

Minimização com Restrições de Igualdade

Método de penalização

Lucas Magno

1 INTRODUÇÃO

Lorem ipsum

2 OTIMIZAÇÃO RESTRITA

Diferentemente da otimização irrestrita, neste trabalho consideraremos problemas de otimização nos quais a região viável não é todo o \mathbb{R}^n e sim um subconjunto seu determinado por várias equações não-lineares.

Podemos formular o problema na seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f(x) \\ &\text{sujeita a} && c_i(x) = 0, \quad i = 1, m \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$ e ¹

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \\ c_i &: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad i = 1, m \end{aligned}$$

Portanto, não podemos mais utilizar os algoritmos já desenvolvidos e precisamos definir as condições de otimalidade neste novo problema. Para isto, é preciso que se defina uma condição de qualificação, isto é, hipóteses adicionais que nos permitirão qualificar os minimizadores.

¹Assumindo f e c_i continuamente diferenciáveis.

2.1 LICQ E MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

Uma qualificação possível (de fato a mais fraca [Wachsmuth, 2013]) é a *Linear Independence Constraint Qualification* ou LICQ, definida a seguir.

Definição 1. Um ponto x^* é dito satisfazer LICQ se e somente o conjunto formado pelos gradientes das restrições em x^*

$$\{\nabla c_1(x^*), \dots, \nabla c_m(x^*)\}$$

é linearmente independente.

Assim, podemos agora enunciar a condição necessária de primeira ordem [Friedlander, 1994]:

Teorema 1. Seja x^* um minimizador local do problema 2.1 que satisfaça LICQ, então existe $\lambda^* \in \mathbb{R}^m$ tal que

$$\nabla f(x^*) = \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla c_i(x^*) \quad (2.2)$$

onde λ^* é conhecido como o vetor de multiplicadores de langrange.

Uma vez que temos uma condição de otimalidade, podemos a utilizar como critério de parada no algoritmo a ser implementado.

Vale notar também que podemos generalizar este método para restrições de *desigualdade*, da forma

$$c_i(x) \geq 0$$

e então obtemos as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). [Nocedal and Wright, 2006]

3 MÉTODO DE PENALIZAÇÃO

4 O PROGRAMA

5 EXECUÇÃO

6 RESULTADOS

7 CONCLUSÃO

REFERÊNCIAS

- A. Friedlander. *Elementos de Programação Não-Linear*. Editora UNICAMP, 1 edition, 1994.
- J. Nocedal and S. J. Wright. *Numerical Optimization*. Springer, New York, 2nd edition, 2006.
- G. Wachsmuth. On {LICQ} and the uniqueness of lagrange multipliers. *Operations Research Letters*, 41(1):78 – 80, 2013. ISSN 0167-6377. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.orl.2012.11.009>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167637712001459>.



