

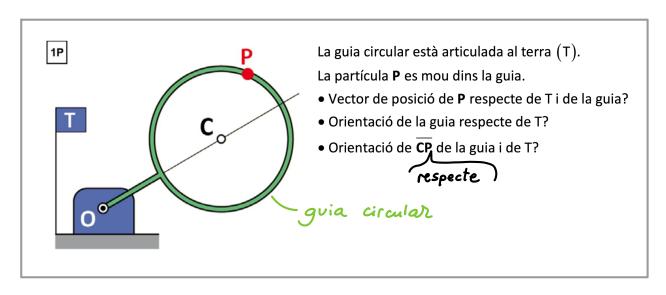
## Definició de coordenades lineals i angulars

Rotacions simples

Diagrama de moviments relatius (DMR)

Graus de llibertat (GL)

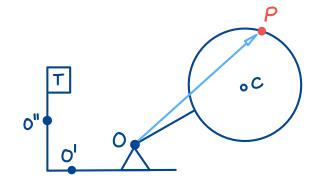
Lluís Ros https://lluisros.github.io/mecanica



Cal pensar P com una caliva petita movent-se dins la quia.

Vec. de pos. de P rem. T i de la guia

#### Respecte T:



Cal triar un origen O per al vector, que signi um punt fix a T

El més natural és 0.

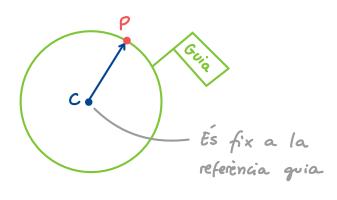
Triant 0, el vec. de posició demanat és op.

### Respecte la guia

Ens cal un punt fix a la guia com a origen.

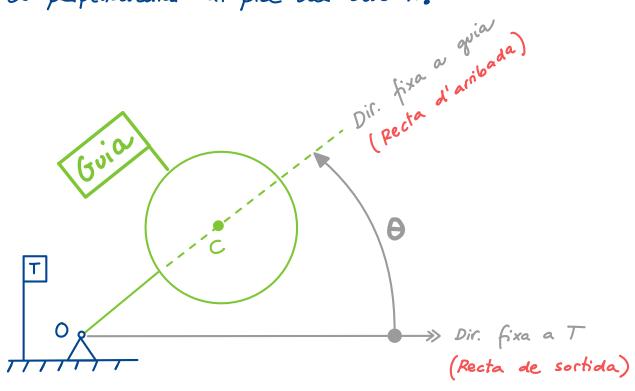
El més natural és C (centre de la quia).

El vec. pos. de C rem. la quia roià CP



#### Orientació de la quia remede T

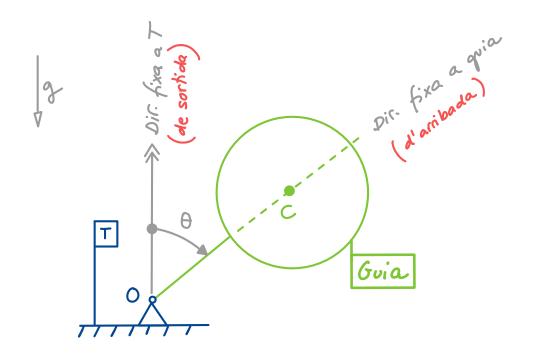
la quia té un moviment de rotació simple respecte de T, al voltant d'un eix que passa per 0 i és perpendicular al pla del dibuix.



En una rotació simple, l'orientació del sòlid (en aquest car, la quia) es prot descriure mitjangant l'angle entre una direcció fixa a la referència (recta de sortida) i una una altra fixa al solid (recta d'arribada).

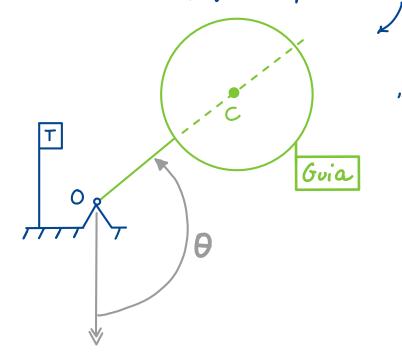
Triant les rectes de sortida i arribada del dibuix anteior, l'orientauri de la quia ve donada per l'angle & indicat.

L'electió de les directions "fixa a la referència" i "fixa al sòlid" es arbitaisa. Sempre hi ha múltiples options. Per exemple hauném poqut triar



rentlant-ne un angle  $\theta$  diferent del que haviem definit abans (tant en valor com en orientació perquè ara ha quedat definit en sentit horari).

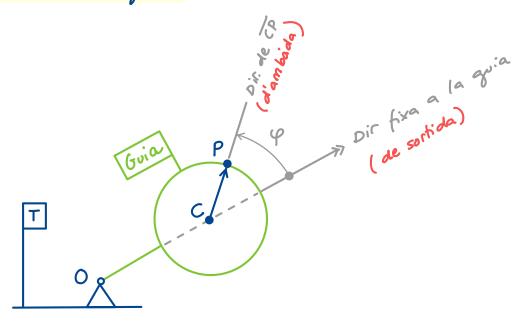
També hauriem poget definir a així ...



millor treballar
amb angles agots
i no obtusos, ja
que faciliten les
projeccions de
vectors (veure
+ endavant).

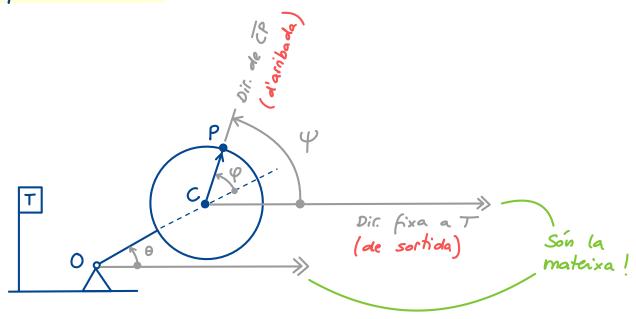
#### Orientação de CP resp. de la quia i respecte T

Respecte de la quia

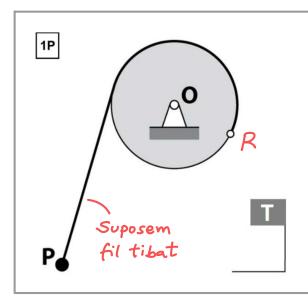


Amb la tria indicada, l'orient de CP rem. de la quia ve donada per q

Respecte de T



Amb la tria indicada, l'orient. de  $\overline{CP}$  rem. de T ve donada per  $\psi$  (i veiem que  $\psi = \theta + \psi$ ).

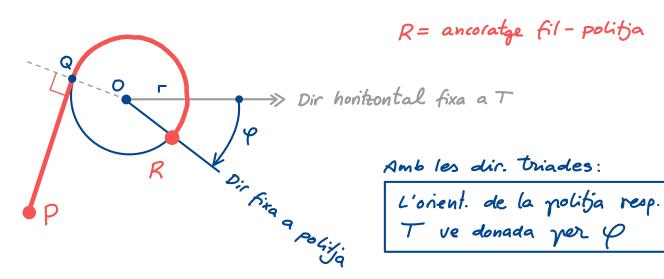


La politja està articulada al terra (T).

El fil inextensible recolza al damunt de la politja.

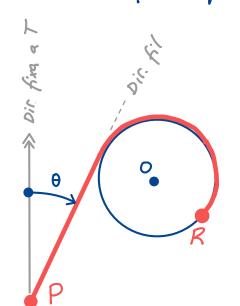
- Orientació de la politja respecte de T?
- Orientació del fil respecte de T?
- Vector de posició de P respecte de T?
- Orientació del fil respecte de la politja?
- Vector de posició de P respecte de la politja?
- Longitud lliure del fil, en una configuració general, en funció de la longitud en repòs i dels angles?

### Orient. de la polifia resp. T



Compte: la dis. OQ és fixa al fil però no a la politja!

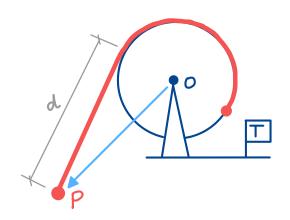
# orient. del fil resp. T



Amb les dir. Triades:

L'Orientació del fil rem. Tre donada per O

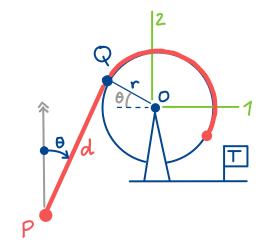
#### Vector de posició de P resp. T



Com a origen del vector cal triar un punt fix a T. El més natural es 0.

Triem OP com a vec. de pos. de P resp. T

Extra  $\stackrel{\text{(*)}}{=}$ : Si volem, podem expressar  $\overline{OP}$  en funció de  $\varphi$ ,  $\theta$  i la longitud (liure del fil (d =  $|\overline{QP}|$ ), utilitzant una base vectorial; p. ex. (a base



$$B = (1, 2, 3)$$

Dir. vertical de T

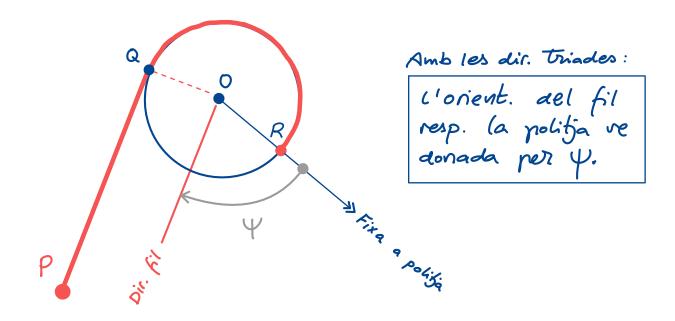
Dir hontz. de T

$$\left\{\overline{OP}\right\}_{B} = \left\{\overline{OQ}\right\}_{B} + \left\{\overline{QP}\right\}_{B} = \left\{\begin{array}{c} -\Gamma\cos\theta \\ r\sin\theta \\ 0 \end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c} -d\sin\theta \\ -d\cos\theta \\ 0 \end{array}\right\}$$

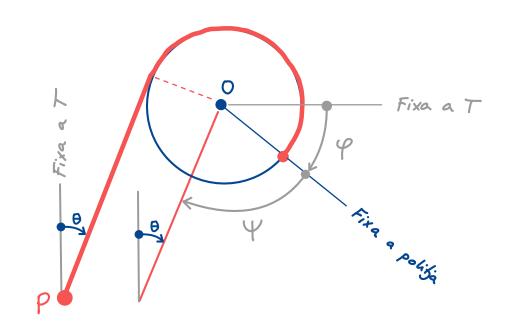
Més avall reurem que des pot expressar en funció de φ, θ, i L (la longitud "en repòs" del fil).

<sup>(\*)</sup> Salteu-vos-ho d'entrada (cal saber bases vectorials ⇒ setmana vinent)

# Orientació del fil rem. la politja



Obs:  $\psi$  es pot escrivre en funció de  $\varphi$  i  $\theta$ :



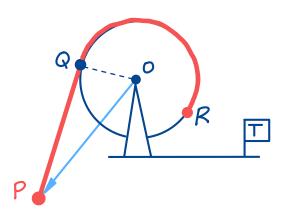
Clarament:

$$\varphi + \psi - \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \psi = \theta - \varphi + \frac{\pi}{2}$$

# Vector de posició de P resp. politja

Com origen del vector podem triar o novament ja que o també és fix a la politja.

amb aquesta tria, el vector demanat és <del>op</del>.



També podriem trias R com oigen, però és menyo natural. La tria de 0 permet fer la descomposició

$$\overline{OP} = \overline{OQ} + \overline{QP}$$

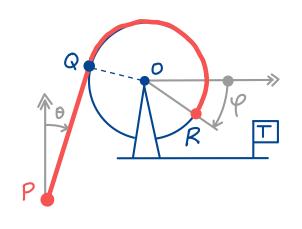
que facilita esciure OP en funció de 4 i 0 si cal.

a no servicia com a origen perquè és el junt geomètric de contacte fil-politja, que no és fix a la politja.

## Longitud (Givre del fil

És la longitud  $d = |\overline{QP}|$ .

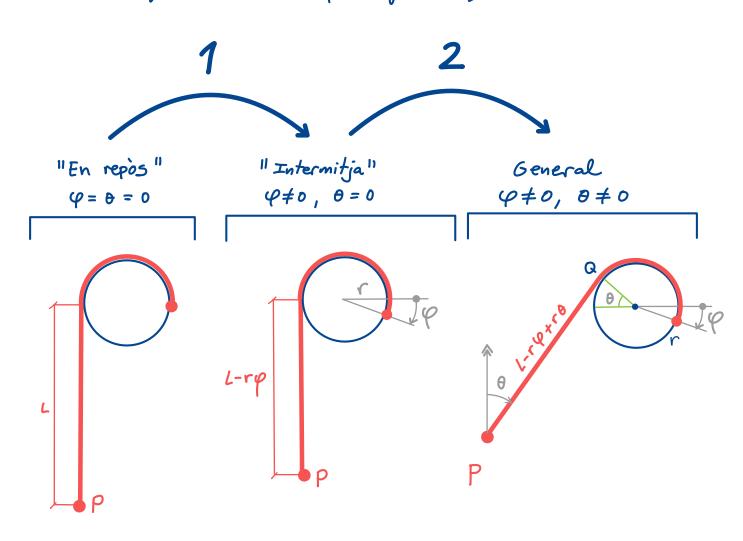
La volem per a una configuració general (per valors generals de  $\varphi$  :  $\theta$ ).



Definim la longitud "en repos" com:

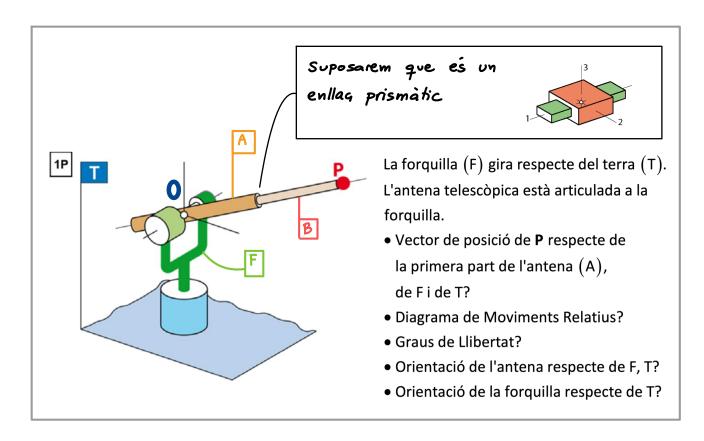
$$L = \left| \overline{QP} \right| \int_{\varphi = \theta = 0}^{\varphi = \theta = 0}$$

Podem passar de la configuraçió "en repòs"  $(\varphi=\theta=0)$  a una de general  $(valors \varphi, \theta \text{ genèrics})$  en 2 passos:

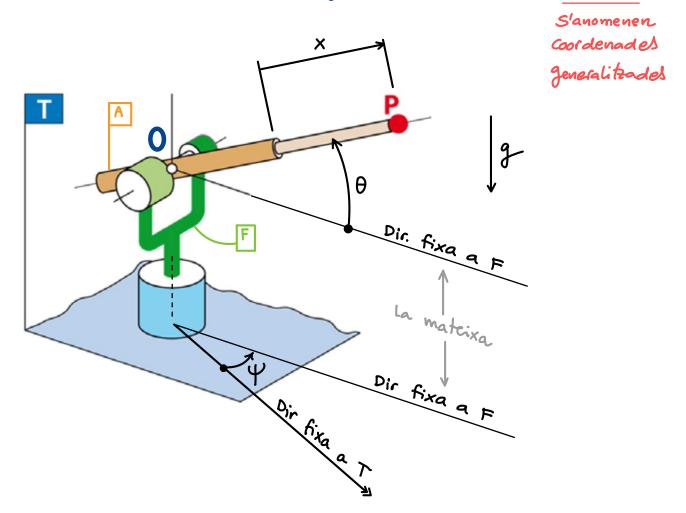


Per taut:

$$d = L - r\varphi + r\theta$$



E) sistema està format pel terra (T) i 3 solido (F,A,B) amb moviments relativs entre ello (eb permesos pelo enllagos). Podem descrivre aquesto movimento mitiançant les següento coordenades 4,0,x:

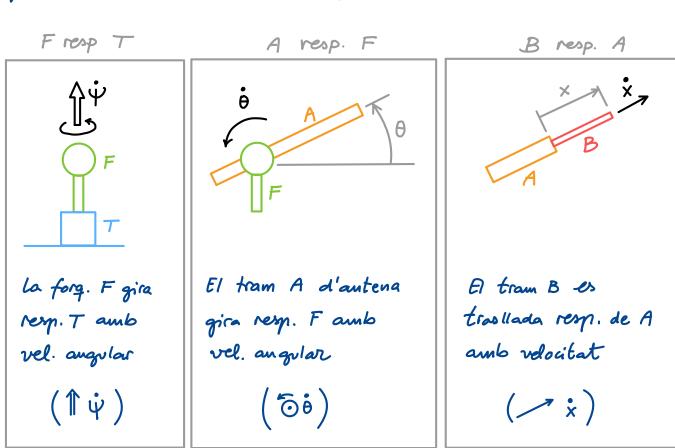


Ψ = angle entre una dir. horitantal fixa a T i la perpendicular al pla de la forquilla F.

 $\theta$  = angle entre la perpendicular al pla de F i la direcció de A.

X = distància entre l'extrem de A i P

Aquestes coordenades ens permeten descrivre els moviments relativs entre parelles de sòlids. Ho farem amb dibuixos 2D perque son més clars:

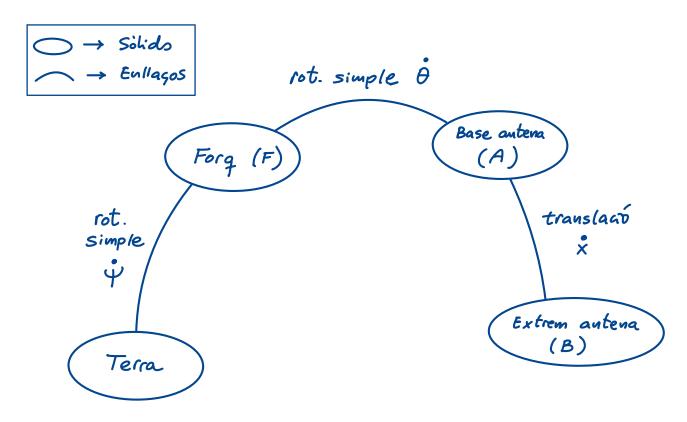


<sup>(\*)</sup> Una dir. horitzontal és qualsevol direcció perpendicular al vector gravetat  $(\bar{q})$ .

Quan diem "moviment relativ" volem dir "velocitat relativa" (d'un sòlid a referència, respecte d'un altre sòlid o referència). Es a dir, els vectors  $(1 \dot{\psi})$ , (50) i  $(7 \dot{x})$  abans indicats.

#### Diagrama de moviments relativs (DMR)

És una representació gráfica dels sòlids del sistema i dels eullagos entre ello (del moviment relativ permés per aquesto eullagos). Per al sistema d'aquest exercici seria:



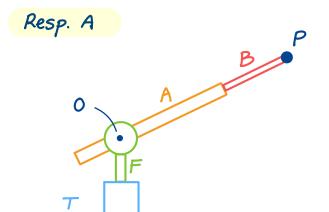
#### Graus de llibertat del sistema

El conjunt <u>minim</u> de variables escalars de volocitat que cal per descrivre el <u>moviment</u> del sistema (les volocitats de tots els seus punts) constitueix el conjunt de <u>grans</u> de llibertat (GL) del sistema.

En aquest exercici, el sistema lé 3 GL ja que el sen monment queda descrit per

Una mamera eficaç de comptar GL és avar bloquejant moviments relativs, un rere l'altre, fins que el sistema que di <u>aturat</u> resp. T. El nombre de moviments relativs que hagi calqut bloquejar coincideix amb el nombre de GL del sistema.

### Vec. pos. de Prem. A, F, T



Resp. F

El punt 0 també és fix a  $F \Rightarrow$  serveix com a origen del vec. posició de P resp.  $F \Rightarrow \overline{OP}$  és un vec. posició de P resp. F <u>adient</u>!

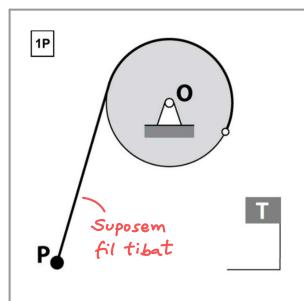
Resp. T

Novament,  $\overline{OP}$  serveix com a vec. pos. de P rem. T perquè O també és fix a T.

# Annex

Solució a l'exercici de la politja amb definicions alternatives de  $\varphi$  i  $\theta$ 

(for the curious)

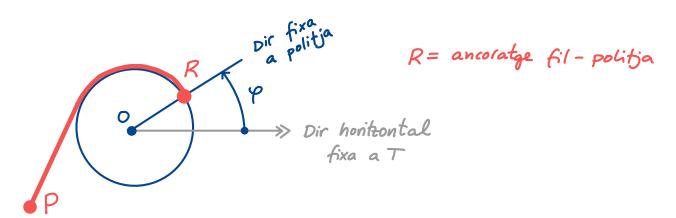


La politja està articulada al terra (T).

El fil inextensible recolza al damunt de la politja.

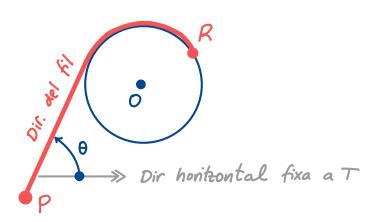
- Orientació de la politja respecte de T?
- Orientació del fil respecte de T?
- Vector de posició de P respecte de T?
- Orientació del fil respecte de la politja?
- Vector de posició de P respecte de la politja?
- Longitud lliure del fil, en una configuració general, en funció de la longitud en repòs i dels angles?

## Orient. de la polifia resp. T



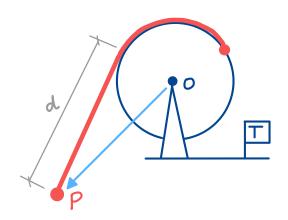
L'onent. de la politia resp. T ve donada per  $\varphi$ 

## Orient. fil rem. T



Orientació fil resp. T ve donada per O

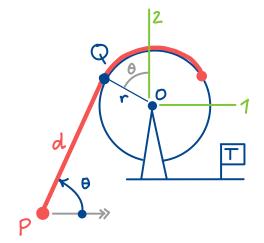
#### Vector de posició de P resp. T



Com a origen del vector cal triar un punt fix a T. El més natural es 0.

Triem OP com a vec. pos. de P resp. T

Extra (\*): Si volem, podem expressar  $\overline{OP}$  en funció de  $\varphi$ ,  $\theta$  i la longitud (liure del fil (d), utilitzant una base vectorial; p. ex. (a base



$$B = (1, 2, 3)$$

$$Dir. vert. de T$$

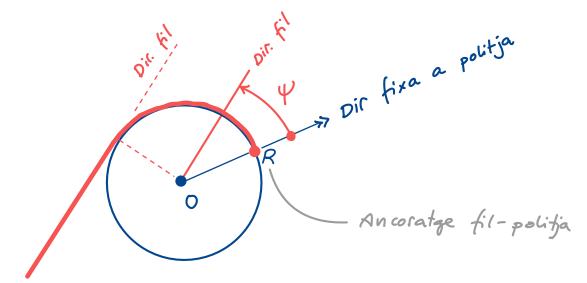
$$Dir. honte. de T$$

$$\left\{\overline{OP}\right\}_{B} = \left\{\overline{OQ}\right\}_{B} + \left\{\overline{QP}\right\}_{B} = \left\{\begin{array}{c} -\Gamma\sin\theta \\ r\cos\theta \\ 0 \end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c} -d\cos\theta \\ -d\sin\theta \\ 0 \end{array}\right\}$$

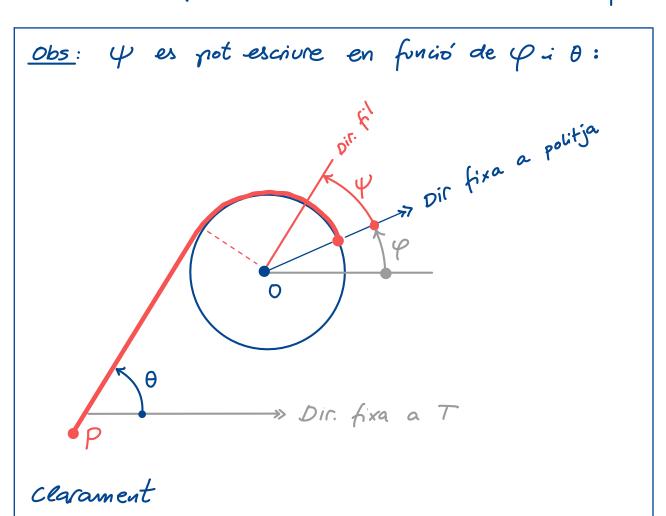
Més avall reurem que el es not expressar en funció de  $\varphi$ ,  $\theta$ , i L (la longitud en repòs del fil)

<sup>(\*)</sup> Salteu-vos-ho d'entrada (cal saber bases vectorials ⇒ setmana vinent)

# Orientació del fil rem. la politja



l'orient. del fil resp. la politja re donada per y.

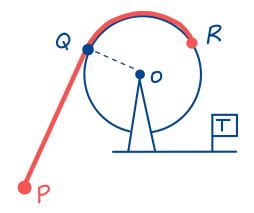


 $\psi = \theta - \varphi$ 

# Vector de posició de P resp. politja

Com origen del vector triem 0, que també és fix a la politja

Amb aquesta tria, el vector demanat és <del>op</del>.



També podrien trias R com origen, però és menys natural. La tria de 0 permet fer la descomposició

$$\overline{OP} = \overline{OQ} + \overline{QP}$$

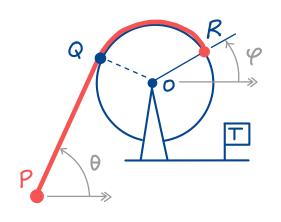
que facilita esciure OP en funció de 4 i 0.

a no servicia com a origen perquè és el junt geomètric de contacte fil-politia, que no és fix a la politia.

## Longitud (Givre del fil

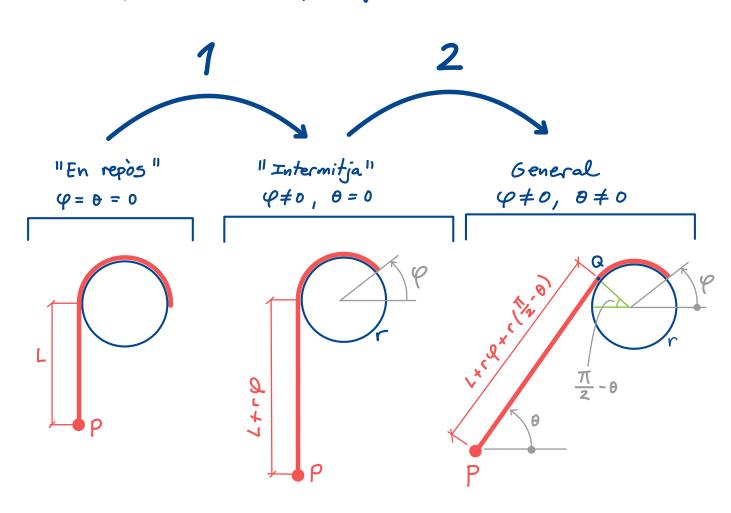
És la longitud  $d = |\overline{qP}|$ 

La volem per a una configuració general (per valors generals (per valors de pri o)



Definim la longitud "en repos" com:

Podem passar de la configuration "en repòs"  $(\varphi = \theta = 0)$  a la general (valors  $\varphi$ ,  $\theta$  genèrics) en 2 passos:



Per taut:

$$d = L + r\varphi + r(\frac{\pi}{2} - \theta)$$