Algoritmi Genetici: una riflessione su evoluzionismo e genetica

Luca Mari, novembre 2018

http://research.liuc.it/luca.mari
lmari@liuc.it

https://github.com/lmari/ga

Siamo circondati da **problemi difficili** da risolvere…

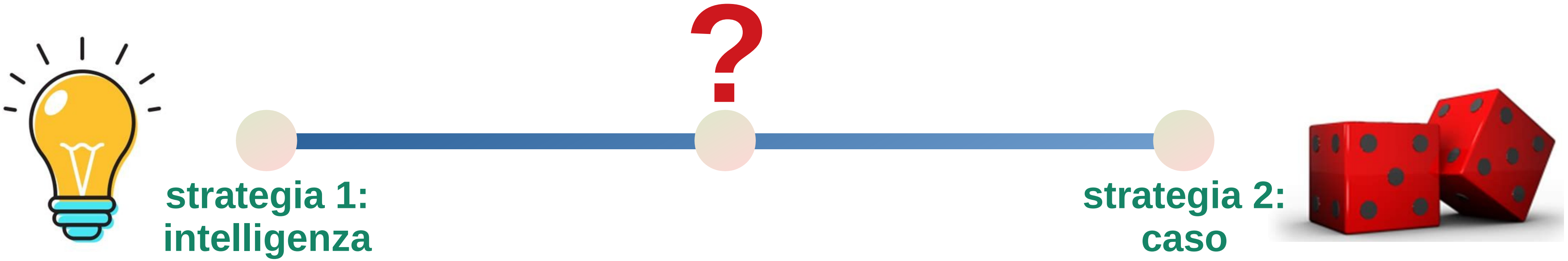
… e siamo convinti che per trovare la soluzione a un problema difficile
ci vuole la capacità di comprendere il problema e di trovare la soluzione,
cioè ci vuole un “**progettista intelligente**”

Se il problema è davvero difficile,
cercare soluzioni affidandosi al caso (“tirando a indovinare”) è molto inefficiente

Un problema molto difficile è la sopravvivenza di un organismo
che deve adattarsi a un ambiente ostile e mutevole

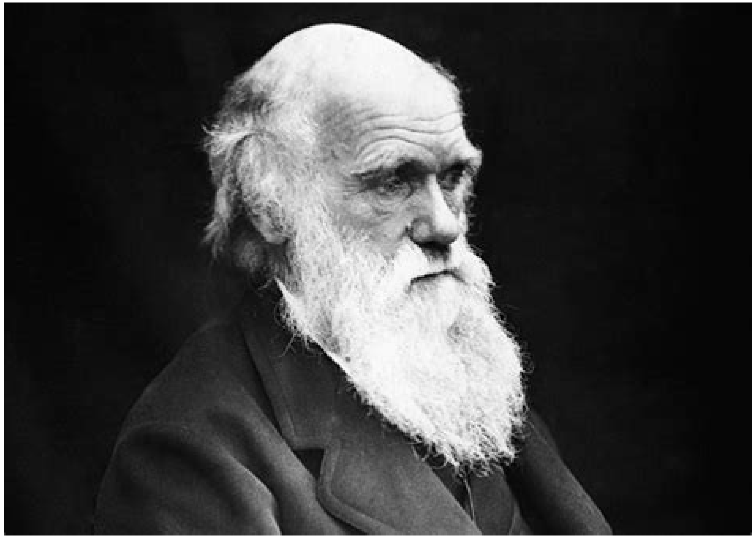
Osservando organismi ben adattati all’ambiente
– dunque soluzioni brillanti a un problema difficile –
ne possiamo concludere che sia il risultato non del caso,
ma del lavoro di un progettista intelligente

Oppure c’è una terza strategia?



Dalla metà del XIX secolo
grazie a Charles Darwin
sappiamo che c’è una terza strategia:

l’**evoluzione attraverso la selezione**

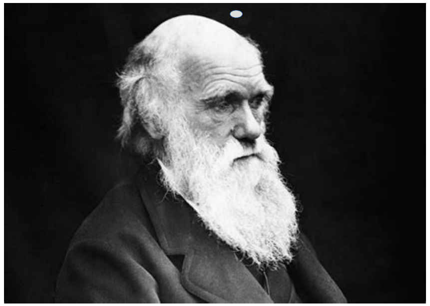


**strategia 3:
evoluzione attraverso
la selezione**

**strategia 1:
intelligenza**

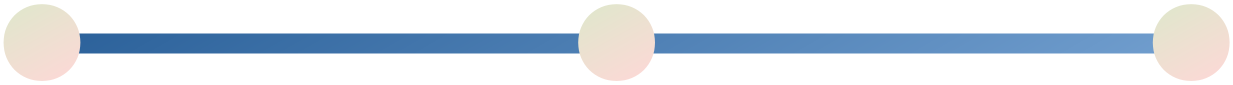
**strategia 2:
caso**

Una nota:
“According to a 2014 Gallup survey,
"More than four in 10 Americans continue to believe
that God created humans in their present form 10,000 years ago, a view that has changed little over the past three decades.
Half of Americans believe humans evolved,
with the majority of these saying God guided the evolutionary process.
However, the percentage who say God was not involved is rising."”



[https://en.wikipedia.org/wiki/Creation%E2%80%93evolution_controversy]

strategia 3:
evoluzione attraverso
la selezione



strategia 1:
intelligenza

strategia 2:
caso

L’evoluzione attraverso la selezione è dunque
una **strategia per risolvere problemi**, e come tale

- è una strategia **generale**, che si applica non solo alla biologia
- e dunque è importante capirla prima di tutto nella sua **struttura**

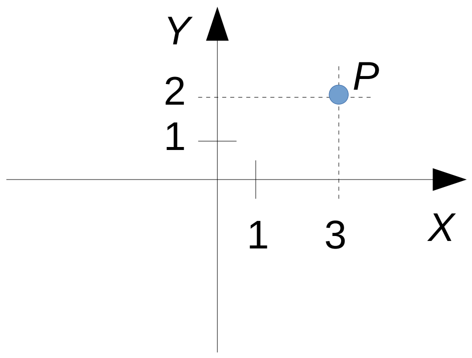
Giochiamo al **gioco dell’evoluzione** con un semplice problema di matematica

[per chi vuole capire meglio le basi concettuali dell’evoluzione, e anche divertirsi:
https://www.ted.com/talks/dan_dennett_cute_sexy_sweet_funny]

Una premessa,
sull’esempio che useremo

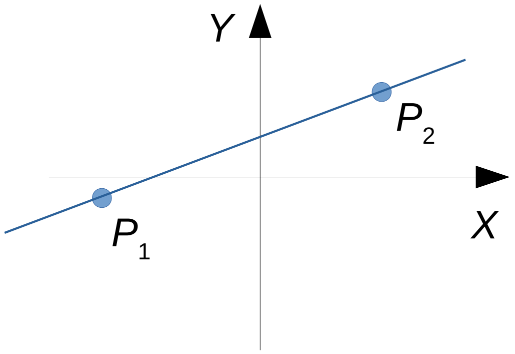
Cose da sapere (di algebra elementare) per capire quanto segue
e poter giocare al **gioco dell’evoluzione**

1. Dato un piano cartesiano (X, Y), ogni punto P sul piano è identificato univocamente da due numeri (x_P, y_P): le sue coordinate sul piano (per esempio P = (3, 2))



2. Ogni coppia di punti, P_1 e P_2, distinti identifica univocamente una retta sul piano

3. Ogni retta è un insieme di punti che soddisfano l'equazione $y = a_1 x + a_0$ con coefficienti a_1 e a_0 dati



(e non è difficile risolvere questo problema:
date le coordinate di due punti P_1 e P_2,
trovare i coefficienti a_1 e a_0 della retta che passa per quei punti)

Dunque per **2** punti passa una curva identificata dai **2** coefficienti
di un polinomio di grado **1**: $y = a_1 x + a_0$

Ma vale anche che
per **3** punti passa una curva identificata dai **3** coefficienti
di un polinomio di grado **2**: $y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

… e per **4** punti passa una curva identificata dai **4** coefficienti
di un polinomio di grado **3**: $y = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

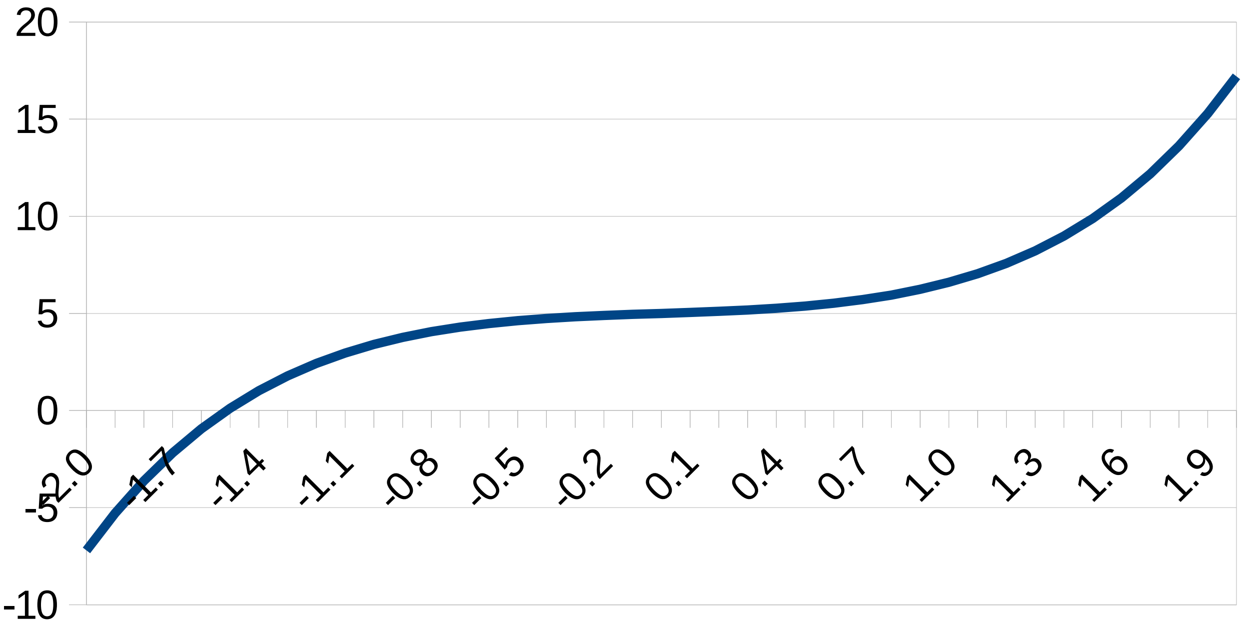
…

… e per ***n*** punti passa una curva identificata dagli ***n*** coefficienti
di un polinomio di grado ***n*–1**: $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

Per ***n*** punti passa una curva identificata dagli ***n*** coefficienti
di un polinomio di grado ***n*–1**: $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

Conoscendo *n* coefficienti, disegnare la curva
che corrisponde al polinomio di grado ***n*–1** con quei coefficienti è facile!

$\boldsymbol{a_5}$	0.1
$\boldsymbol{a_4}$	0
$\boldsymbol{a_3}$	1
$\boldsymbol{a_2}$	0
$\boldsymbol{a_1}$	0.5
$\boldsymbol{a_0}$	5



Ripetiamo:

1. per ***n*** punti passa una curva identificata dagli ***n*** coefficienti
di un polinomio di grado ***n*–1**: $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

2. conoscendo gli *n* coefficienti, disegnare la curva è facile

**Ma se invece conosciamo solo le coordinate di *n* punti,
come riusciamo a trovare gli *n* coefficienti del polinomio di grado *n*–1
la cui curva passa per quegli *n* punti?**

(un dettaglio: si tratta di un problema di **interpolazione**)

In sintesi:

n coefficienti $\xrightarrow{\text{problema diretto}}$ n punti **FACILE!**

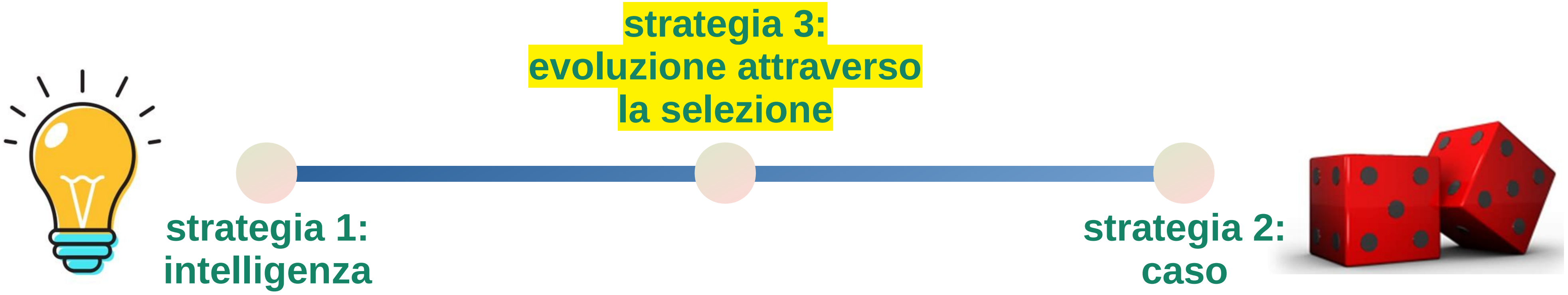
n punti $\xrightarrow{\text{problema inverso}}$ n coefficienti **DIFFICILE!**

Il **problema difficile**:

per un certo *n* abbastanza grande, dati *n* punti distinti sul piano trovare gli *n* coefficienti del polinomio interpolante

Per risolvere questo problema un “progettista intelligente” (come Newton o Lagrange) può trovare una soluzione analitica (vedi https://en.wikipedia.org/wiki/Polynomial_interpolation) che però è a sua volta complessa

Come si può fare altrimenti?



Algoritmi genetici

Un polinomio è un **individuo**, e un insieme di polinomi una **popolazione**

Gli individui-polinomi vivono in un **ambiente** (il piano cartesiano)
e sono più o meno **adatti a vivere** in esso (più o meno vicini al polinomio obiettivo)

Se sapessimo costruire un sistema in cui gli individui-polinomi
evolvono nell’ambiente-piano cartesiano
secondo i principi della **teoria dell’evoluzione** di Darwin,
potremmo adottare la strategia 3 di **evoluzione attraverso la selezione**,

facendo **sopravvivere ed evolvere**
gli individui-polinomi **più adatti all’ambiente**-piano cartesiano,
e quindi quelli che meglio approssimano la soluzione

Un punto determinante per capire il parallelo
tra curve nel piano e individui nell’ambiente:

- ogni individuo-polinomio **si manifesta** mediante i punti attraverso cui passa la sua curva
- ma **è generato** dai suoi coefficienti

Dunque possiamo considerare che ogni individuo-polinomio:

- ha un **fenotipo** (i punti attraverso cui passa la curva)
- e un **genotipo** (i coefficienti del polinomio)

Gli elementi di base del nostro sistema:

1. conoscere il fenotipo dell’individuo obiettivo (gli *n* punti del polinomio obiettivo)

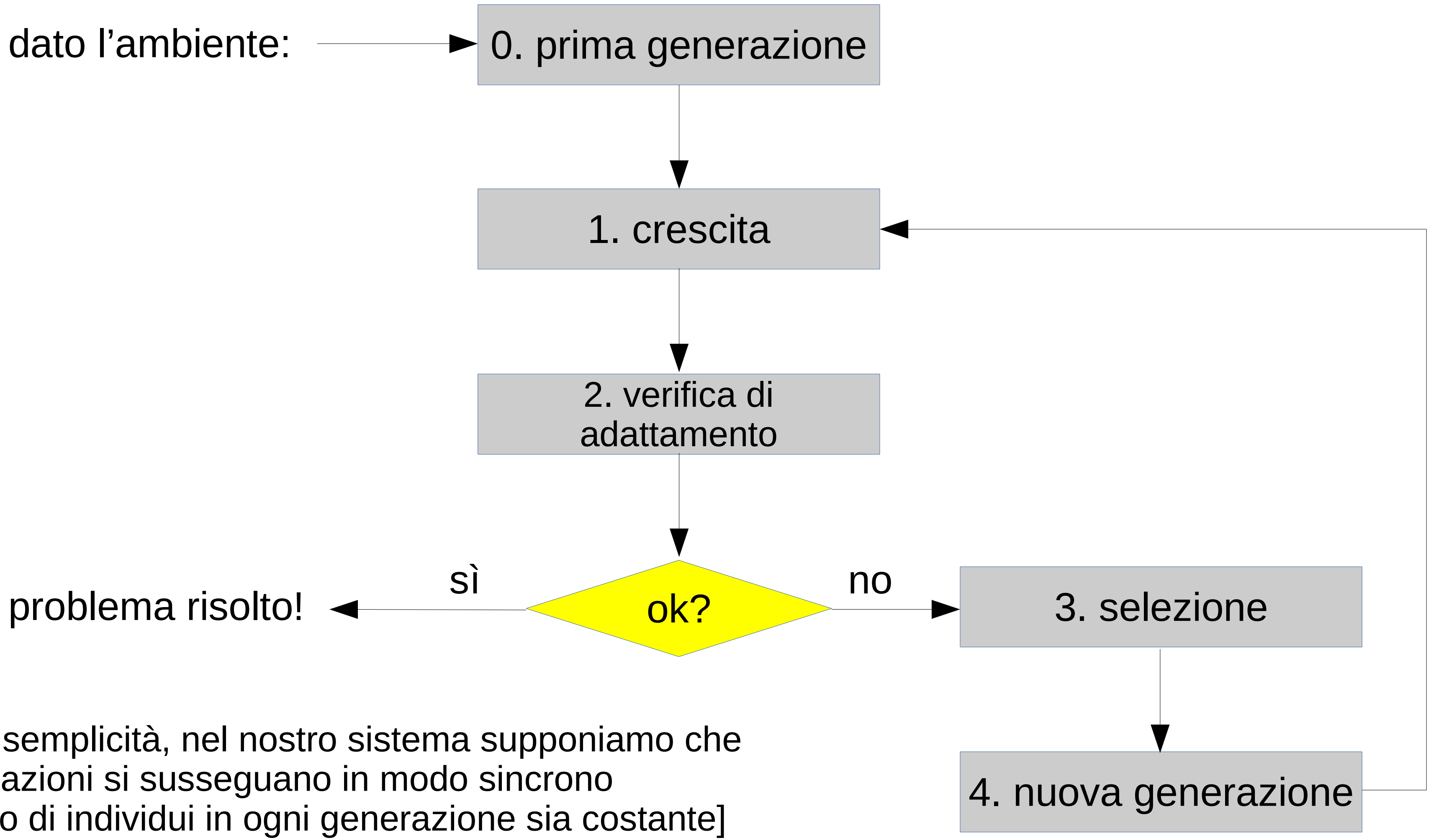
2. saper generare, per esempio in modo casuale, nuovi individui
attraverso il loro genotipo (*n*-uple di coefficienti)

3. saper costruire il fenotipo di un individuo di cui conosciamo il genotipo
(dati *n* coefficienti, calcolare gli *n* punti del polinomio
e disegnare la curva corrispondente)

4. saper calcolare l’adattamento di un individuo all’ambiente
(la distanza tra i punti di una curva e i punti della curva del polinomio obiettivo)

Il nostro algoritmo genetico, schematicamente:

https://github.com/lmari/ga



[nota: per semplicità, nel nostro sistema supponiamo che
– le generazioni si susseguano in modo sincrono
– il numero di individui in ogni generazione sia costante]

https://github.com/lmari/ga

Il nostro algoritmo genetico, più analiticamente:

→ dato il fenotipo dell'individuo obiettivo (gli *n* punti del polinomio obiettivo)

0. genera in modo casuale, una popolazione di individui ("prima generazione") attraverso il loro genotipo (*n*-uple di coefficienti)

1. costruisci il fenotipo di ogni individuo (dati *n* coefficienti, gli *n* punti del polinomio)

2. calcola l'adattamento di ogni individuo all'ambiente (la distanza tra i punti della curva e i punti della curva del polinomio obiettivo)

→ se l'adattamento non è ancora soddisfacente:

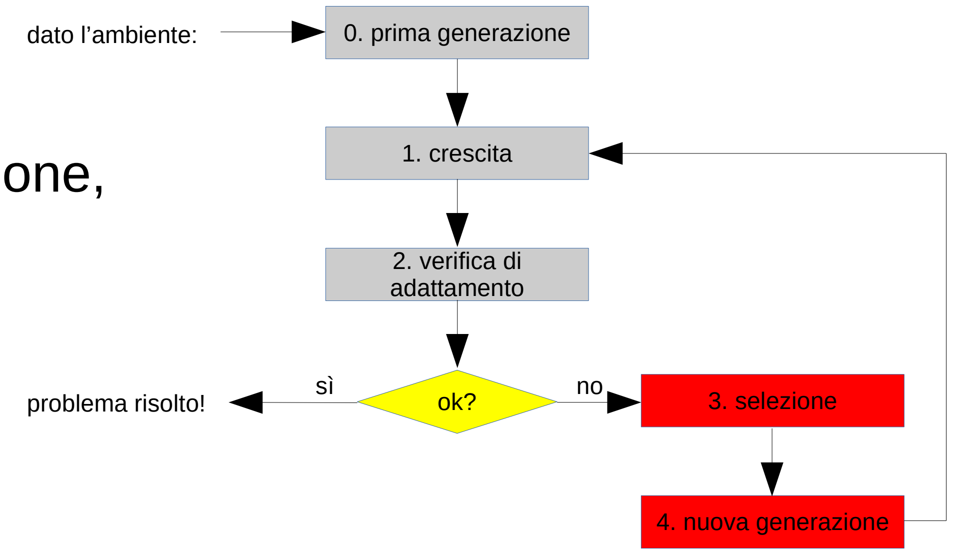
3. seleziona gli individui più adatti, eliminando gli altri

4. ottieni una nuova generazione a partire dagli individui selezionati

→ ricomincia da 1

https://github.com/lmari/ga

La qualità dell’algoritmo dipende
in modo determinante
dalla composizione di ogni nuova generazione,
e quindi in particolare dal modo
con cui si selezionano gli individui
e si generano nuovi individui
a partire dagli individui selezionati



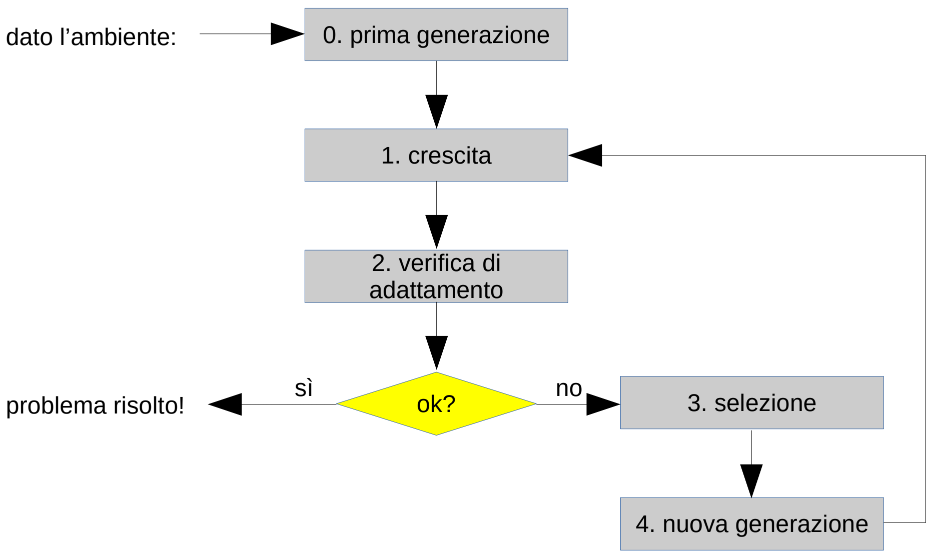
Come si può fare?

- metodi di selezione
- metodi di generazione (crossover e mutazioni)
- emigrazione - immigrazione

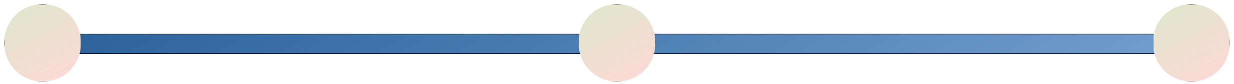
Quando la strategia 3 è applicabile in modo efficace ed efficiente?

(e quando non lo è?)

...



strategia 3: evoluzione attraverso la selezione



strategia 1: intelligenza

strategia 2: caso

Grazie dell'attenzione

Luca Mari, novembre 2018

http://research.liuc.it/luca.mari
lmari@liuc.it

https://github.com/lmari/ga