Numerische Mathematik für Ingenieure (SS 14) - Übung 6

Merikan Koyun & Julian Andrej

June 3, 2014

T10. mehrdimensionales Newton-Verfahren an einem Beispiel

Gegeben ist folgendes nicht-lineares Gleichungssystem:

$$e^{1-x} = \cos(y) - 0.2 \tag{1}$$

$$x^2 + y - (1+y)x = \sin(y) + 0.2 \tag{2}$$

Um das Gleichungssystem mittels Newton-Verfahren zu Lösen, stellen wir zunächst die Gleichungen um, und erhalten folgende Abbildung:

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} \cos(y) - 0.2 + e^{1-x} \\ \sin(y) + 0.2 + (1+y)x - y - x^2 \end{pmatrix} \tag{3}$$

Wir berechnen die Jacobi-Matrix:

$$Df(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{1-x} & -\sin(y) \\ 1 + y - 2x & \cos(y) + x - 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

Die Newton-Iterationsvorschrift lautet:

$$\boldsymbol{x}^{(m+1)} = \boldsymbol{x}^{(m)} - Df(\boldsymbol{x}^{(m)})^{-1} f(\boldsymbol{x}^{(m)}) \tag{5}$$

Mit dem Startwert $(1,0)^T$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}^{(m+1)} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1.8 \\ 0.2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2.8 \\ 1.6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$