Minimização com Restrições de Igualdade
Método de penalização

Lucas Magno

1 INTRODUÇÃO

Lorem ipsum

2 OTIMIZAÇÃO RESTRITA

Diferentemente da otimização irrestrita, neste trabalho consideraremos problemas de otimização nos quais a região viável não é todo o $\mathbb{R}^n$ e sim um subconjunto seu determinado por várias equações não-lineares.

Podemos formular o problema na seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(x) \\ \text{sujeita a} & c_i(x) = 0, \quad i = 1, m \end{array} \tag{2.1}$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$ e [1]

$$\begin{array}{rl} f: & \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \\ c_i: & \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \quad , \quad i = 1, m \end{array}$$

Portanto, não podemos mais utilizar os algoritmos já desenvolvidos e precisamos definir as condições de otimalidade neste novo problema. Para isto, é preciso que se defina uma condição de qualificação, isto é, hipóteses adicionais que nos permitirão qualificar os minimizadores.

[1] Assumindo f e c_i continuamente diferenciáveis.

2.1 LICQ e Multiplicadores de Lagrange

Uma qualificação possível (de fato a mais fraca [Wachsmuth, 2013]) é a *Linear Independence Constraint Qualification* ou LICQ, definida a seguir.

Definição 1. *Um ponto x^* é dito satisfazer LICQ se e somente o conjunto formado pelos gradientes das restrições em x^**

$$\{\nabla c_1(x^*), \ldots, \nabla c_m(x^*)\}$$

é linearmente independente.

Assim, podemos agora enunciar a condição necessária de primeira ordem [Friedlander, 1994]:

Teorema 1. *Seja x^* um minimizador local do problema 2.1 que satisfaça LICQ, então existe $\lambda^* \in \mathbb{R}^m$ tal que*

$$\nabla f(x^*) = \sum_{i=0}^{m} \lambda_i^* \nabla c_i(x^*) \tag{2.2}$$

onde λ^* é conhecido como o vetor de multiplicadores de langrange.

Uma vez que temos uma condição de otimalidade, podemos a utilizar como critério de parada no algoritmo a ser implementado.

3 Método de Penalização

4 O Programa

5 Execução

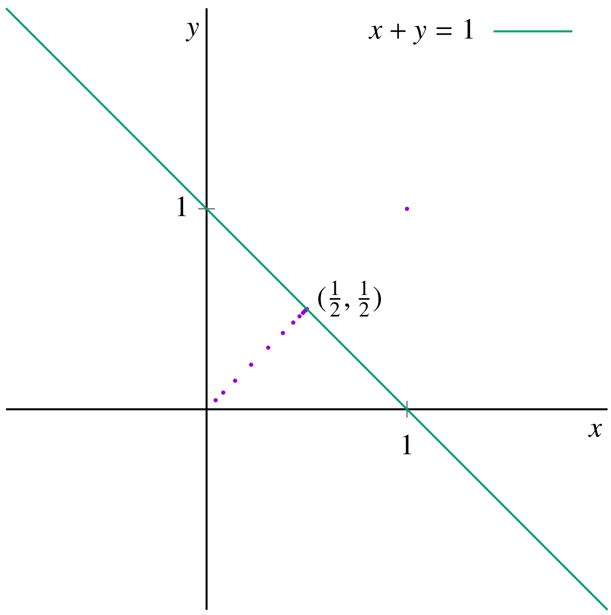
6 Resultados

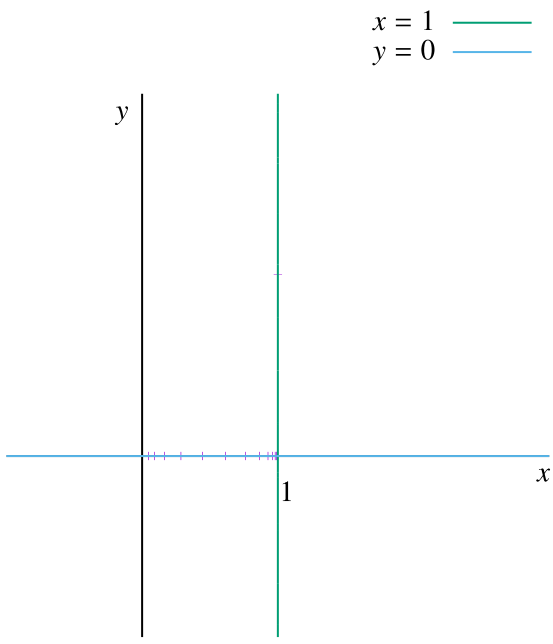
7 Conclusão

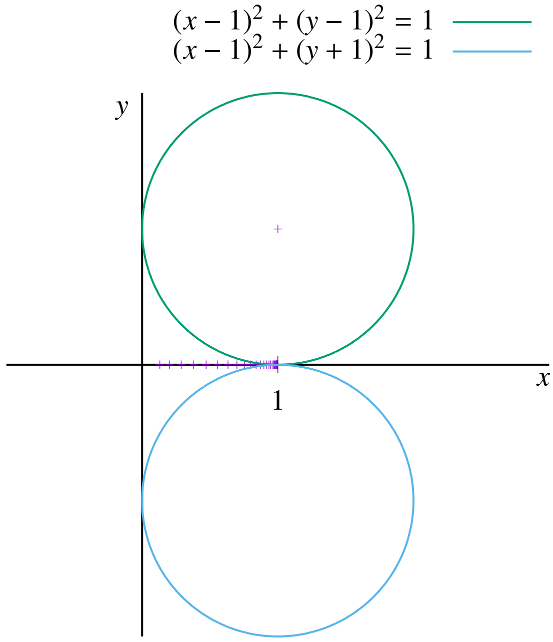
Referências

A. Friedlander. *Elementos de Programação Não-Linear*. Editora UNICAMP, 1 edition, 1994.

G. Wachsmuth. On {LICQ} and the uniqueness of lagrange multipliers. *Operations Research Letters*, 41(1):78 – 80, 2013. ISSN 0167-6377. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.orl.2012.11.009. URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167637712001459`.


$x + y = 1$
y
x
1
1
$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$


$x = 1$
$y = 0$
y
x
1


$(x-1)^2+(y-1)^2=1$
$(x-1)^2+(y+1)^2=1$
y
x
1