

Modelos Compartimentales y Poblacionales

El objetivo de este modelo es simular la evolución en el tiempo de las concentraciones de glucosa e insulina en sangre, luego de la inyección de una cantidad de insulina en el torrente sanguíneo de un individuo diabético, y comparar las gráficas obtenidas con las de un individuo normal.

Luego del análisis teórico del tema y teniendo en cuenta los alcances del problema propuesto, se puede llegar a esbozar el siguiente modelo conceptual simplificado:

1. La función del páncreas es secretar insulina, cuyos efectos son:

- Disminuir la cantidad de glucosa en sangre.
- Aumentar el metabolismo de la glucosa.
- Aumentar los niveles tisulares de glucosa.

En este modelo no se tiene en cuenta el carácter integrador del sistema nervioso central, y por lo tanto, se toman como variables exógenas tanto la regulación por parte del sistema nervioso central como la regulación pancreática, aunque en modelos más completos pueden ser consideradas endógenas.

Avanzando un poco con el modelo, se pueden plantear ciertas relaciones de proporcionalidad entre las variables que nos interesan:

$$[Is] = \begin{cases} [Gs] > [Gn] \Rightarrow \text{Páncreas segrega } Is \Rightarrow [Is] = K_p ([Gs] - [Gn]) \\ [Gs] < [Gn] \Rightarrow \text{Páncreas NO segrega } Is \Rightarrow [Is]' = 0 \end{cases}$$

Donde $[Is]' = \frac{\partial [Is]}{\partial t}$

Con respecto a la glucosa en sangre, existe cierta “ayuda o cooperación” entre ésta y la insulina en sangre, ya que la glucosa necesita de la insulina para ser absorbida por los tejidos y especialmente por el hígado. Esto es debido a que la insulina favorece el pasaje de la glucosa a través de la membrana celular mediante difusión facilitada, y a nivel hepático agiliza la fosforilación de la molécula, propiciando su anabolismo. De no existir suficiente insulina, la única vía de disminución de la glucosa sanguínea es la de la excreción en orina (que siempre es insuficiente). Por lo tanto, la disminución de los niveles de glucosa sanguínea es proporcional al producto $[Gs] \cdot [Is]$. De esta forma

$$[Gs]' = \begin{cases} \forall [Gn]: Is \text{ facilita la absorción tisular} \Rightarrow [Gs]' = K_t ([Gs] \cdot [Is]) \\ [Gs] < [Gn] : \text{el hígado cede azúcar} \Rightarrow [Gs]' = K_h ([Gn] - [Gs]) \end{cases}$$

Como se puede ver, existen claramente dos compartimientos: el de la glucosa en sangre y la insulina en sangre. De acuerdo a lo que se puede concluir del análisis conceptual, el estudio compartimental puede dividirse en dos partes, de acuerdo al valor de $[Gs]$. Por un lado, el estudio para valores $[Gs] < [Gn]$ y por otro para $[Gs] > [Gn]$.

1. $[Gs] > [Gn]$

La tasa de cambio de la insulina está dada por:

- Secreción por el páncreas proporcional al desvío $(Gs-Gn)$
- Excreción por orina (siempre)
- Eventual aporte externo (diabéticos)

La tasa de cambio de la glucosa esta dada por:

- La ingesta
- Transporte facilitado a los tejidos
- Excreción por la orina

Modelos y Simulación, 2010, UNC
Recuperatorio segundo parcial

2. $[Gs] < [Gn]$

La tasa de cambio de la insulina esta dada por:

- Excreción de orina (siempre)
- Eventual aporte externo (diabéticos)

La tasa de cambio de la glucosa esta dada por:

- Ingesta
- Transporte facilitado a los tejidos
- Aporte del hígado por catabolismo del glucógeno, proporcional al desvío $(Gn - Gs)$
- Excreción por la orina

Para la implementación en computadora, consideraremos los siguientes parámetros:

$Gn=100$ mg/dl (nivel de glucosa normal: 60 a 120)

$Is=5$ mg/dl (en ayunas: 5 a 20)

$koi = 1$; (Tasa de excreción de insulina por orina)

$kog = 0,001$; (Tasa de excreción de glucosa por orina)

$kp = 0,1$; $kh = 0,1$; $kt = 0,01$

$qg = 3$; $qi = 0,1$ (Tasa de ingesta de g:glucosa, i: insulina)

$dt = 2$ minutos, tiempo de simulación: 1 día

La ingesta puede modelarse con un tren de pulsos a las horas usuales de las comidas, simulando el aporte de glucosa de los alimentos.