

# COMUNICACIONES DIGITALES

***TRABAJO PRACTICO Nº 4: DISEÑO DE FILTROS  
ECUALIZADORES – SIMULACIONES EN MATLAB***

## **INTRODUCCION:**

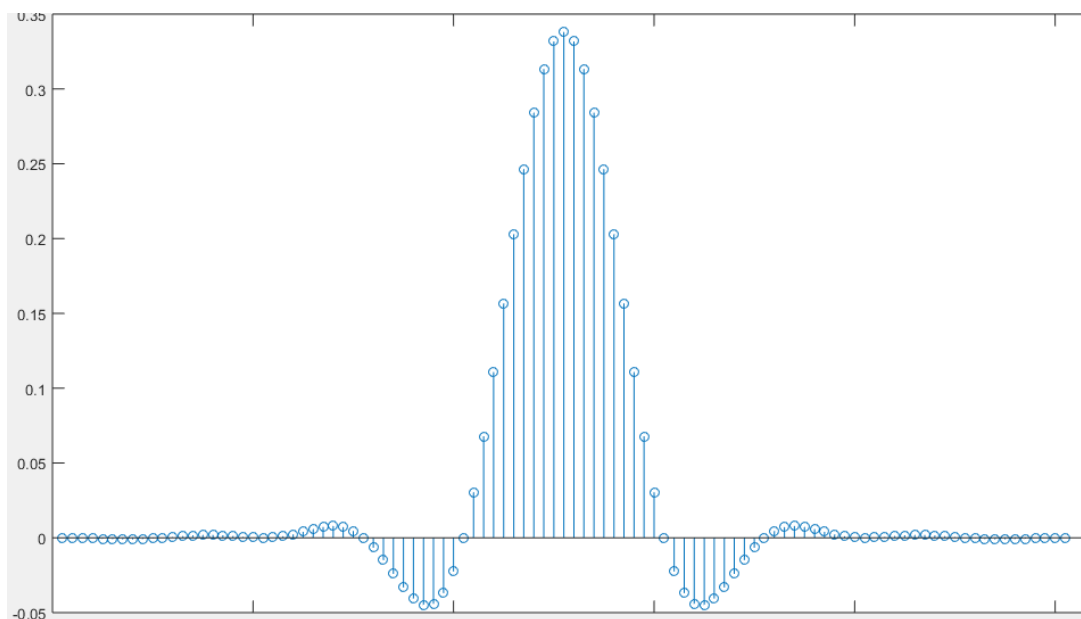
En este trabajo se van a poner en practica los temas vistos en clase, diseñando distintos ecualizadores para un sistema de comunicaciones afectado por la distorsion del canal y el ruido. La señal a transmitir será de PAM2 banda base, la cual tiene una constelación de  $\{-1,1\}$ . Primero se hará un repaso de lo visto en la primera parte, utilizando filtros apareados del tipo raíz coseno realzado y observando los efectos del ruido y la interferencia inter símbolo. Luego se mostrarán aplicaciones de la segunda parte de la materia, donde si diseñaran filtros FIR para utilizar distintos ecualizadores (forzados a cero, de minimo error cuadrático medio y adaptativos).

## PARTE 1:

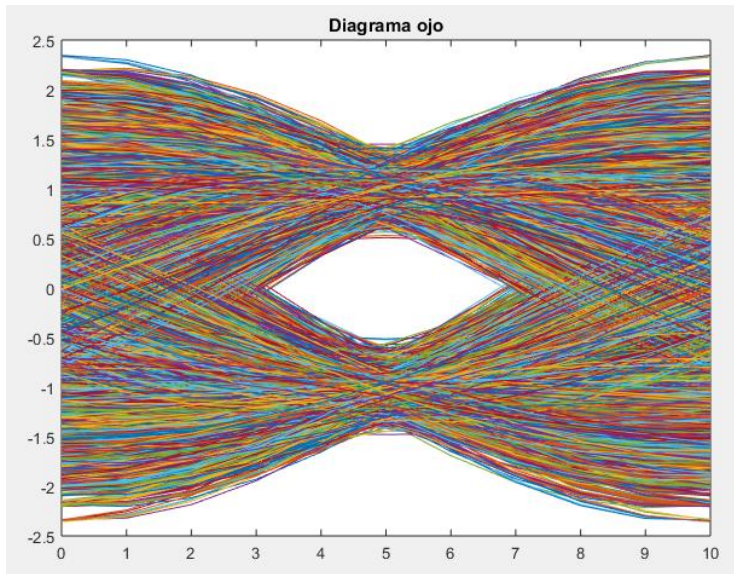
1.1) Para que el simulador cumpla con el criterio de Nyquist se debe considerar que tanto el filtro transmisor como el receptor deben tener una respuesta en frecuencia raíz cuadrada de coseno realzado para que queden apareados. Para esto se tiene que, dado un  $\text{span}=10$  (Número de muestras del filtro) y un  $\text{sps}=10$  (muestras por símbolo), considerar una separación entre símbolos (utilizando ceros para lograr igualdad de velocidad entre lo que se transmite y lo que se muestrea) de 10 lugares. El roll off utilizado es 0.5. Además de estar apareados, el filtro equivalente es un coseno realzado, el cual por sus características cumple con el criterio de cero interferencia inter símbolo.

En el dominio temporal, cada filtro conformador tiene la forma de una función sinc atenuada, donde en su punto de máxima energía (muestra central), se encuentra el símbolo. Para evitar interferencias, el siguiente dato debe ubicarse donde la respuesta anterior se hace cero (en la decima muestra), y así sucesivamente. Obviamente entre sinc y sinc se van a interferir, pero el objetivo de las comunicaciones digitales es que en el punto donde se toma la muestra el valor no tenga contribución de ningún otro dato.

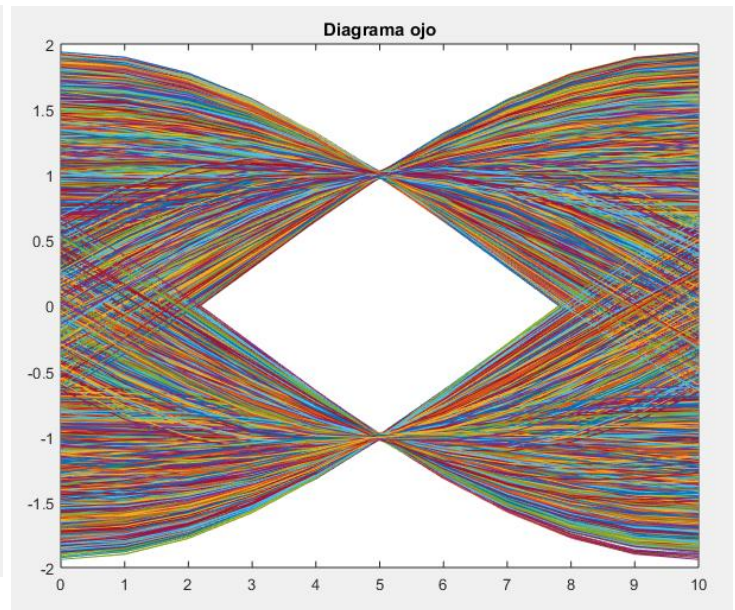
La siguiente función muestra la respuesta al impulso del filtro de coseno realzado (filtro equivalente del sistema utilizado).



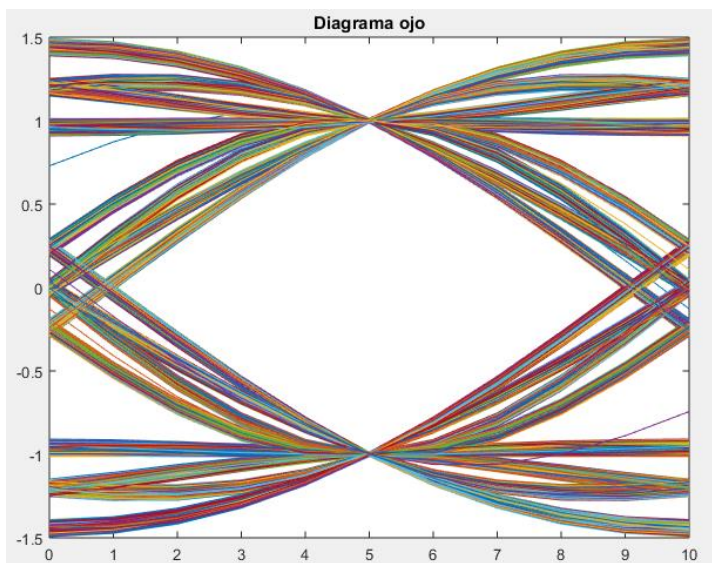
Considerando 10000 símbolos a transmitir, se muestran a continuación los diagramas de ojo para distintos valores de roll off ( 0, 0.25, 0.5 Y 1). A medida que este aumenta, la apertura del ojo es mayor, lo que significa una mayor inmunidad al ruido, pero se necesita más ancho de banda del canal.



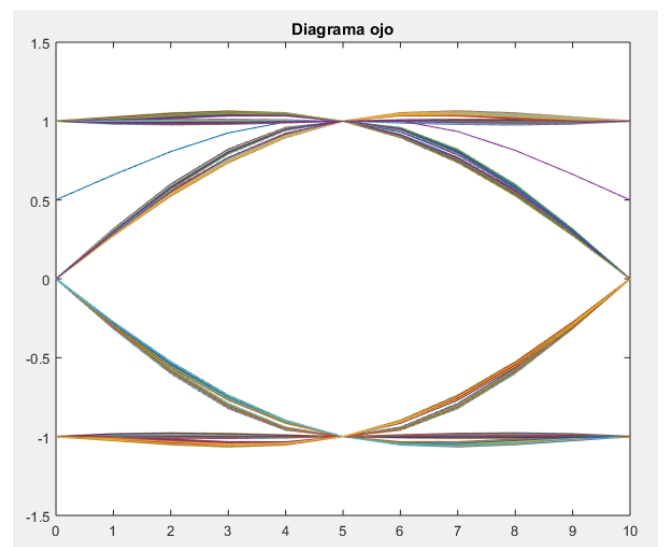
Roll off = 0



Roll off = 0.25



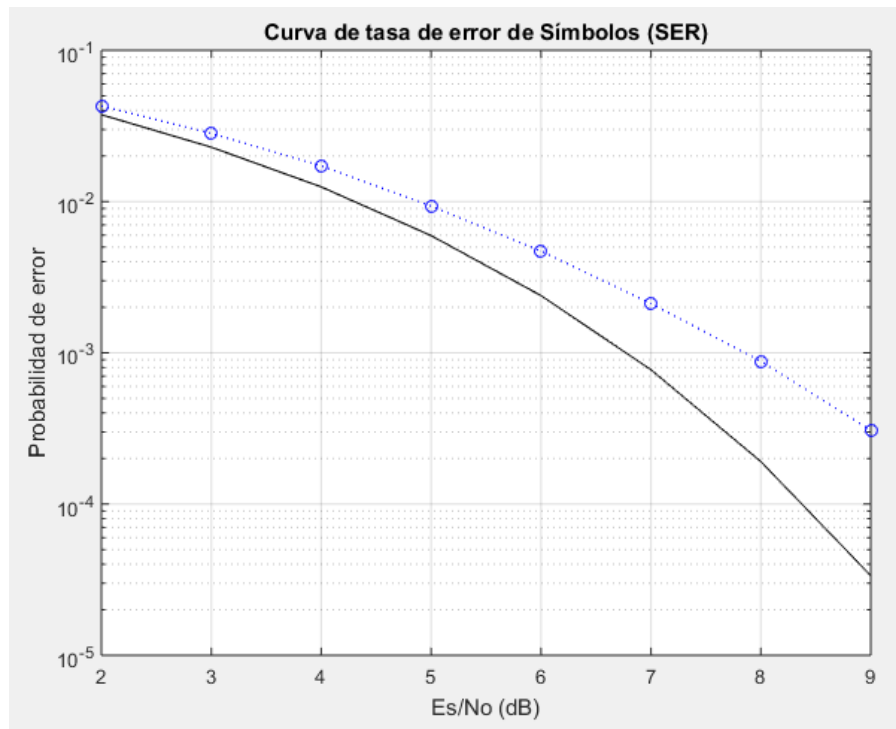
Roll off = 0.5



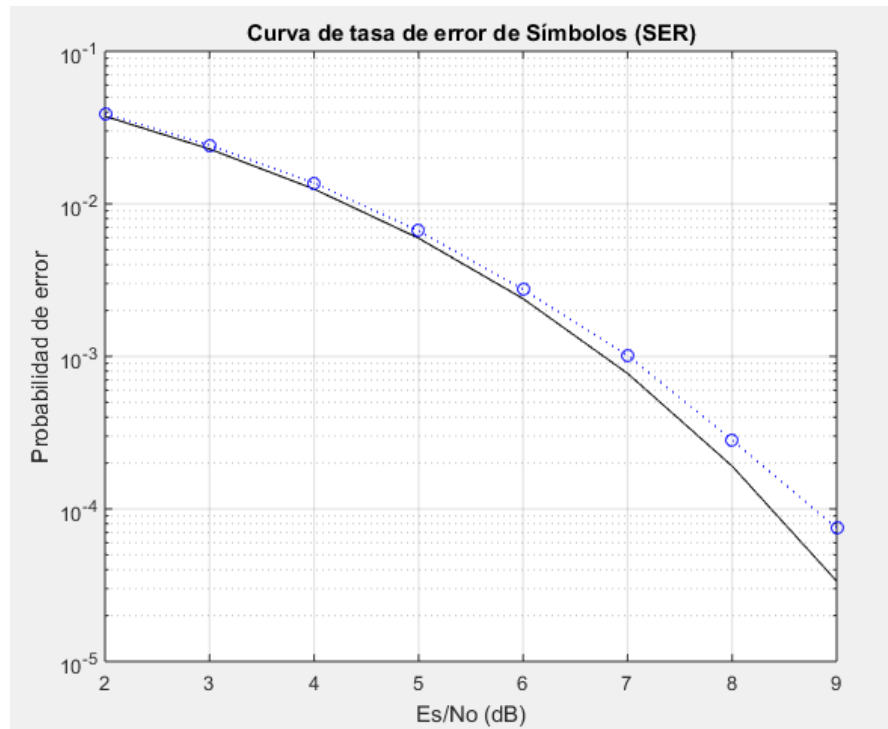
Roll off = 1

1.2) Dada que la constelación utilizada es BPSK las curvas BER y SER son idénticas ya que en este caso 1 símbolo contiene un bit.

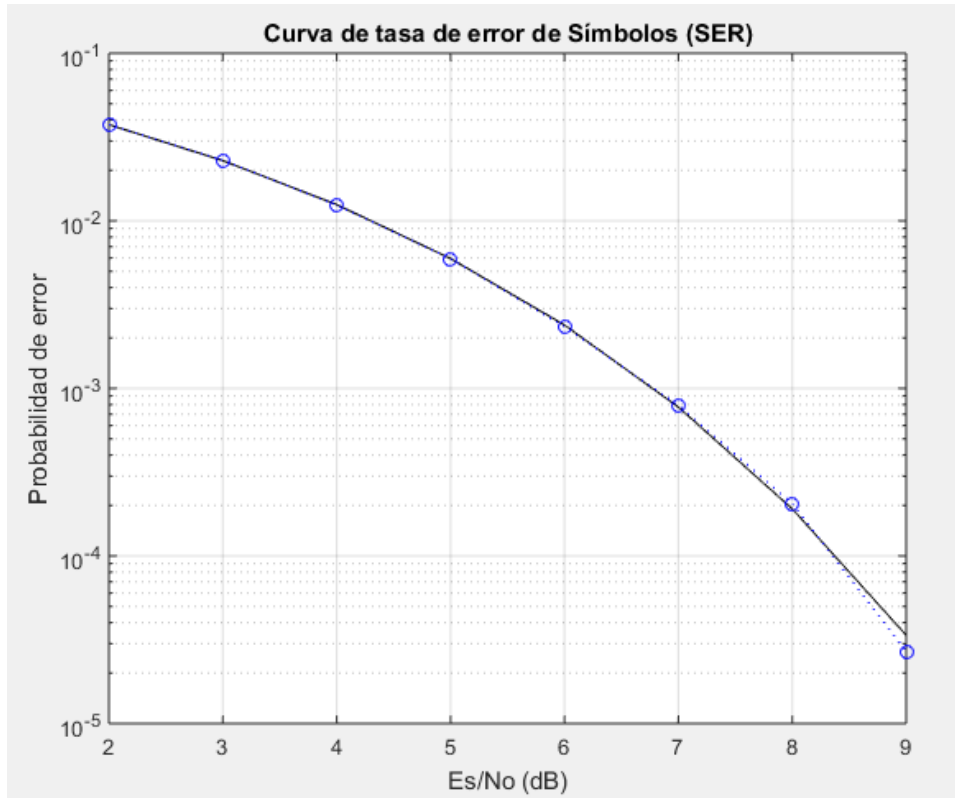
Considerando un roll off de cero y un millón símbolos transmitidos se tiene:



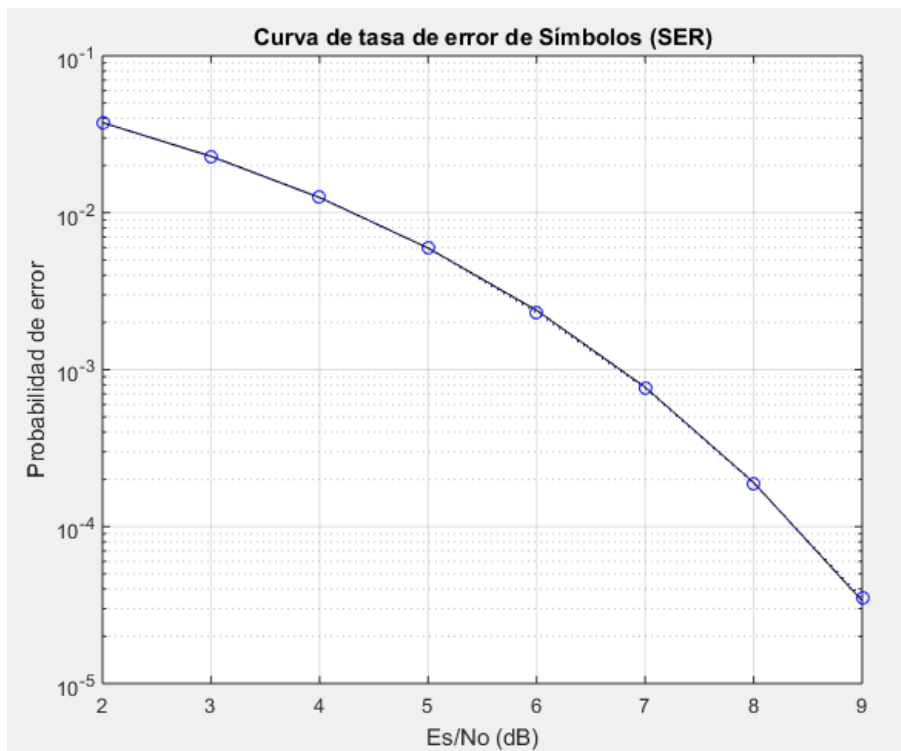
Para un roll off=0.1



roll off=0.25



roll off=0.5



Se puede observar que a medida que aumenta el roll off la curva estimada se asemeja más a la teórica (ideal). El SER es afectado por el ruido y por la ISI. Si se tiene en cuenta los diagramas de ojo anteriores, se vería que a mayor roll off, mayor inmunidad al ruido. Por lo

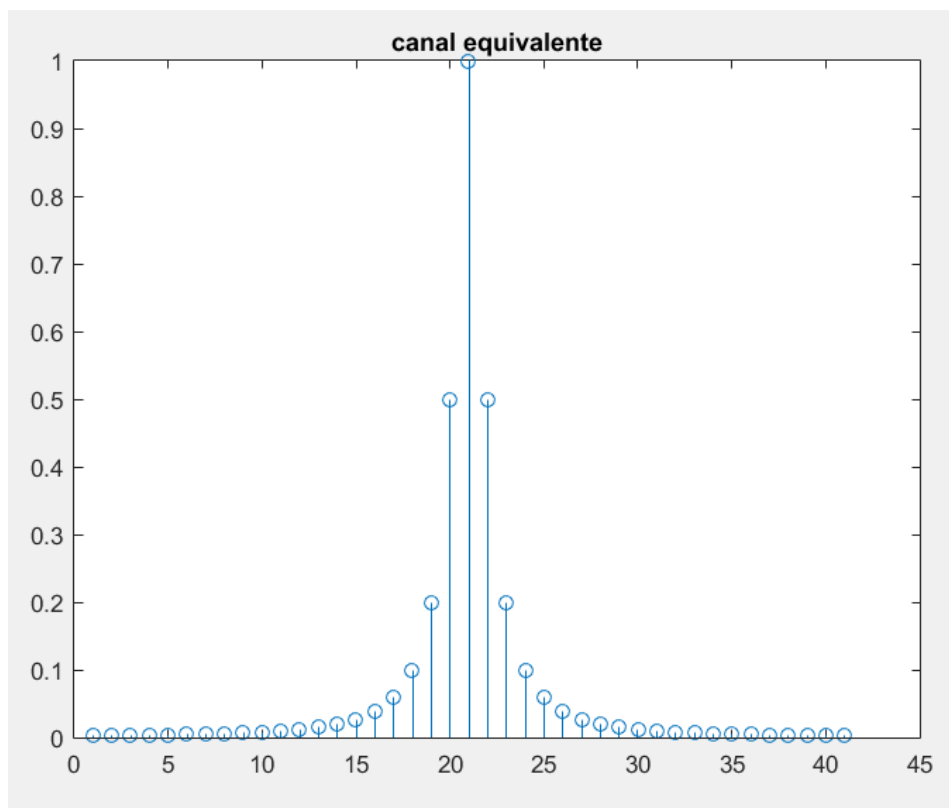
tanto, una mejor aproximación de la curva SER a la teórica que lleva a un menor error en la cantidad de símbolos detectados.

## PARTE 2:

En esta parte se va a reemplazar todos los bloques del sistema de comunicación anterior (filtro transmisor, efecto del ruido del canal y filtro receptor) por otro equivalente de todos estos (aunque sin ruido) similar al analizado en el ejemplo 6.11 del libro de Proakis, cuya respuesta temporal sigue a la siguiente función:

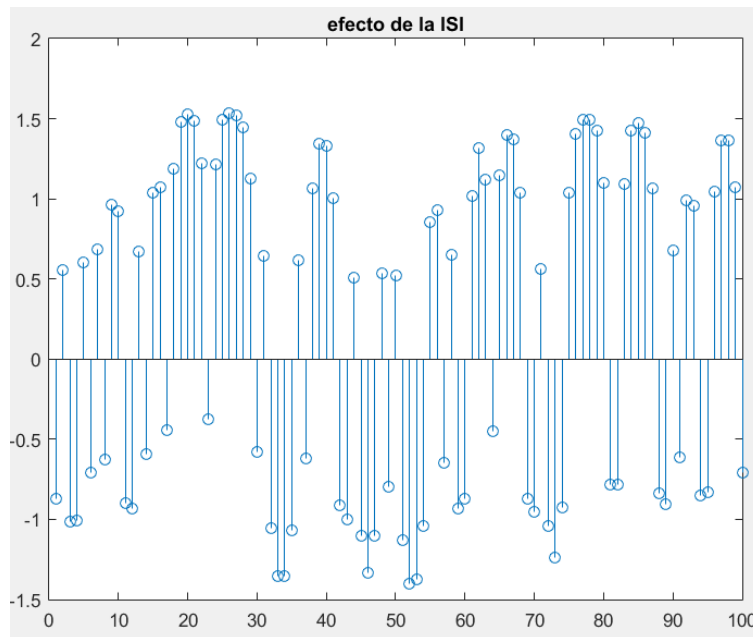
$$x(t) = \frac{1}{1 + \left(\frac{2t}{T}\right)^2}$$

La cual se discretiza tomando muestras al doble de la tasa de símbolos T:

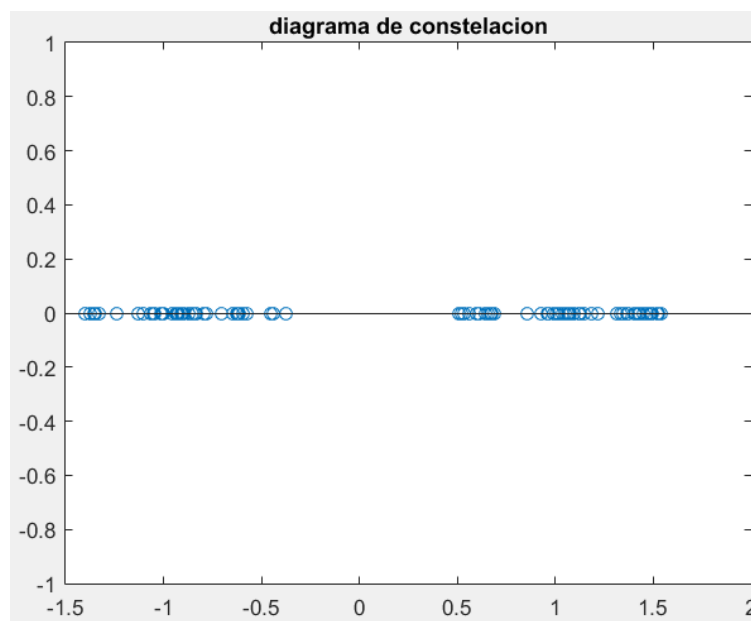


En consecuencia, los símbolos deben sobremuestrearse a  $T/2 = \tau$  para cumplir con el diseño del canal (es decir, que se debe agregar un 0 entre cada símbolo).

2.1) La interferencia inter símbolos (en adelante ISI) es notoria a causa de este canal, aunque es muy poco probable que se cometan errores. En el siguiente gráfico se muestra la señal recibida ya submuestreada (100 símbolos):

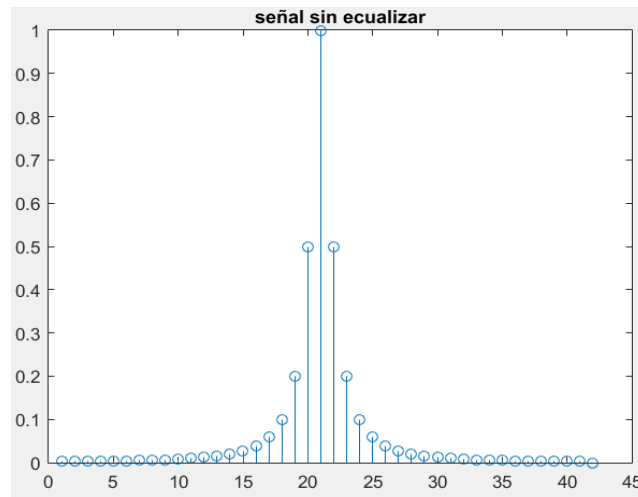


La ISI puede notarse mejor en un diagrama de constelaciones, donde se puede apreciar mejor la dispersión de los símbolos respecto de sus valores ideales:

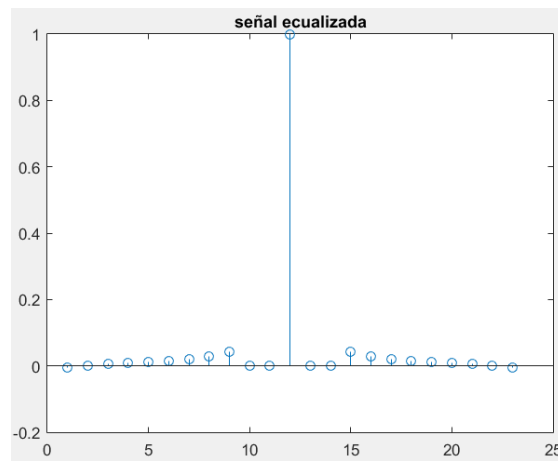


2.2) Al no haber ruido en el sistema, resulta conveniente diseñar un filtro que anule lo mejor posible la ISI. Para esto, se utiliza un ecualizador forzado a cero (ZF en adelante, por sus siglas en inglés *Zero Forcing*) en el cual trata de anular cualquier dato “molesto” en ambos lados del símbolo transmitido, y así no afectar así en la ganancia de los símbolos adyacentes. Se van a utilizar tres ecualizadores diferentes: con 5, 11 y 13 taps (más taps, implica más condiciones y por lo tanto en teoría resultaría más eficiente, siempre considerando que no existe ruido). Las respuestas al impulso antes y después del ecualizador son las siguientes:

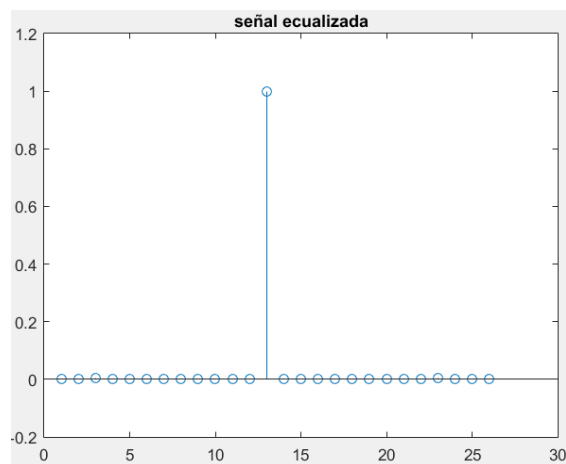




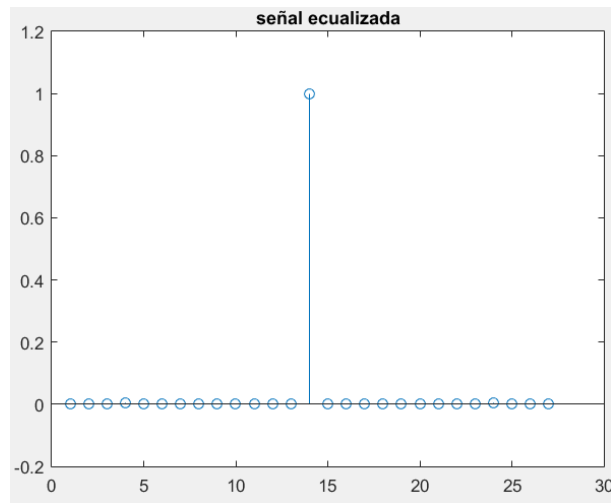
- Con 5 taps:



- Con 11 taps:

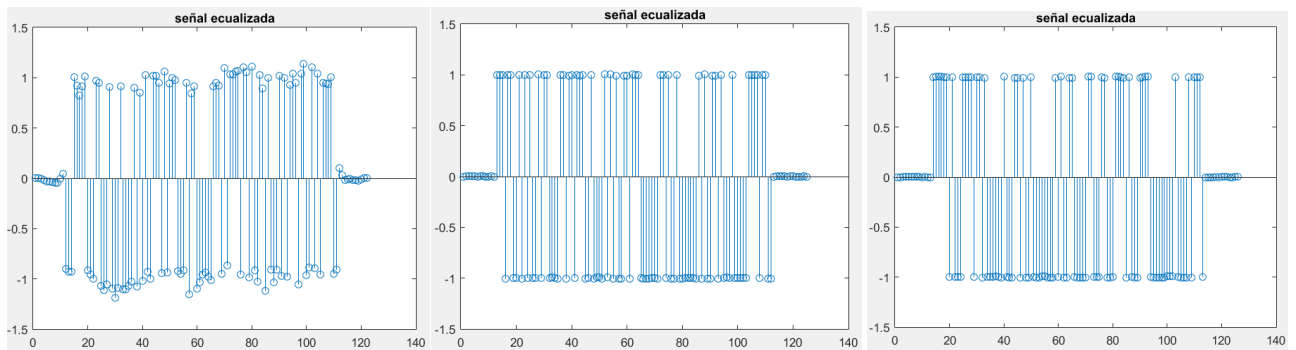


- Con 13 taps:

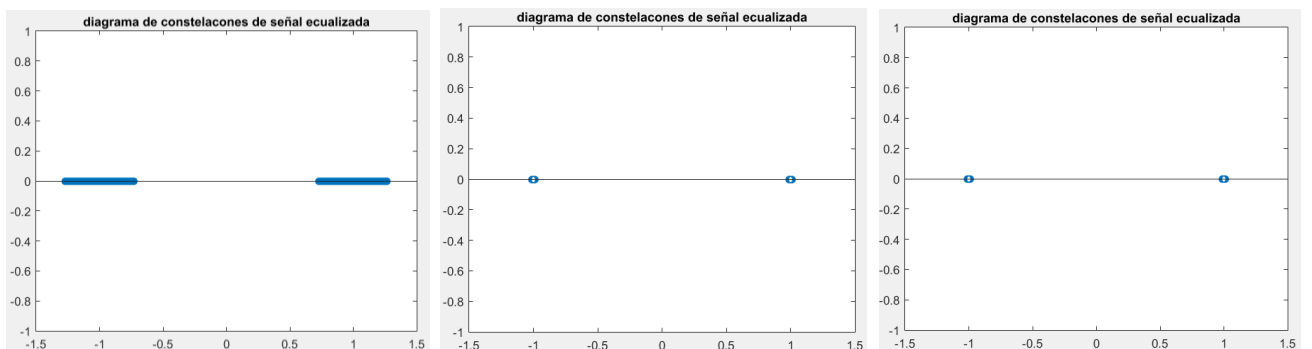


Se observa que entre usar 5 u 11 taps, la diferencia es notoria. En ese ultimo practicamente anula todas las muestras alrededor del simbolo. Dichas respuestas están a tasa de simbolo, por lo que se nota que la ISI es practicamente nula en la segunda y no tanto en la primera. En la tercera no se observan muchos cambios, ya que con 11 taps es suficiente para el canal equivalente usado.

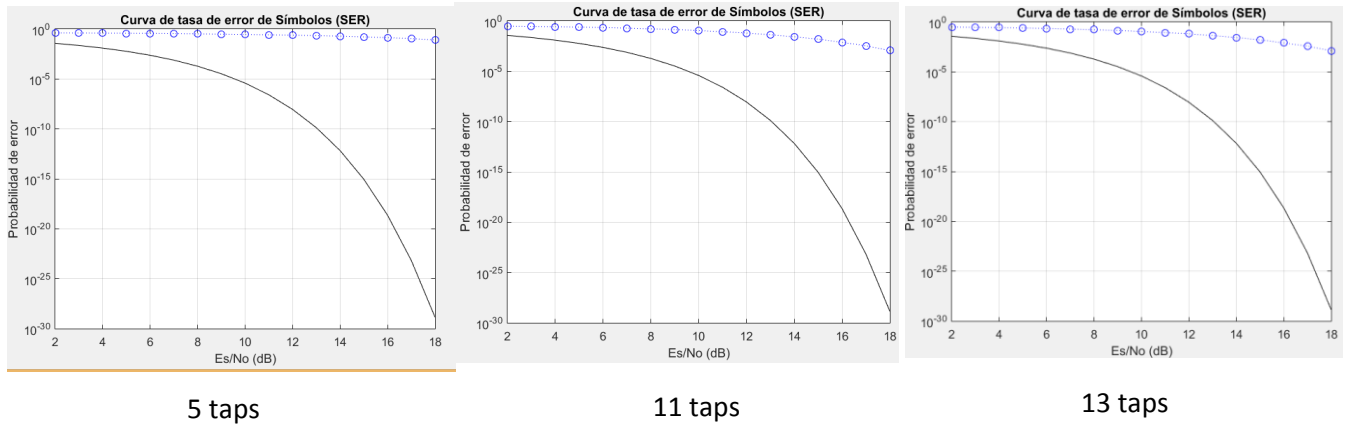
Esto tambien se nota si se grafica la señal recibida submuestreada para los 3 casos:



Cuyos diagramas de constelaciones son:



2.4) En caso de presencia de ruido, este tipo de ecualizadores no funcionan correctamente, por lo que no llegan a mejorar la tasa de errores. Estas son las curvas de BER/SER (son iguales por ser símbolos PAM2), donde las azules con círculos son las estimadas, y las negras son las teoricas e ideales:

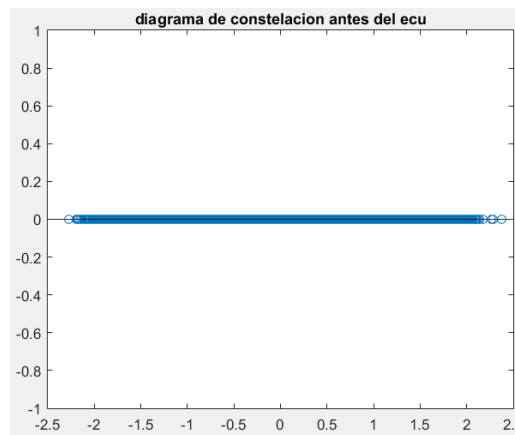


Se observa que dichas curvas se desvían mucho de la teorica, sea cual sea, y sea la SNR que sea. Por lo tanto, este se descarta en el caso de la presencia de ruido.

### PARTE 3:

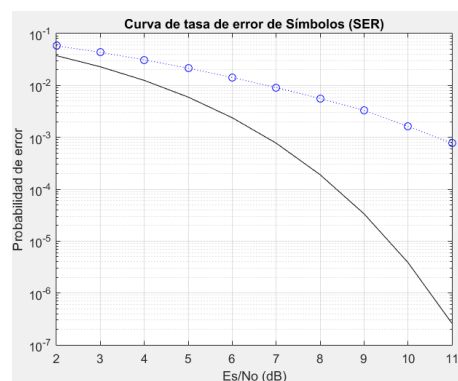
MMSE (utiliza)

3.1) descartando el ecualizador ZF, en presencia de ruido con potencia de 0.126 se observa el siguiente diagrama de constelación:



La distorsion de la señal, producto de la notable ISI y el ruido, generan un diagrama aparentemente continuo, donde se observa que los símbolos pueden tomar un valor cualquiera entre  $\pm 2.5$ .

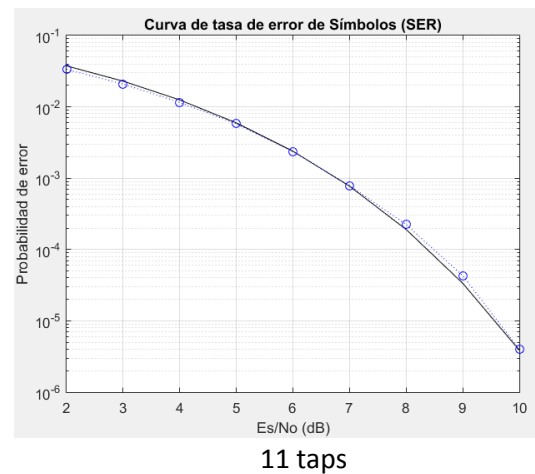
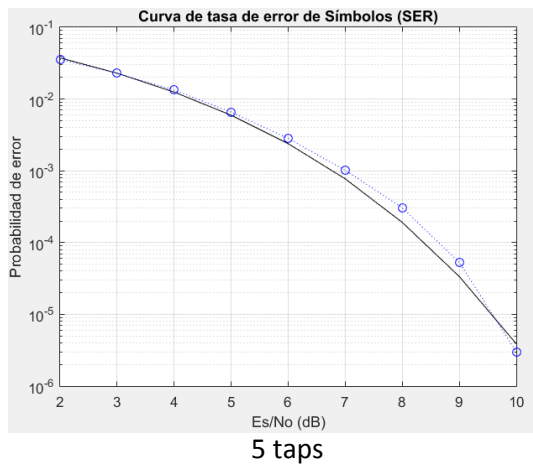
La curva de BER/SER se desvia bastante de la teorica, aunque la sigue mejor que con un ecualizador ZF (por lo tanto éste la empeora):



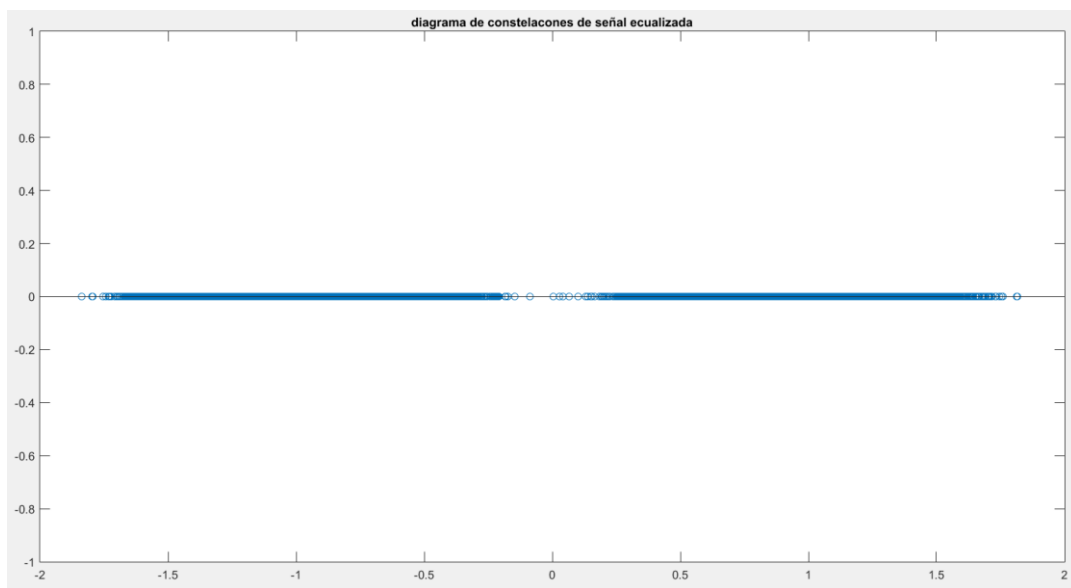
utilizando sin nada es esta curva

3.2) para mejorar la curva anterior, se propone utilizar un ecualizador que reduce el error cuadrático medio entre la señal a la entrada del detector y el símbolo transmitido (MMSE por sus siglas en ingles, *Minimum Mean Square Error*).

Se va a analizar la curva de BER/SER para dos versiones del ecualizador: con 5 y 11 taps:



Se puede observar una marcada mejora en ambas curvas, aunque en la versión de 11 taps se asemeja aún más a la curva teórica. La mejora también se nota en el diagrama de constelaciones para una  $N_0 = 0.126$  y 100000 símbolos:



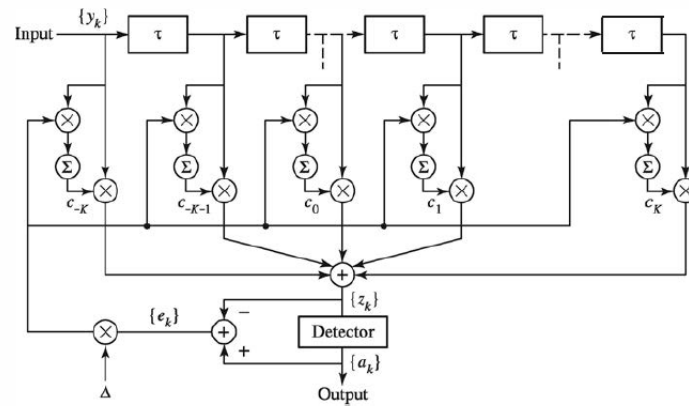
Si bien los símbolos están dispersos, la mayoría están algo más alejados de cero, siendo este el umbral de decisión del detector.

Este ecualizador no suele usarse con frecuencia ya que en canales donde cierta parte del espectro del canal está muy atenuado, el ruido se amplifica aun mas y eso conduce a mas errores. Además el calcular la inversa de una matriz muy grande es demasiado costoso para un procesador, y requiere de mucha memoria. Por tales motivos, y sumado que muchos canales son variables en el tiempo, se prefiere utilizar ecualizadores adaptativos, los cuales se ven en el próximo punto.

## PARTE 4:

En este punto se muestra en un sistema aparte el efecto de usar un ecualizador adaptativo basado en el criterio MMSE, donde se intenta buscar los coeficientes optimos con el algoritmo de gradiente estocástico.

El diagrama de bloques de este ecualizador es el siguiente:



Por cada muestra a la salida  $z_k$  se calcula un error, que es la diferencia entre el símbolo detectado/esperado, que luego es multiplicado por un delta y por el vector  $\{y_k\}$ , que son las muestras actual y en las memorias de la señal recibida, para así estimar el gradiente (que ya está multiplicado por dicho delta). Este vector se suma elemento a elemento con cada coeficiente  $c_k$ .

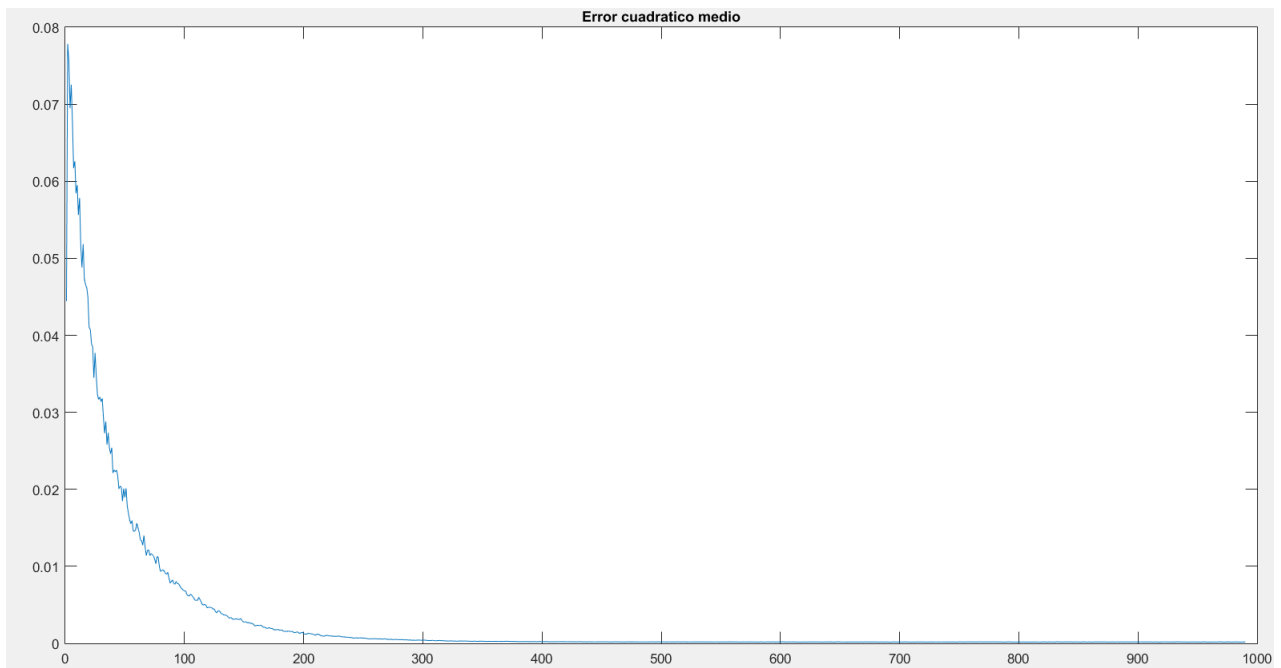
El delta indica qué tanto se va a modificar el vector de coeficientes  $c$  (con qué paso de actualización), y se debe elegir cuidadosamente. Una formula es la siguiente:

$$\text{delta} = \frac{1}{5 * (2K + 1)Pr}$$

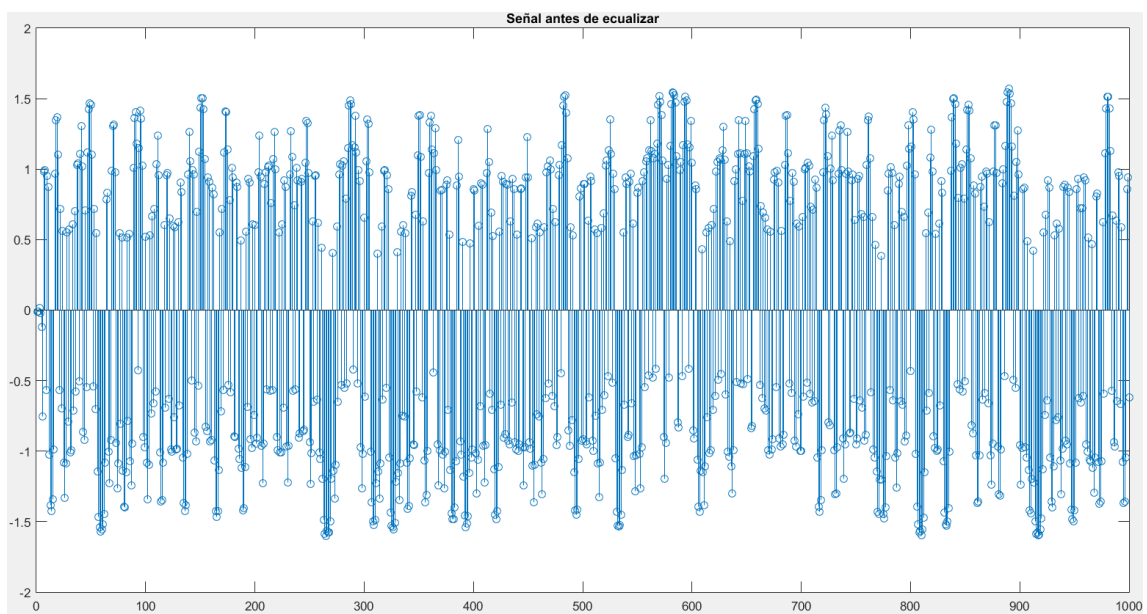
Donde  $2K+1$  son la cantidad de coeficientes del ecualizador y  $Pr$  es la potencia recibida de la señal + ruido (equivalente a la varianza), la cual se puede estimar a través de la señal recibida.

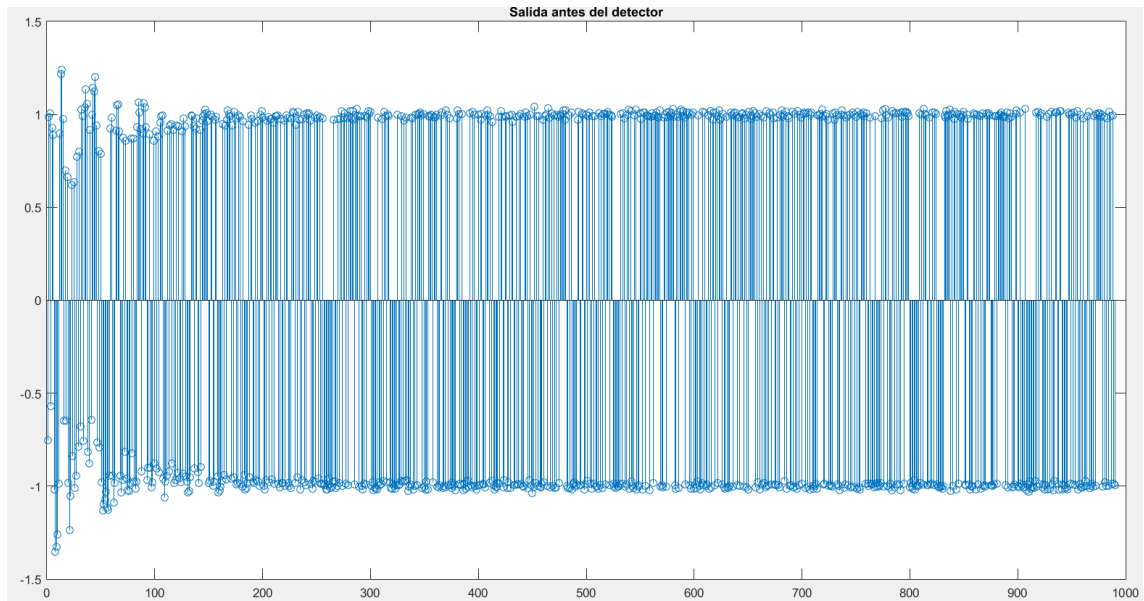
En esta simulación se va a basar en el algoritmo del problema ilustrativo 6.13 del libro de Proakis, pero con algunas modificaciones: la respuesta del canal se reemplaza por el canal equivalente utilizado anteriormente pero muestreado a tasa de símbolo, y el delta se estima por cada iteración (es decir, por cada vez que se generan los símbolos). De esta forma la señal se ecualiza bastante bien.

Con 1000 simbolos transmitidos y 1000 iteraciones, estas son las observaciones:



A partir del símbolo 300 transmitido ya el error cuadrático medio es prácticamente nulo, lo cual es bastante bueno. Este efecto también se puede apreciar viendo la señal sin ecualizar vs la señal ecualizada:





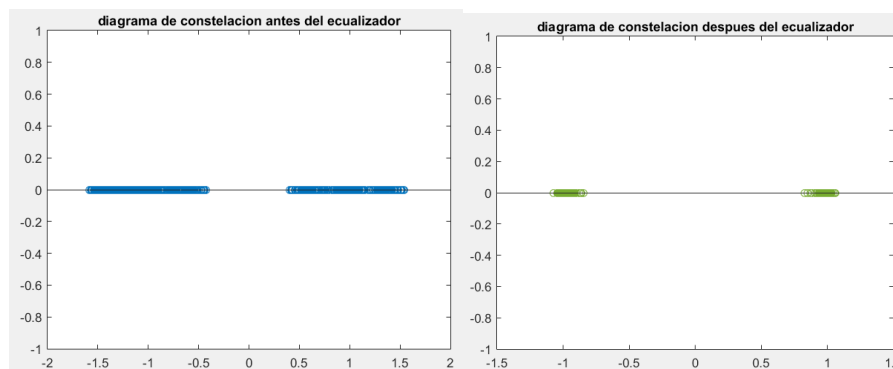
En el ultimo grafico se puede ver como la señal va mejorando a medida que se transmiten mas simbolos, hasta que se estabiliza alrededor de los valores  $\pm 1$ .

El vector  $c$  convergió desde  $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$  a otro mas optimo de  $[-0,0055-0,0040 \ -0,0104-0,0142 \ -0,2006 \ 1,0826-0,1993-0,0156-0,0103-0,0041-0,0054]$

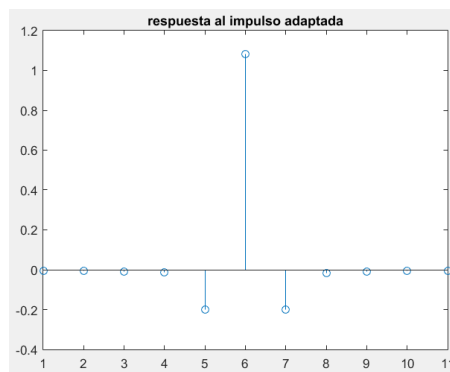
Como agregado extra, se van a hacer algunos análisis para tres canales distintos:

- I)  $[0.00990 \ 0.0153 \ 0.0270 \ 0.0588 \ 0.2000 \ 1 \ 0.2000 \ 0.0588 \ 0.0270 \ 0.01538 \ 0.0099]$ ;
- II)  $[0.04 \ -0.05 \ 0.07 \ -0.21 \ -0.5 \ 0.72 \ 0.36 \ 0.21 \ 0.03 \ 0.07]$
- III)  $[0.407 \ 0.815 \ 0.407]$

- I) Este punto se basa en el canal analizado anteriormente. Observando el diagrama de constelaciones antes y despues del ecualizador a partir del símbolo 100 (cuando los coeficientes  $c$  ya son casi optimos), se puede apreciar una amplia mejora en el sistema:

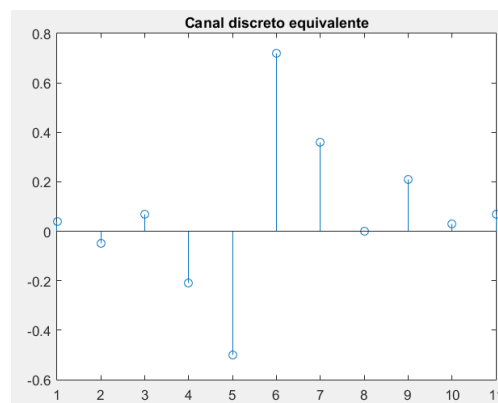


Donde la respuesta al impulso del ecualizador es la siguiente:

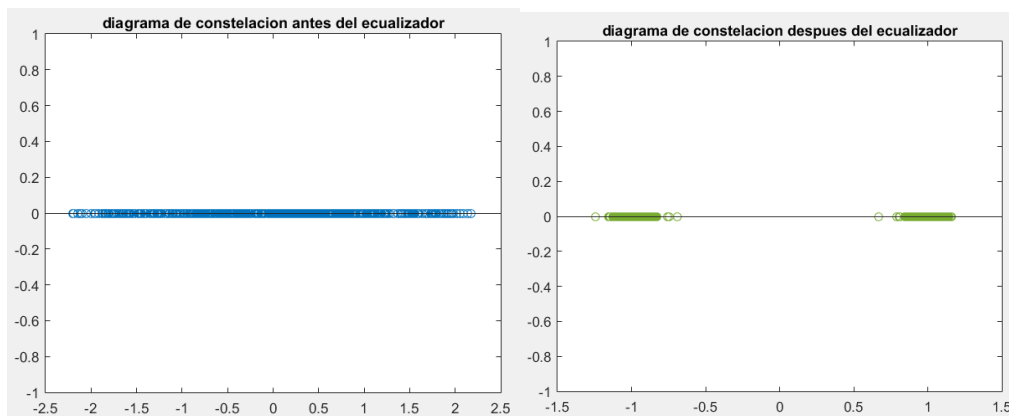


Esta respuesta es producto de la adaptación al canal equivalente actual. Respecto a la tasa de errores, con 1000000 símbolos enviados y sin ecualizador, es de aproximadamente del 50% mientras que con el ecualizador tiende al 0%, lo cual justifica el uso del mismo. Esto es de esperar sabiendo que el error cuadrático medio tiende a cero.

II) Para el segundo canal, cuya respuesta es:

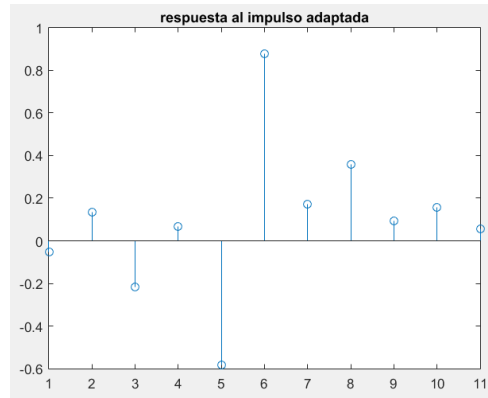


Se ve que no tiene respuesta simétrica y que aporta mas ISI. Esto se refleja en el diagrama de constelación antes del ecualizador. Sin embargo este ultimo se encarga de reducir la dispersión de los símbolos:



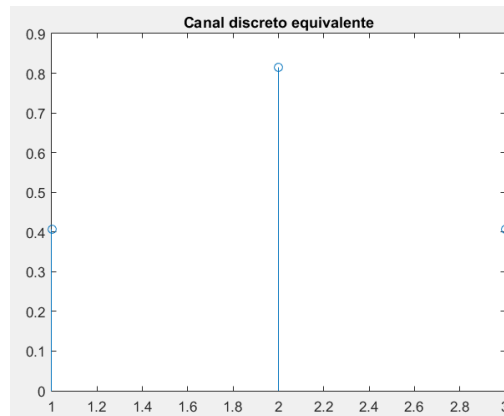


La respuesta del ecualizador ya adaptado es:

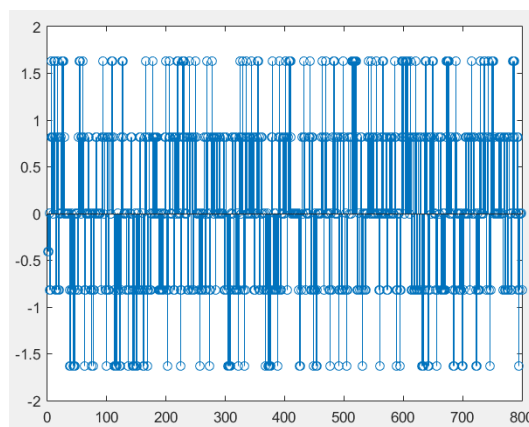


La tasa de errores es de aproximadamente del 49% y  $5 \times 10^{-4}\%$  sin y con ecualizador, respectivamente. Tanto el ruido como la ISI no cancelada provocan los pequeños errores

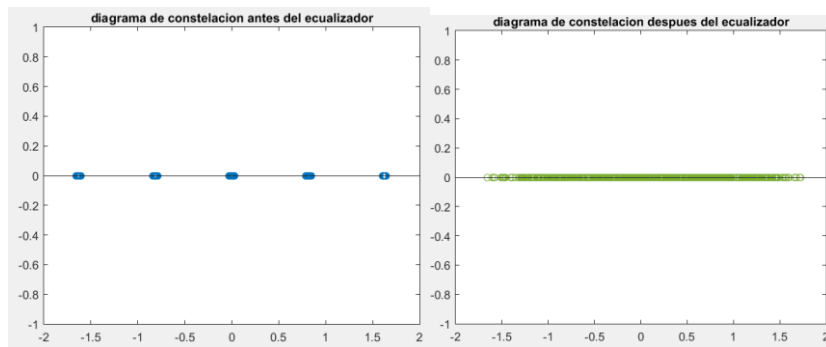
III) Para el tercer canal, cuya respuesta es:



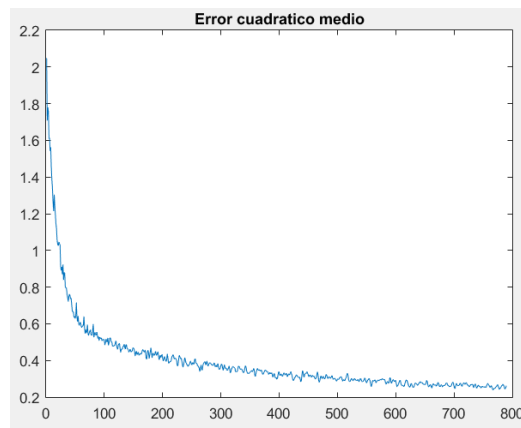
Es mucho mas corta que la de los otros dos canales aunque tiene un buen aporte en los símbolos adyacentes y generara notable isi, como se puede ver en la señal transmitida:



En los diagramas de constelaciones los puntos se observan mas “organizados” antes de ecualizar que despues de hacerlo, ya que se trata de acomodar los símbolos en los valores verdaderos:



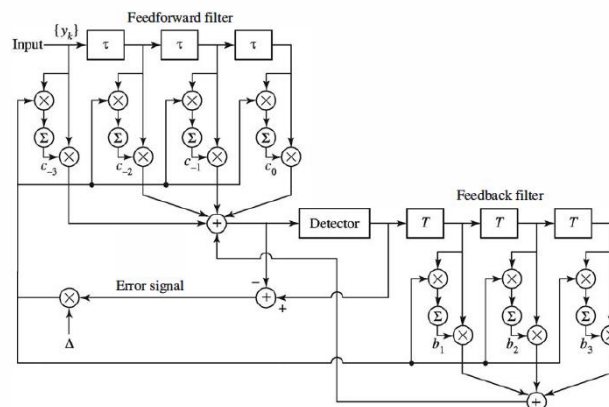
Sin embargo el error cuadrático medio disminuye a medida que se transmiten los datos:



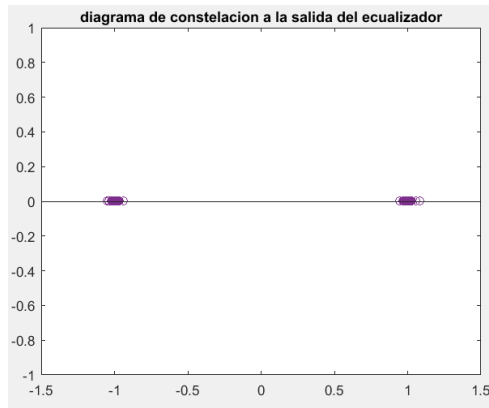
Y la tasa de error de bits pasa de aproximadamente 38% al 3%. Se observa una mejora, pero no es tan buena como en los otros canales equivalentes.

#### ECUALIZACION NO LINEAL (DFE):

En esta segunda parte del punto 4 se va a hacer el mismo análisis (y con los mismos canales) que se hizo para el ecualizador adaptativo lineal, solo que con un ecualizador no lineal realimentado por decisiones como el que se muestra a continuación:

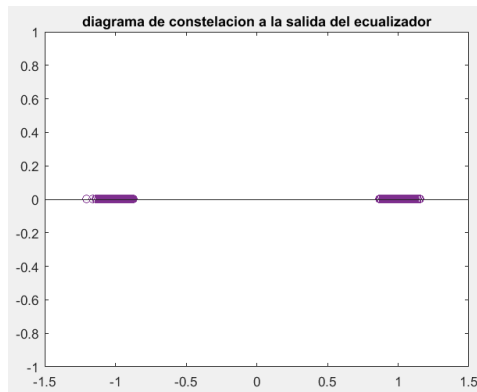


- I) Tomando la misma cantidad de símbolos transmitidos (800), se observa en el diagrama de constelaciones una mejora respecto al ecualizador lineal:



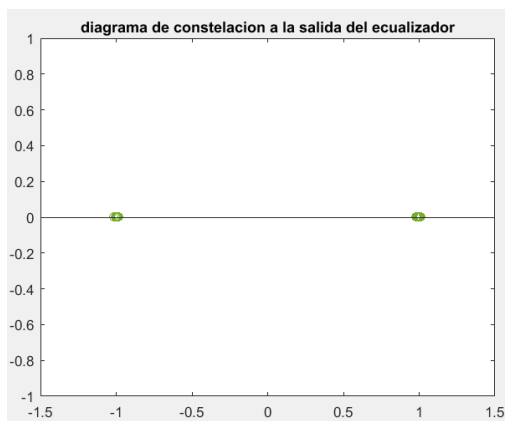
Esto es producto de que se elimina gran parte de la ISI gracias a esta efectiva técnica de estimarla y eliminársela a la próxima muestra de salida. La tasa de errores con un millón de símbolos es de  $1 \times 10^{-4}\%$ . Estos errores pueden deberse al momento transitorio entre que se comienza con determinados valores iniciales en los coeficientes y converge a los óptimos.

II) Para el segundo canal se observa una leve mejora:



Con una tasa de error de  $2 \times 10^{-4}\%$ , casi el doble mejor que con el mismo canal y el ecualizador lineal.

III) En el caso del tercer canal la mejora es notoria, con las muestras recibidas casi en sus valores reales ( $\pm 1$ ), a diferencia del caso con el ecualizador lineal, que si bien mejora el diagrama, no lo hace con tanta exactitud:



Su tasa de error estimada es de  $1 \times 10^{-4}\%$  (contra un 3% del caso anterior), lo cual en este caso se muestra lo bien que se mejora con un ecualizador no lineal.

## **CONCLUSIONES:**

En este trabajo se pudieron comprender los conceptos teóricos dictados en clase, ya que en una simulación, si se sabe utilizar, se pueden hacer análisis bastantes realistas.

Se observó cómo la ISI afecta la amplitud de los símbolos, y que junto con el ruido aditivo, forman un gran problema a la hora de la transmisión de datos, por lo que se necesita utilizar ecualizadores que mejoren la señal. Sin embargo estos no son suficientes, y para disminuir aun mas la tasa de errores se necesitan otros criterios que están fuera del alcance del cursado.

Los ecualizadores ZF funcionan muy bien cuando no hay ruido, pero en presencia de este, incluso llega a empeorar la señal. Un MMSE mejora mucho la curva de VER. Se observó que la distorsión de la señal sigue aunque en menor proporción, y el adaptativo (LMS) se adaptó bastante bien a la presencia de ruido y al tipo de canal. El ecualizador no lineal DFE mejoro significativamente la eficiencia en la transmisión de datos en algunos casos y en otros no tanto respecto al LMS. Las principales causas son el tipo de canal equivalente, los valores de paso elegidos y el tamaño de cada ecualizador.