DATAGURU 炼数成金

数据分析与R语言 第5周

2012.6.2

回归诊断

- 样本是否符合正态分布假设？
- 是否存在离群值导致模型产生较大误差？
- 线性模型是否合理？
- 误差是否满足独立性、等方差、正态分布等假设条件？
- 是否存在多重共线性？

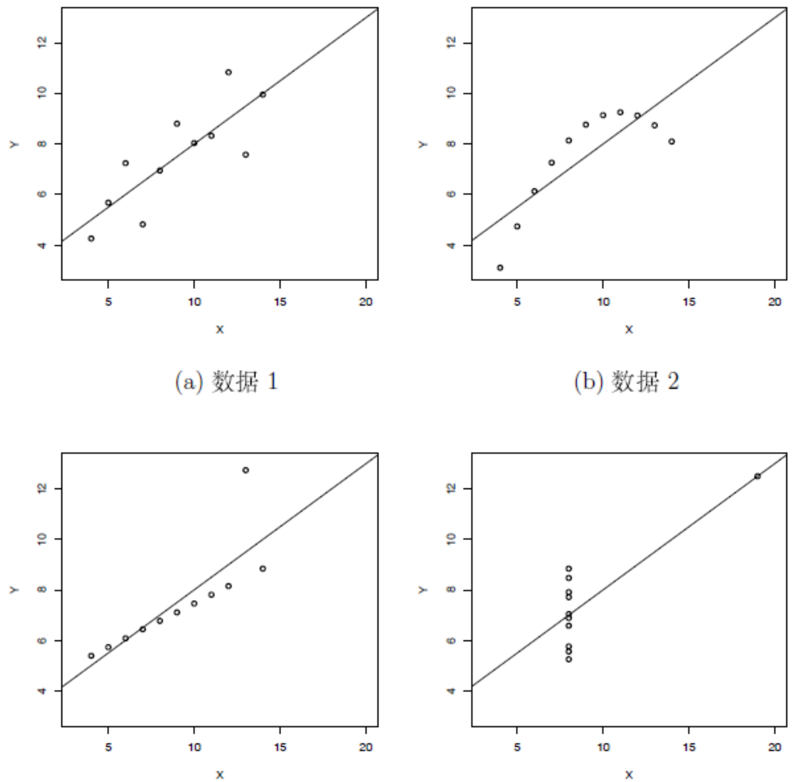
正态分布检验

- 正态性检验：函数shapiro.test( )
- P>0.05，正态性分布

```
> shapiro.test(x$x1)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  x$x1
W = 0.9937, p-value = 0.9259

> shapiro.test(x$x3)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  x$x3
W = 0.9444, p-value = 0.0003618
```

散点图目测检验

- 薛毅书纸介质p284，例6.11



(a) 数据 1　(b) 数据 2　(c) 数据 3　(d) 数据 4

残差

- 残差计算函数residuals( )
- 对残差作正态性检验
- 残差图

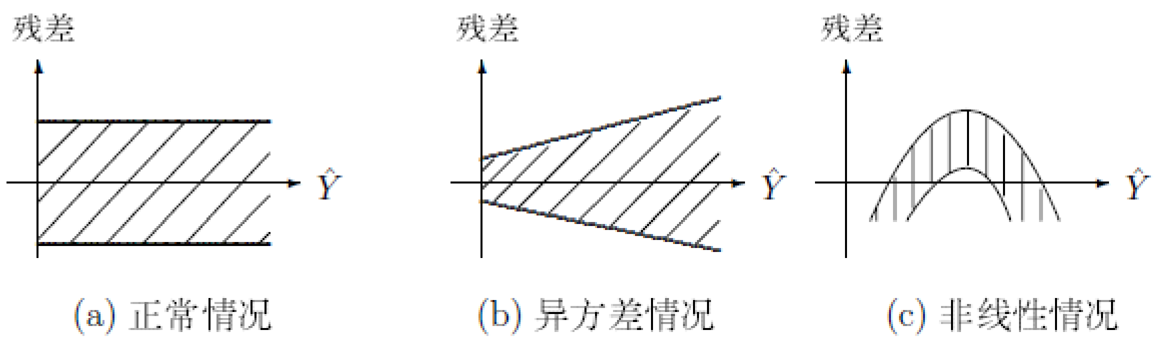
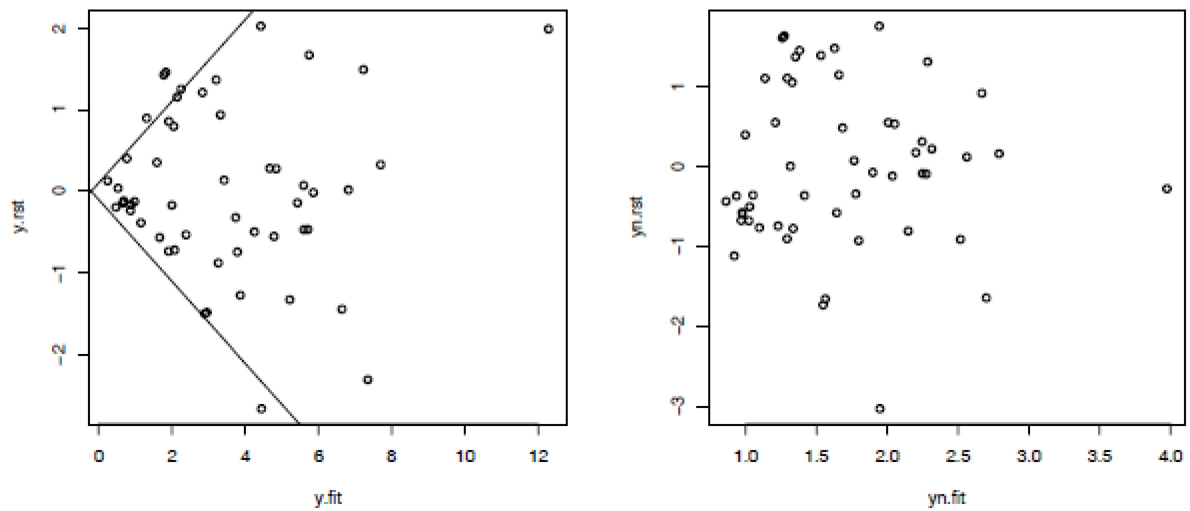


图 6.7: 回归值 $\hat{Y}$ 与残差的散点图

例子

- 薛毅书p346例6.14



(a) 异方差情况 (b) 变换后的情况

图 6.9: 例 6.6 的标准化残差图

多重共线性

- 什么是多重共线性
- 多重共线性对回归模型的影响
- 利用计算特征根发现多重共线性
- Kappa()函数

广义线性模型

例 6.19 R. Norell 实验

为研究高压电线对牲畜的影响, *R. Norell* 研究小的电流对农场动物的影响. 他在实验中, 选择了 *7* 头, *6* 种电击强度, *0,1,2,3,4,5* 毫安. 每头牛被电击 *30* 下, 每种强度 *5* 下, 按随机的次序进行. 然后重复整个实验, 每头牛总共被电击 *60* 下. 对每次电击, 响应变量 — 嘴巴运动, 或者出现, 或者未出现. 表 *6.13* 中的数据给出每种电击强度 *70* 次试验中响应的总次数. 试分析电击对牛的影响.

表 6.13: 7 头牛对 6 种不同强度的非常小的电击的响应

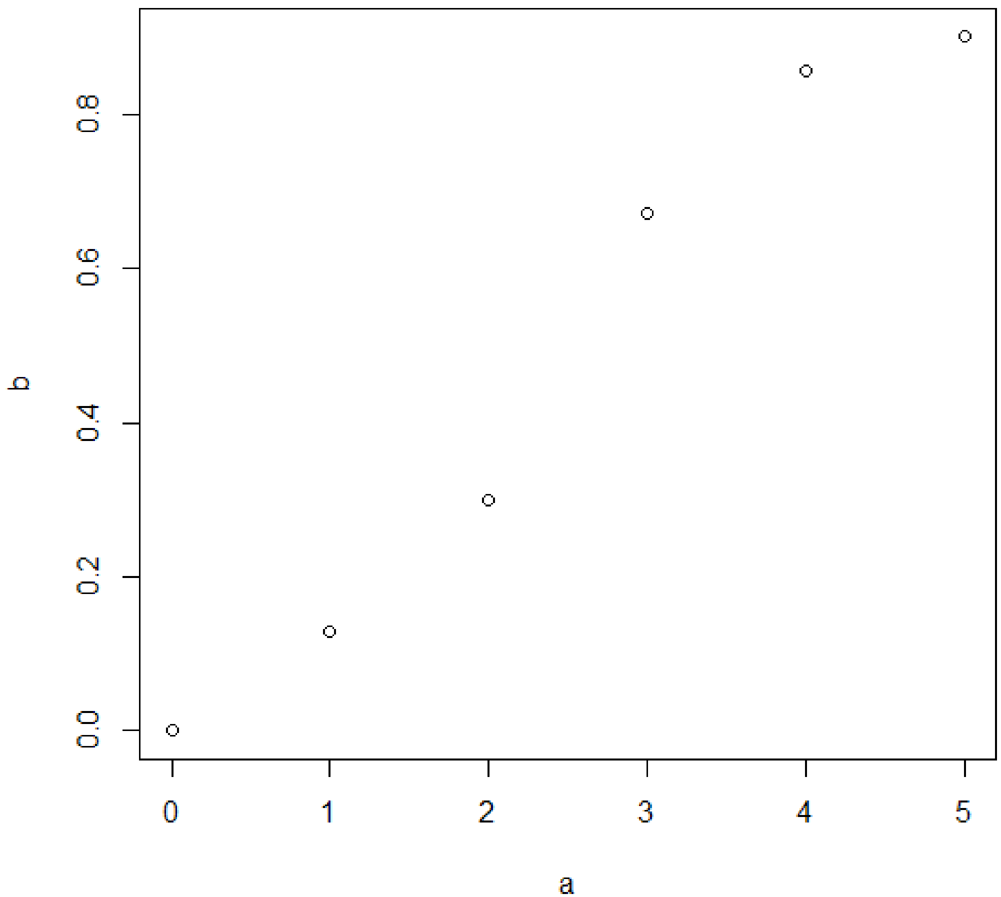
电流 (毫安)	试验次数	响应次数	响应的比例
0	70	0	0.000
1	70	9	0.129
2	70	21	0.300
3	70	47	0.671
4	70	60	0.857
5	70	63	0.900

广义线性模型

- 目标：求出电流强度与牛是否张嘴之间的关系
- 困难：牛是否张嘴，是0-1变量，不是变量，无法建立线性回归模型
- 矛盾转化：牛张嘴的概率是连续变量

广义线性模型

```
a=c(0:5)
b=c(0,0.129,0.3,0.671,0.857,0.9)
plot(a,b)
```



符合logistic回归模型的曲线特征

$$P = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_p X_p)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_p X_p)}$$

广义线性模型

- Logit变换

$$\text{logit}(P) = \ln\left(\frac{P}{1-P}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_p X_p.$$

- 常见连接函数与逆连接函数

表 6.11: 常见的连接函数和误差函数

	连接函数	逆连接函数 (回归模型)	典型误差函数
恒等	$x^T\beta = E(y)$	$E(y) = x^T\beta$	正态分布
对数	$x^T\beta = \ln E(y)$	$E(y) = \exp(x^T\beta)$	Poisson 分布
Logit	$x^T\beta = \text{Logit}E(y)$	$E(y) = \frac{\exp(x^T\beta)}{1+\exp(x^T\beta)}$	二项分布
逆	$x^T\beta = \frac{1}{E(y)}$	$E(y) = \frac{1}{x^T\beta}$	Gamma 分布

广义线性模型

- 广义线性模型建模函数：glm( )。薛毅书p364

```
fitted.model <- glm(formula, family=family.generator,
                    data=data.frame)
```

```
fm <- glm(formula, family = binomial(link = logit),
          data=data.frame)
```

广义线性模型

```
norell<-data.frame(x=0:5,
    n=rep(70,6),
    success=c(0,9,21,47,60,63))
norell$Ymat<-
    cbind(norell$success,
    norell$n-norell$success)
glm.sol<-glm(Ymat~x,
    family=binomial,
    data=norell)
summary(glm.sol)
```

```
Call:
glm(formula = Ymat ~ x, family = binomial, data = norell)

Deviance Residuals:
      1        2        3        4        5        6
-2.2507   0.3892  -0.1466   1.1080   0.3234  -1.6679

Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  -3.3010     0.3238  -10.20   <2e-16 ***
x             1.2459     0.1119   11.13   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

    Null deviance: 250.4866  on 5  degrees of freedom
Residual deviance:   9.3526  on 4  degrees of freedom
AIC: 34.093

Number of Fisher Scoring iterations: 4
```

$$P = \frac{\exp(-3.3010 + 1.2459X)}{1 + \exp(-3.3010 + 1.2459X)}$$

2012.6.2

广义线性模型

- 多元的情形，逐步回归，step( )函数
- 例子，薛毅书P369
- 其它广义线性模型，薛毅书P374

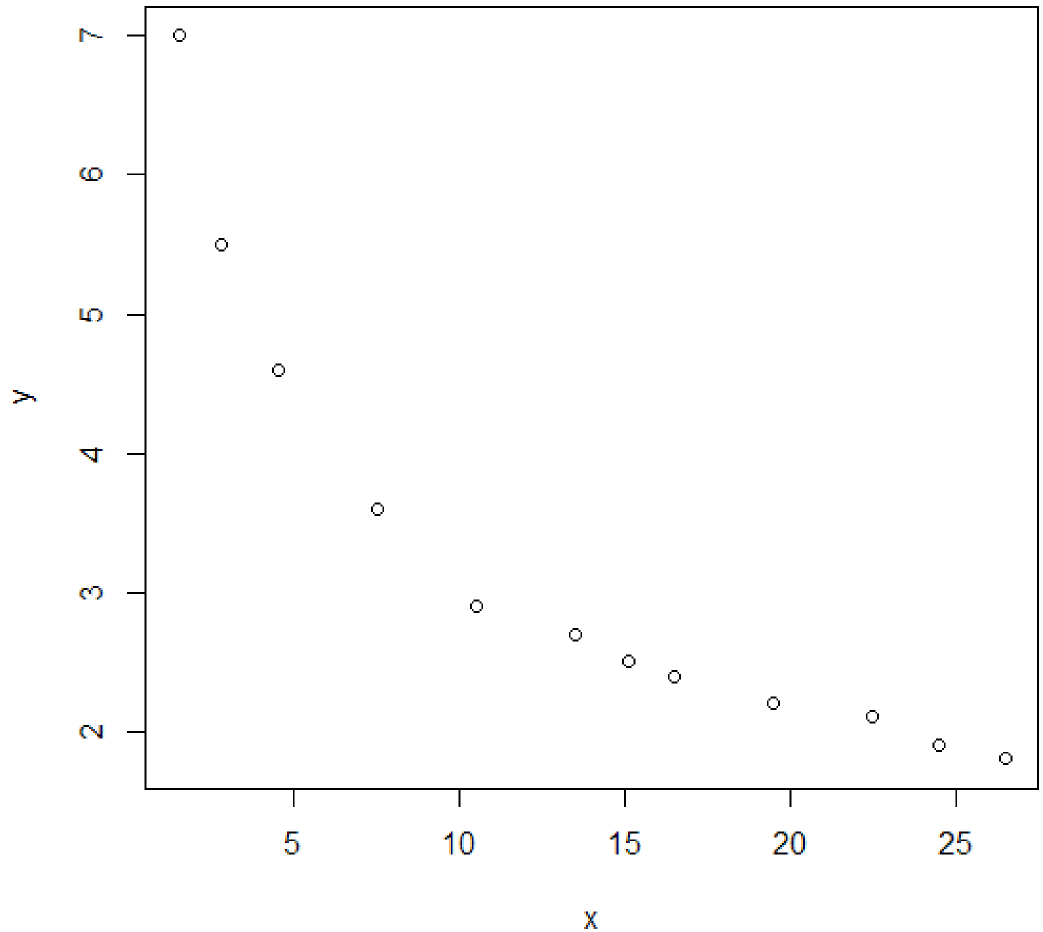
非线性模型

- 例子：销售额x与流通费率y

x=c(1.5,2.8,4.5,7.5,10.5,13.5,15.1,16.5,19.5,22.5,24.5,26.5)

y=c(7.0,5.5,4.6,3.6,2.9,2.7,2.5,2.4,2.2,2.1,1.9,1.8)

plot(x,y)



非线性模型

- 直线回归（R^2值不理想）

lm.1=lm(y~x)

>summary(lm.1)

```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-0.9179 -0.5537 -0.1628  0.3953  1.6519

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  5.60316    0.43474  12.889 1.49e-07 ***
x           -0.17003    0.02719  -6.254 9.46e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.7701 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.7964,     Adjusted R-squared: 0.776
F-statistic: 39.11 on 1 and 10 DF,  p-value: 9.456e-05
```

非线性模型

- 多项式回归，假设用二次多项式方程 $y=a+bx+cx^2$

x1=x

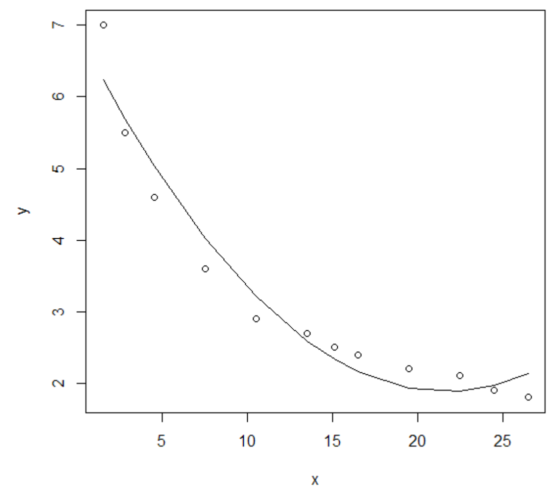
x2=x^2

lm.2=lm(y~x1+x2)

summary(lm.2)

plot(x,y)

lines(x,fitted(lm.2))




```
Call:
lm(formula = y ~ x1 + x2)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-0.43718 -0.31604  0.02362  0.22211  0.75956 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  6.914687   0.331987  20.828 6.35e-09 ***
x1          -0.465631   0.056969  -8.173 1.86e-05 ***
x2           0.010757   0.002009   5.353  0.00046 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1 

Residual standard error: 0.3969 on 9 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9513,     Adjusted R-squared: 0.9405 
F-statistic: 87.97 on 2 and 9 DF,  p-value: 1.237e-06
```

非线性模型

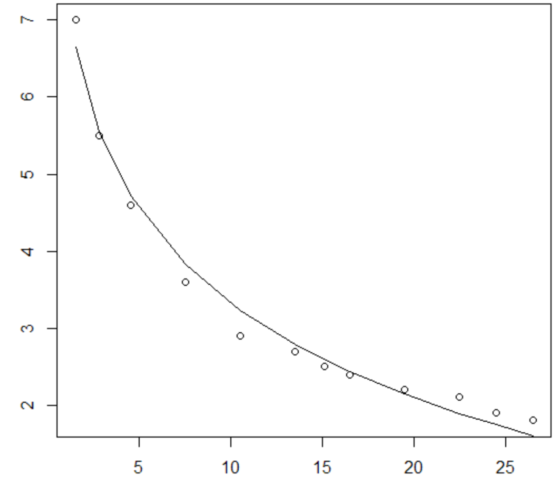
- 对数法，y=a+b logx

lm.log=lm(y~log(x))

Summar

plot(x,y)

lines(x,fitted(lm.log))y(lm
.log)




```
Call:
lm(formula = y ~ log(x))

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.33291 -0.10133 -0.04693  0.16512  0.34844

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   7.3639     0.1688   43.64 9.60e-13 ***
log(x)       -1.7568     0.0677  -25.95 1.66e-10 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2064 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9854,     Adjusted R-squared: 0.9839
F-statistic: 673.5 on 1 and 10 DF,  p-value: 1.66e-10
```

非线性模型

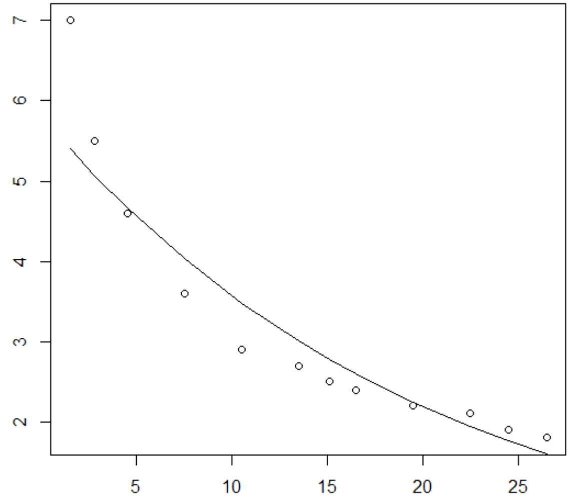
- 指数法，y=a e^{bx}

lm.exp=lm(log(y)~x)

summary(lm.exp)

plot(x,y)

lines(x,exp(fitted(lm.exp)))




```
Call:
lm(formula = log(y) ~ x)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-0.18246 -0.10664 -0.01670  0.08079  0.25946 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  1.759664   0.075101   23.43 4.54e-10 ***
x           -0.048809   0.004697  -10.39 1.12e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.133 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9153,     Adjusted R-squared: 0.9068 
F-statistic:   108 on 1 and 10 DF,  p-value: 1.116e-06
```

非线性模型

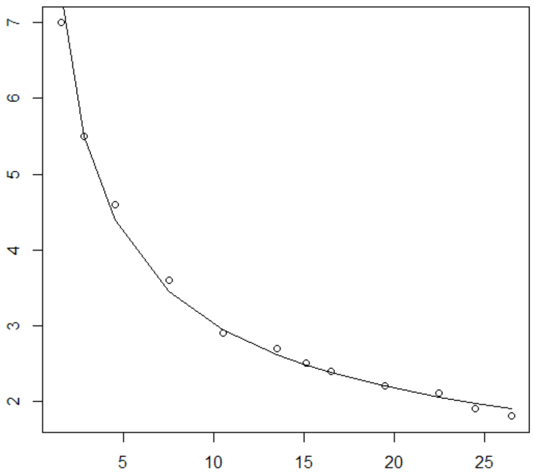
- 幂函数法，y=a x^b

lm.pow=lm(log(y)~log(x))

summary(lm.pow)

plot(x,y)

lines(x,exp(fitted(lm.pow))
)




```
Call:
lm(formula = log(y) ~ log(x))

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.054727 -0.020805  0.004548  0.024617  0.045896

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  2.19073    0.02951   74.23 4.81e-15 ***
log(x)      -0.47243    0.01184  -39.90 2.34e-12 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.0361 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9938,     Adjusted R-squared: 0.9931
F-statistic:  1592 on 1 and 10 DF,  p-value: 2.337e-12
```

对比以上各种拟合回归过程得出结论是幂函数法为最佳

非线性模型

- 正交多项式回归
- 例子，薛毅书P378

非线性最小二乘问题

- nls( )函数
- 例子，薛毅书P384

Thanks

FAQ时间