

1 LTV Systeme

$$\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x} + B(t)\mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = C(t)\mathbf{x} + D(t)\mathbf{u}$$

1.1 Transitionsmatrix und Lösung der Zustandsdifferenzialgleichung

Lösung für $\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x}$ in der Form $\mathbf{x}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{x}_0$ mit Transitionsmatrix $\Phi(t, t_0)$ aus der Peano-Baker-Reihe.

EIGENSCHAFTEN DER TRANSITIONSMATRIX:

Anfangswert: $\Phi(t_0, t_0) = E$, Produkteigenschaft:

$\Phi(t_2, t_0) = \Phi(t_2, t_1)\Phi(t_1, t_0)$, Invertierbarkeit:

$\Phi^{-1}(t, t_0) = \Phi(t_0, t)$, Differenzierbarkeit:

$\frac{d}{dt}\Phi(t, t_0) = A(t)\Phi(t, t_0)$, Determinante:

$\det \Phi(t, t_0) = \exp\left(\int_{t_0}^t \text{tr} A(\tau) d\tau\right)$.

Eigenwerte von $A(t)$ geben keine Aussage über Stabilität.

1.1.1 Spezialfälle geschlossener Lösungen

$\dot{x} = a(t)x$ mit Lösung $x = \exp\left(\int_{t_0}^t a(\tau) d\tau\right)x_0$. Bei $\dim \mathbf{x} > 1$ und $A(t)A(\tau) = A(\tau)A(t)$ dann gilt $\Phi(t, \tau) = \exp\left(\int_{\tau}^t A(s) ds\right)$

1.1.2 Periodische Matrizen

Für $\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x}$ mit $A(t) = A(t + \omega)$ dann gilt $\Phi(t, \tau) = P(t, \tau)e^{R(t-\tau)}$ mit $P(t, \tau) = P(t + \omega, \tau)$ und $R = \text{const.}$

1.1.3 Lösung der nicht-autonomen Zustandsdifferenzialgleichung

Lösung von

$$\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x} + B(t)\mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = C(t)\mathbf{x} + D(t)\mathbf{u}$$

lautet

$$\mathbf{x} = \Phi(t, t_0)\mathbf{x}_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)B(\tau)\mathbf{u}(\tau) d\tau$$

$$\mathbf{y} = C(t)\Phi(t, t_0)\mathbf{x}_0 + \int_{t_0}^t C(t)\Phi(t, \tau)B(\tau)\mathbf{u}(\tau) d\tau + D(t)\mathbf{u}$$

1.2 Zustandstransformationen und äquivalente Systemdarstellungen

1.3 Stabilität

1.4 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

1.5 Entwurf von Zustandsreglern

1.5.1 Eingrößensysteme

1.5.2 Mehrgrößensysteme

1.6 Entwurf von Zustandsbeobachtern

1.6.1 Eingrößensysteme

1.6.2 Mehrgrößensysteme

2 Analyse nichtlinearer Systeme

2.1 Fluss einer DGL

2.2 Existenz und Eindeutigkeit der Lösung NLDGLSysteme

2.3 Zustandsraum nichtlinearer Systeme

2.3.1 Mannigfaltigkeiten

2.3.2 Tangentialraum und Vektorfeld

2.3.3 Zusammenhang zwischen Vektorfeld und Differenzialgleichung

2.4 Zustandstransformationen und Diffeomorphismen

2.5 Lie-Ableitung und Lie-Klammern

2.5.1 Lie-Ableitung

2.5.2 Lie-Klammer

2.6 Distributionen und Involutivität

2.7 Steuerbarkeit und Erreichbarkeit nichtlinearer Systeme

2.7.1 Nichtlineare Systeme ohne Driftterm

2.7.2 Nichtlineare Systeme mit Driftterm

3 Exakte Linearisierung und Flachheit

3.1 Exakte Eingangs-/Ausgangslinearisierung für Eingrößensysteme

3.1.1 Relativer Grad

3.1.2 Byrnes-Isidori-Normalform

3.1.3 Nulldynamik

3.2 Exakte Eingangs-/Zustandslinearisierung für Eingrößensysteme