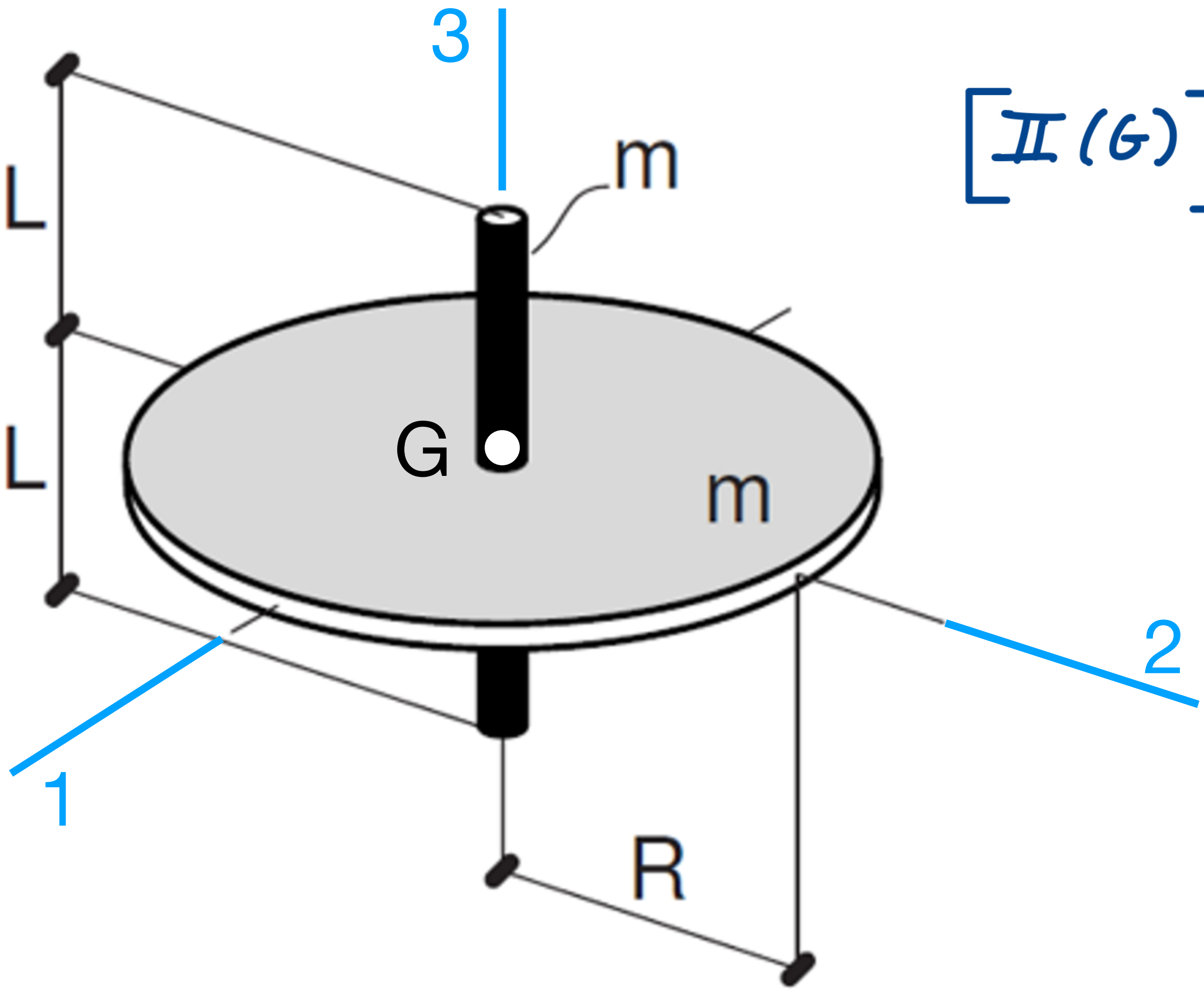


$$[\mathbb{I}(G)]_B = [\mathbb{I}_{disc}(G)]_B + [\mathbb{I}_{barra}(G)]_B$$

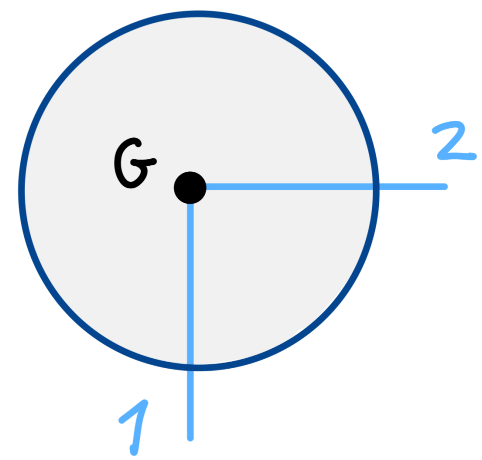


$$\begin{bmatrix} I' & & \\ & I' & \\ & & 2I' \end{bmatrix}$$

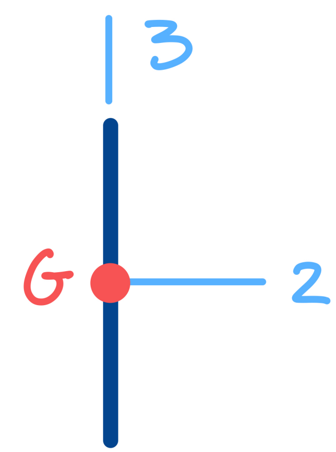
Relació entre L i R per tal que sigui rotor esfèric a G?



$$[\mathbb{I}(G)]_B = [\mathbb{I}_{disc}(G)]_B + [\mathbb{I}_{barra}(G)]_B$$

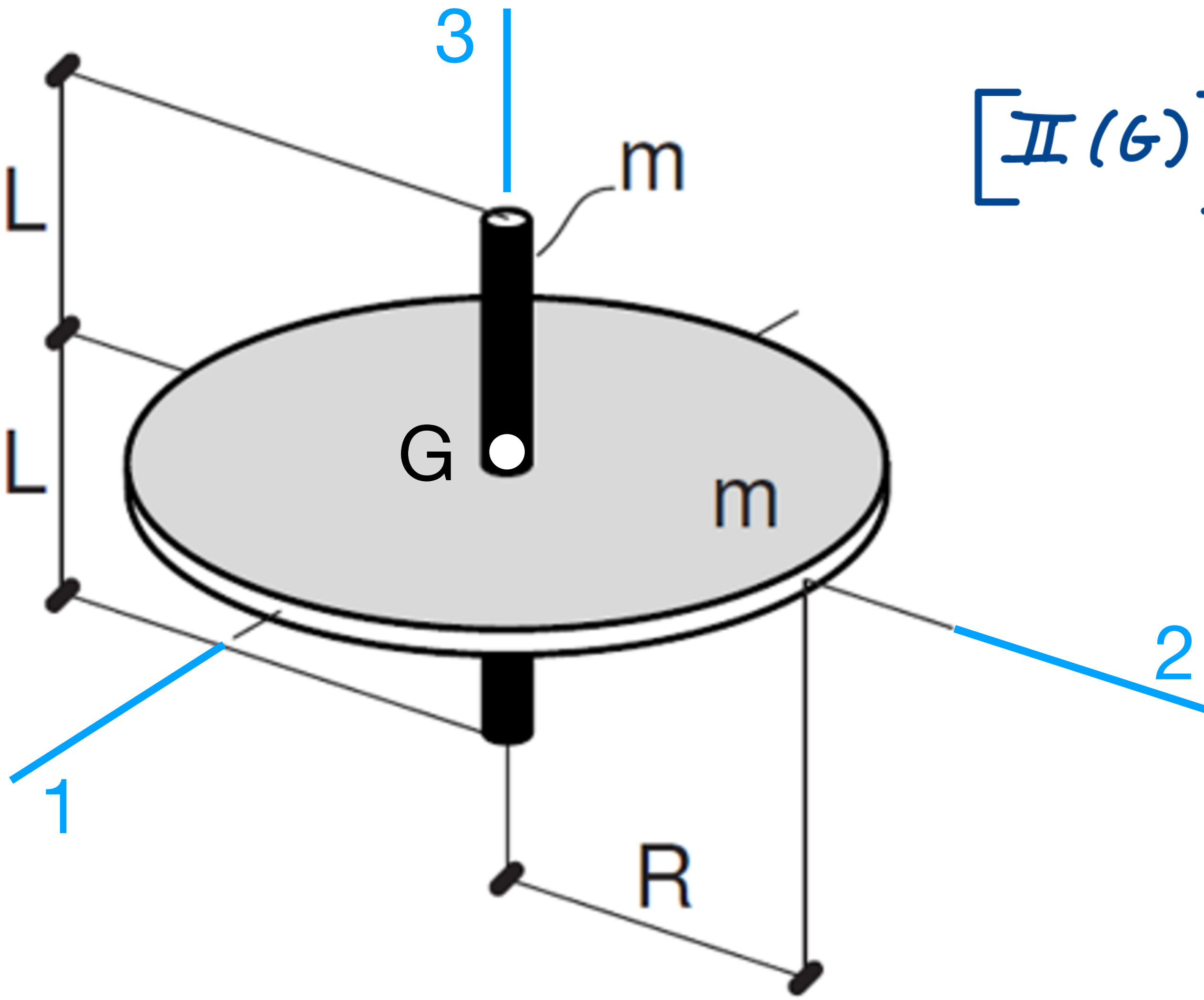


$$\begin{bmatrix} I' & & \\ & I' & \\ & & 2I' \end{bmatrix}$$



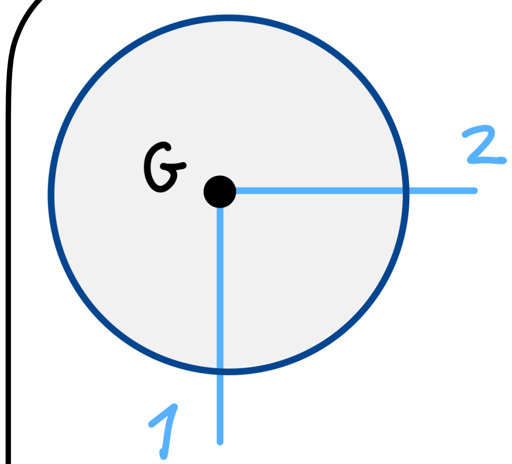
$$\begin{bmatrix} I'' & & \\ & I'' & \\ & & 0 \end{bmatrix}$$

Relació entre L i R per tal que sigui rotor esfèric a G?

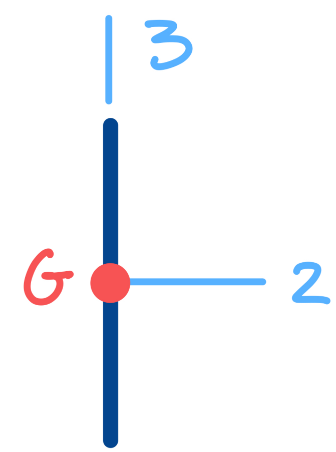


$$[\mathbb{I}(G)]_B = [\mathbb{I}_{disc}(G)]_B + [\mathbb{I}_{barra}(G)]_B$$

Relació entre L i R per tal que sigui rotor esfèric a G?

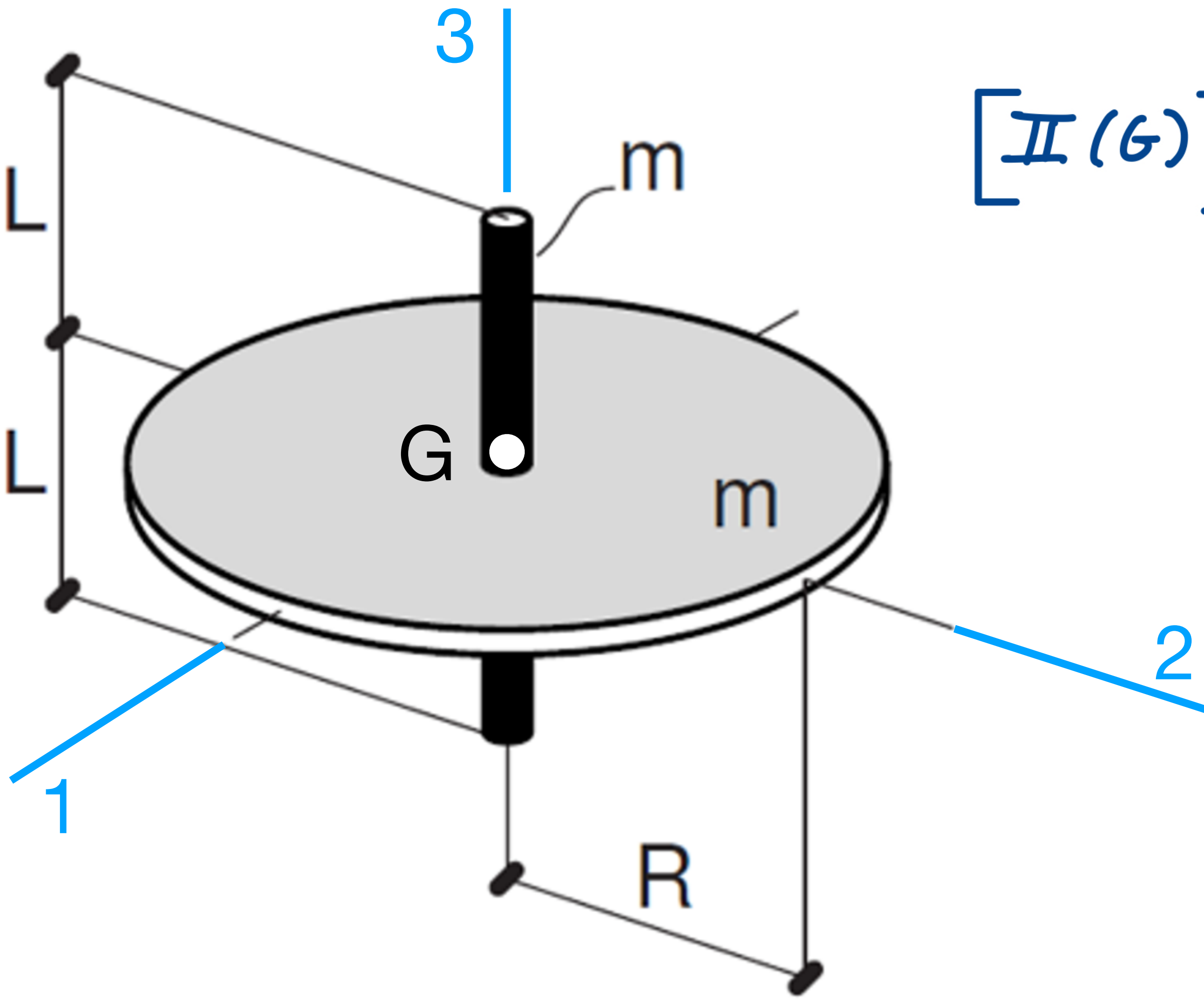


$$\begin{bmatrix} I' & & \\ & I' & \\ & & 2I' \end{bmatrix}$$



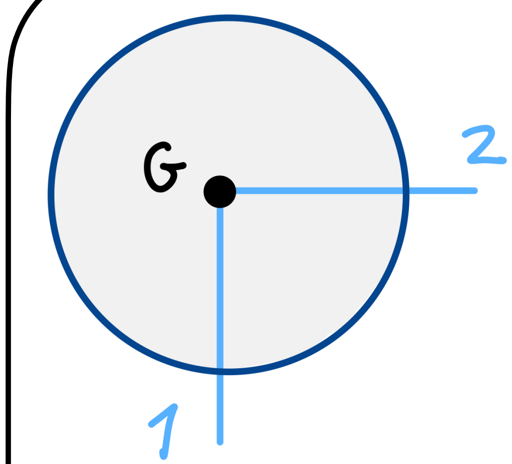
$$\begin{bmatrix} I'' & & \\ & I'' & \\ & & 0 \end{bmatrix}$$

La suma és un tensor diagonal

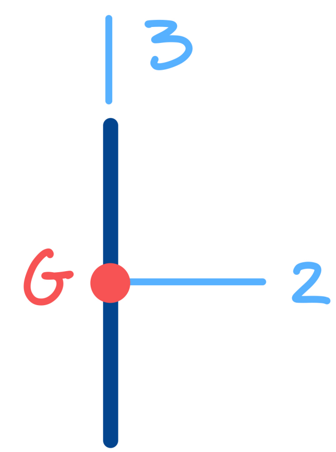


$$[\mathbb{I}(G)]_B = [\mathbb{I}_{disc}(G)]_B + [\mathbb{I}_{barra}(G)]_B$$

Relació entre L i R per tal que sigui rotor esfèric a G?



$$\begin{bmatrix} I' & & \\ & I' & \\ & & 2I' \end{bmatrix}$$

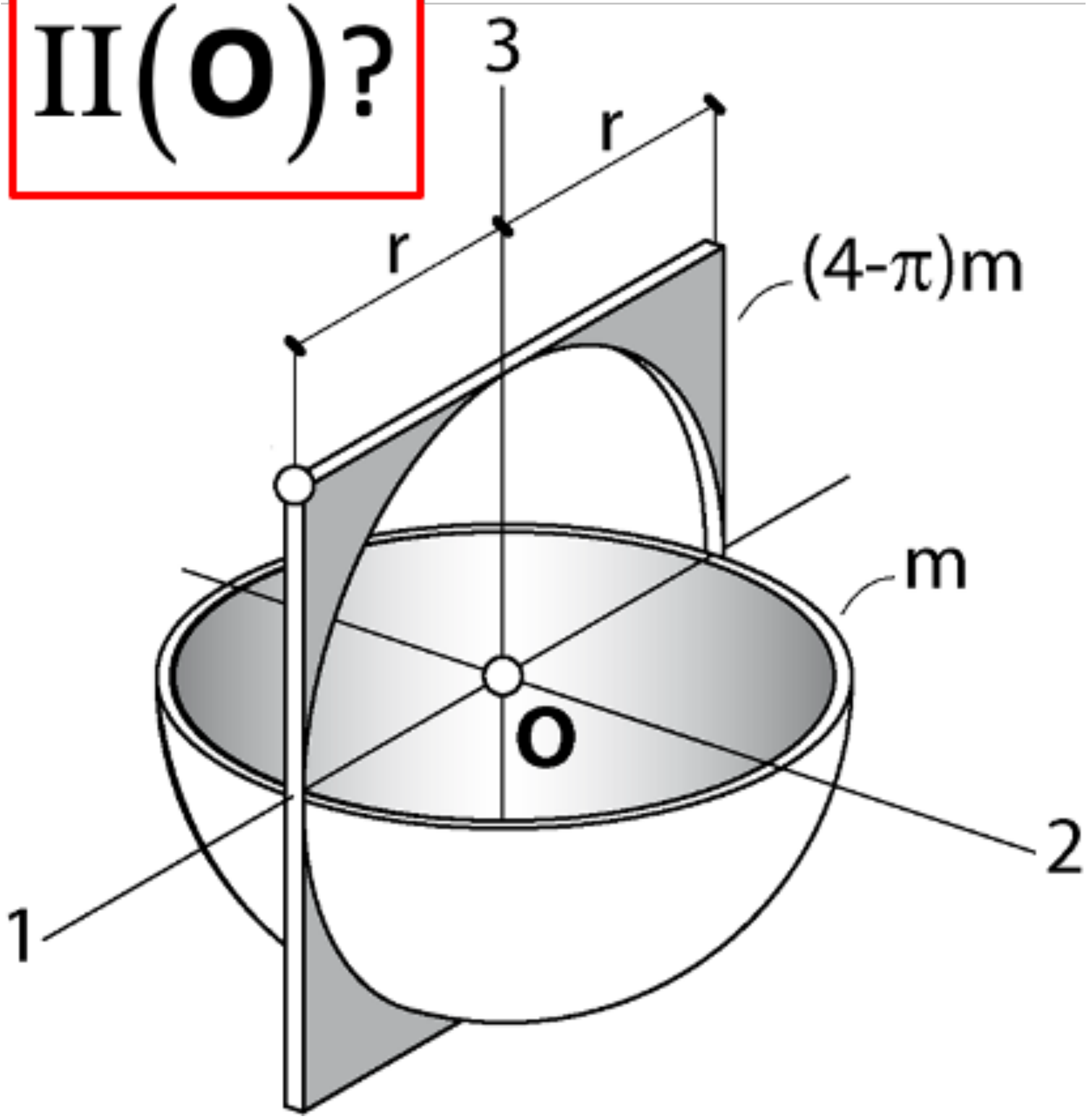


$$\begin{bmatrix} I'' & & \\ & I'' & \\ & & 0 \end{bmatrix}$$

La suma és un tensor diagonal

Cal imposar que els 3 elements de la diagonal siguin iguals

II(O)?



Solució a 9P.pdf