

# Numerische Mathematik für Ingenieure (SS 14) - Übung 10

Merikan Koyun & Julian Andrej

July 3, 2014

## T18. $\frac{3}{8}$ -Regel

Mit  $l_i$  aus dem Skript (5.2) und

$$w_i := \int_a^b l_i(x) dx$$

erhalten wir

$$w_i = \int_a^b \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^m \frac{x - x_j}{x_i - x_j} dx$$

Durch Substitution von  $x = a + sh$  und  $s \in [0, m]$  ergibt sich

$$w_i = \int_0^m \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^m \frac{s - j}{i - j} ds$$

Damit können wir die Gewichte fuer  $m = 3$  bestimmen. Fuer  $w_{im}$  ergibt sich damit:

$$w_{03} = \frac{1}{3} \int_0^3 \frac{x-1}{0-1} \frac{x-2}{0-2} \frac{x-3}{0-3} dx = \frac{1}{8}$$

$$w_{13} = \frac{1}{3} \int_0^3 \frac{x-0}{1-0} \frac{x-2}{1-2} \frac{x-3}{1-3} dx = \frac{3}{8}$$

$$w_{23} = \frac{1}{3} \int_0^3 \frac{x-0}{2-0} \frac{x-1}{2-1} \frac{x-3}{2-3} dx = \frac{3}{8}$$

$$w_{33} = \frac{1}{3} \int_0^3 \frac{x-0}{3-0} \frac{x-1}{3-1} \frac{x-2}{3-2} dx = \frac{1}{8}$$

## T19. summierte Trapezregel

Mit den Voraussetzungen aus der Aufgabe sowie der Beschreibung der äquidstanten Unterteilung in  $l \in N$  Teilintervalle auf S.93 im Skript definieren wir

$$\mathbf{Q}_{[a,b],l}(f) := \sum_{i=1}^l \mathbf{Q}_{[y_{i-1}, y_i]}(f) \quad \forall f \in C[a, b]$$

Ausserdem ist aus dem Skript bekannt, dass mit  $h = (b - a)/l$  gilt

$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=1}^l \int_{y_{i-1}}^{y_i} f(x)dx \approx \frac{h}{2} \sum_{i=1}^l (f(y_{i-1}) + f(y_i))$$

dies entspricht der summierten Trapezregel  $T(h)$ .

Berechnet man die Summe erhalten wir:

$$T(h) = \frac{h}{2} [f(a) + 2(f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_{l-1})) + f(b)]$$

Fassen wir die Terme zusammen ergibt sich

$$T(h) = h \left[ \frac{f(a)}{2} + \sum_{i=1}^{l-1} f(a + ih) + \frac{f(b)}{2} \right]$$