

Numerische Mathematik für Ingenieure (SS 14) - Übung 1

Merikan Koyun & Julian Andrej

May 5, 2014

T1. Gnomesort

a)

(2, 5, 3, 6, 4, 1, 7)

(2, 3, 5, 6, 4, 1, 7)

(2, 3, 5, 4, 6, 1, 7)

(2, 3, 4, 5, 6, 1, 7)

(2, 3, 4, 5, 1, 6, 7)

(2, 3, 4, 1, 5, 6, 7)

(2, 3, 1, 4, 5, 6, 7)

(2, 1, 3, 4, 5, 6, 7)

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

b) Günstigster Fall

Bei n paarweise verschiedenen Zahlen in geordneter Reihenfolge ergeben sich $i_g = n - 1$ Inkrementierungen und $v_g = 0$ Vertauschungen. Da die Zahlen geordnet sind, tritt nur **if** $a_{i-1} \leq a_i$ ein. Anfangs gilt $i_{init} \leftarrow 2$. Es wird nicht mehr inkrementiert, wenn $i = n + 1$. Es werden also $i_g = i - i_{init} = n + 1 - 2 = n - 1$ Inkrementierungen durchgeführt.

Ungünstigster Fall

Bei n paarweise verschiedenen Zahlen in absteigender Reihenfolge ergeben sich $v_u = \sum_{i=1}^{n-1} i$ Vertauschungsoperationen. Sind die Zahlen in absteigender Reihenfolge angeordnet, so ist für jede Zahl eine maximale Anzahl an Sortierungen notwendig.

Bei maximaler Unordnung wird die Zahl an Index i ($i \leq n$) immer paarweise nach links durchgetauscht, bis ihr Index $i = 1$ ist. Eben genannte Operation wird $n - 1$ mal durchgeführt, da der Algorithmus mit $i \leftarrow 2$ initialisiert wird. Also für eine Zahl bei Index i sind $i - 1$ Tauschoperationen notwendig. Damit lässt sich die Anzahl an Tauschoperationen als folgende Summe schreiben:

$$v_u = \sum_{i=2}^n (i - 1) = \sum_{i=1}^{n-1} i \quad (1)$$

Eine Inkrementierung während des eigentlichen Sortierens findet nur dann statt, wenn 2 oder mehrere Zahlen von Beginn des Vektors an aufsteigend sortiert sind. Mathematisch ausgedrückt treten also während des Sortierprozesses genau $n - 1$ Sequenzen auf, für die gilt $\forall k \in \{1, \dots, n - 1\}$

$$a_i < a_j, \quad i \in \{1, \dots, k\}, \quad j = i + 1 . \quad (2)$$

Da nur in diesen Fällen jeweils k -mal inkrementiert werden muss, ergibt sich trivialerweise:

$$i_u = \sum_{k=1}^{n-1} k \quad (3)$$