



Politechnika
Wrocławska

Metody Systemowe i Decyzyjne L

Metoda najmniejszych kwadratów

Michał Czuba

W4N, K46

sem. letni 2023/24



Agenda

1 Model liniowy

2 Uogólniony model liniowy

3 Zadanie

4 Eksperyment

5 Pliki do wysłania

Przeanalizuj poznany dzisiaj algorytm analityczny do estymacji parametrów modelu liniowego:

$$\hat{\theta} = (XX^T)^{-1}XY^T, \quad (1)$$

gdzie $\theta = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ (tj. współczynniki funkcji liniowej).

Agenda

- 1 Model liniowy
- 2 Uogólniony model liniowy
- 3 Zadanie
- 4 Eksperyment
- 5 Pliki do wysłania

Uogólniony model liniowy

Powyższy model może być uogólniony tak, aby estymował parametry wielomianu o dowolnym stopniu M . Wtedy parametry modelu $\theta \in \mathbb{R}^{M+1}$ i pozwalają na regresję wektora y dla serii x w poniższy sposób:

$$\bar{y} = \sum_{m=0}^M \theta_m \phi_m(x) \quad (2)$$

gdzie ϕ_m to tak zwane funkcje bazowe (x^0, x^1, \dots, x^M) .

Agenda

- 1 Model liniowy
- 2 Uogólniony model liniowy
- 3 **Zadanie**
- 4 Eksperyment
- 5 Pliki do wysłania

Zadanie

Twoim zadaniem jest modyfikacja wzoru (1) tak, aby było możliwe dopasowanie do danych wielomianu o dowolnym stopniu. Zadanie zostało rozwiązane częściowo w pliku `lss.py`.

Wymagana jest implementacja brakujących funkcji!

Jako pomoc wykorzystaj skrypt `test_lss.py`, który zawiera testy jednostkowe do funkcji do zaimplementowania.

Zadanie

Funkcje do zaimplementowania to:

- `print_polynomial` - rozwija wzór wielomianu o współczynnikach i stopniu zgodnych z θ tak, by dało się go wydrukować,
- `get_polynomial_form` - dla zadanego M zwraca macierz wykładników funkcji bazowych ϕ ,
- `least_squares_solution` - implementuje wzór (1) w uogólnionej postaci (podpowiedź: w ciele funkcji użyj `get_polynomial_form` do modyfikacji macierzy X).

Agenda

- 1 Model liniowy
- 2 Uogólniony model liniowy
- 3 Zadanie
- 4 Eksperyment**
- 5 Pliki do wysłania

Eksperyment

Po wykonaniu zadania pobaw się algorytmem! Dopasuj do danych modele o coraz większej wartości M . Obserwuj, jak w miarę wzrostu złożoności modelu (rozumianej jako liczba M składających się na niego funkcji bazowych ϕ_m) zmienia się błąd przybliżenia.

Zastanów się: czy najlepszy model to taki, który popełnia najmniejszy błąd na danych, z użyciem których estymowano jego parametry? Wyciągnij wnioski praktyczne dotyczące wyboru postaci modelu i zapisz je w pliku 'answer.txt'.

Agenda

1 Model liniowy

2 Uogólniony model liniowy

3 Zadanie

4 Eksperyment

5 Pliki do wysłania

Pliki do wysłania

Rozwiązane zadanie zawierać powinno następujące pliki:

- 1) lss .py,
- 2) test_lss .py,
- 3) answer.txt.

Powodzenia!