

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

DIPLOMSKI RAD br. 1731

Geometrijsko upravljanje multirotorskom letjelicom s benzinskim motorima

Lovro Marković

Zagreb, srpanj 2018.

*Umjesto ove stranice umetnite izvornik Vašeg rada.
Da bi ste uklonili ovu stranicu obrišite naredbu \izvornik.*

SADRŽAJ

1. Uvod	1
2. Diferencijalna geometrija	2
2.1. Uvod	2
2.2. Topološki prostor	2
2.3. Mape	3
2.4. Diferencijalne mape višeg reda	3
2.5. Karte, atlas i diferencijalne strukture	3
3. Lijeve grupe i Lijeva algebra	5
3.1. Uvod	5
3.2. Lijeve grupe	5
3.3. Lijeva grupa $SE(3)$	6
4. Zaključak	7

1. Uvod

Cilj ovoga rada je razviti i implementirati nelinearno geometrijsko upravljanje za multirotorsku letjelicu s benzinskim motorima. U radu će najprije biti postavljeni temelji za razumijevanje geometrijskog načina upravljanja sustavima. Zatim će biti predstavljen sustav multirotorske letjelice te način implementacije nelinearnog geometrijskog upravljanja za takav konkretan sustav. Naposljetku bit će prikazani i komentirani dobiveni rezultati u Gazebo simulatoru.

TODO

2. Diferencijalna geometrija

2.1. Uvod

Upravljanje mehaničkim sustavima u nastavku ćemo provoditi geometrijskih metodama, odnosno metodama diferencijalne geometrije. Osnovna konstrukcija u diferencijalnoj geometriji je manifold. Ugrubo to je skup koji lokalno izgleda kao otvoreni podskup Euklidskog prostora. Na taj način manifold se može preciznije analizirati koristeći poznate konstrukcije iz analize Euklidskih prostora. Jedna bitna razlika između manifolda i Euklidskih prostora jest koordinatna invarijantnost. Postoji više načina pomoću kojih u manifoldu možemo naći lokalnu sličnost sa Euklidskim prostorom, ali je ključno da su te metode neovisne o proizvoljnim izborima kao što su pristranost određenim koordinatnim sustavim i slično. To ne znači da se ne potiče korištenje koordinatnih sustava već da same metode i koncepti koji su korišteni budu koordinatno invarijantni, ali prikazani u željenim koordinatama. U nastavku bit će definirana lokalna sličnost manifolda Euklidskom prostoru.

2.2. Topološki prostor

Neka je S skup elemenata i 2^S je skup svih podskupova od S . Topološki prostor je par (S, \mathcal{O}) gdje je $\mathcal{O} \subset 2^S$ je kolekcija podskupova, tj. otvoreni skup koji zadovoljava:

1. $\emptyset \in \mathcal{O}$ i $S \in \mathcal{O}$
2. Ako je A proizvoljni skup cijelih brojeva i vrijedi da je $\{\mathcal{O}_a\}_{a \in A} \subset \mathcal{O}$ proizvoljna kolekcija otvorenih skupova tada vrijedi $\bigcup_{a \in A} \mathcal{O}_a \in \mathcal{O}$
3. Ako $\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2 \in \mathcal{O}$ tada $\mathcal{O}_1 \cap \mathcal{O}_2 \in \mathcal{O}$

Dakle, ako kažemo da je S topološki prostor, te vrijede prethodni uvjeti tada se pretpostavlja neka topologija \mathcal{O} nad prostorom S .

2.3. Mape

Neka su (S, \mathcal{O}_s) i (T, \mathcal{O}_t) topološki prostori i neka je $f : S \rightarrow T$ mapa, tada vrijedi:

1. Mapa je kontinuirana u x_0 za $x_0 \in S$ ako za svako susjedstvo \mathcal{V} od $f(x_0)$ postoji susjedstvo \mathcal{U} od x_0 za koje vrijedi $f(\mathcal{U}) \subset \mathcal{V}$
2. Ako je mapa f kontinuirana za $\forall x \in S$ tada je mapa kontinuirana.
3. Ako je f bijekcija, kontinuirana i ima inverz koji je također kontinuiran tada je mapa f homeomorfizam. ‘

2.4. Diferencijalne mape višeg reda

Neka je \mathcal{U} otvoreni podskup \mathbb{R}^n i neka je mapa $f : \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}^m$ tada:

1. Ako postoji r -ta kontinuirana derivacija mape f tada je f r -puta diferencijabilna tj. klase C^r (kontinuirane mape su klase C^0).
2. Ako je f klase $C^r \forall r \in \mathbb{N}$ tada je beskonačno diferencijabilna ili klase C^∞ . Također se može reći da je mapa f glatka ako je klase C^∞ .
3. Mapa f je C^r -difeomorfizam ako vrijedi da je bijekcija otvorenih skupova $f : \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathcal{V} \subset \mathbb{R}^m$, ako je klase C^r te ako je inverz mape f isto klase C^r .

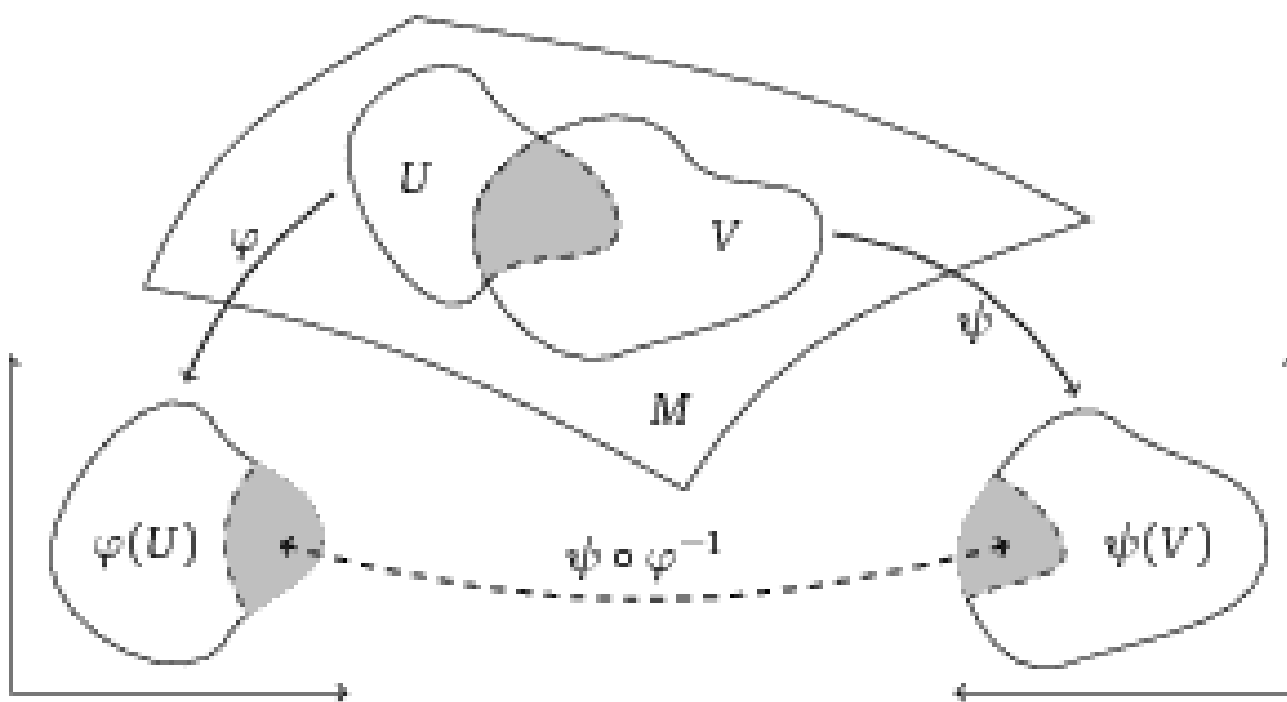
2.5. Karte, atlas i diferencijalne strukture

Neka je S skup. Karta od S je par (\mathcal{U}, ϕ) sa svojstvima:

1. \mathcal{U} je podskup od S
2. $\phi : \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}^n$ je injekcija pri kojoj je $\phi(\mathcal{U})$ otvoreni podskup od \mathbb{R}^n
 C^r - atlas od S je skup $\mathcal{A} = \{(\mathcal{U}_a, \phi_a)\}_{a \in A}$ karata sa svojstvom da je $S = \cup_{a \in A} \mathcal{U}_a$ te kadgod je zadovoljeno $\mathcal{U}_a \cap \mathcal{U}_b \neq \emptyset$ tada dalje vrijedi:
3. $\phi_a(\mathcal{U}_a \cap \mathcal{U}_b)$ i $\phi_b(\mathcal{U}_a \cap \mathcal{U}_b)$ su otvoreni podskupovi od \mathbb{R}^n
4. Tranzijentna mapa $\phi_{ab} \triangleq \phi_b \circ \phi_a^{-1}$ je C^r - difeomorfizam od $\phi_a(\mathcal{U}_a \cap \mathcal{U}_b)$ prema $\phi_b(\mathcal{U}_a \cap \mathcal{U}_b)$.

Ekvivalenciju među više atlasa možemo uspostaviti na slijedeći način. Neka su dana dva C^r -atlasa \mathcal{A}_1 i \mathcal{A}_2 . Oni će biti ekvivalentni ako je vrijedi da $\mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2$ je isto C^r -atlas. Nadalje se može definirati C^r -diferencijabilna struktura na skupu S kao klasa ekvivalencija atlasa sa prethodno definiranom relacijom ekvivalencije dvaju atlasa.

Naposlijetku definiramo C^r -diferencijalni manifold ili samo C^r -manifold M kao skup S sa prethodno definiranom C^r -diferencijalnom strukturom. Dakle manifold je skup S sa kolekcijom atlasa koji sadrže mape ϕ pojedinih područja \mathcal{U} skupa S prema \mathbb{R}^n .



Slika 5-1: Grafički prikaz manifolda M te transportnih funkcija φ i ψ od manifolda M prema \mathbb{R}^2 te prikaz kompozicije transportnih mapa kao vezu između slika preklapnih dijelova U i V u Euklidskom prostoru.

Dodati o tangencijalnim manifoldima i slike, definirati glatki manifold

3. Lijeve grupe i Lijeva algebra

3.1. Uvod

Lijeva teorija je od velike važnosti i u fizici i u diferencijalnoj geometriji. U ovom dijelu bit će predstavljen koncept Lijeve grupe te pripadajuće Lijeve algebre. Fokus će biti usmjeren prema Specijalnim Euklidskim grupama $SE(3)$ budući da su one predmet zanimljive u kontekstu ovog rada.

3.2. Lijeve grupe

Lijeva grupa je grupa (G, \bullet) gdje je G glatki manifold klase C^∞ , a \bullet pripadajući operator nad G . Svojstva operatora \bullet su slijedeća:

1. Asocijativnost: $\forall a, b, c \in G : a \bullet (b \bullet c) = (a \bullet b) \bullet c$
2. Neutralni element: $\exists e \in G : \forall g \in G : g \bullet e = e \bullet g = g$
3. Inverz: $\forall g \in G : \exists g^{-1} \in G : g \bullet g^{-1} = g^{-1} \bullet g = e$

Ako vrijedi i svojstvo komutativnosti: $a \bullet b = b \bullet a, \forall a, b \in G$ tada je grupa abelijanska. Dana je topologija nad G preko slijedećih mapa:

$$\mu : G \times G \rightarrow G \quad (2-1)$$

$$(g_1, g_2) \mapsto g_1 \bullet g_2 \quad (2-2)$$

$$g_1, g_2 \in G \quad (2-3)$$

i:

$$i : G \rightarrow G \quad (2-4)$$

$$g \mapsto g^{-1} \quad (2-5)$$

$$g \in G \quad (2-6)$$

Mape g i i su glatke mape. Dakle Lijeve grupe su topološke grupe, čiji se elementi unutar topološkim prostorom, odnosno dio manifolda, a operacija nad grupom \bullet je kontinuirana, kao i njen inverz.

3.3. Lijeva grupa SE(3)

U ovom dijelu bit će definirano nekoliko različitih Lijevih grupa s konačnim ciljem definiranja specijalne ortogonalne grupe $SO(3)$ te njenog proširenja na specijalnu Euklidsku grupu $SE(3)$.

N-dimenzijska translacijska grupa: Mapa φ je kruta mapa ako vrijedi $\forall v, w \in \mathbb{R}^n, d(\varphi(v), \varphi(w)) = d(v, w)$. Drugim riječima mapa je kruta ako su nakon mapiranja duljine očuvane.

Neka je skup G sačinjena od svih krutih mapa tako da vrijedi $G = \{\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \mid \varphi \text{ je kruta mapa}\} := T(n)$. Ako se skupu $T(n)$ pridruži operator kompozicije tada se dobiva translacijska Lijeva grupa $(T(n), \circ)$.

Opća linearna grupa ("General linear group"): Neka je skup G sačinjen od matrica, tj. mapa φ tako da vrijedi $G = \{\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \mid \det \varphi \neq 0\} := GL(n, \mathbb{R}^n)$. Ako bi tome skupu pridodali operator kompozicije \circ tada možemo definirati Lijevu grupu $(GL(n, \mathbb{R}^n), \circ)$. To je dakle grupa svih invertibilnih matrica koje svoje karakteristike glatkog manifolda naslijeđuju činjenicom da su takve matrice otvoreni podskup grupe svih $n \times n$ matrica \mathbb{R}^{n^2} koje čine glatki manifold.

Reci da je \mathbb{R}^{n^2} stvarno glatki manifold (u appendixu?)

(Specijalna) Ortogonalna grupa: Neka je skup G sačinjen od matrica Q tako da vrijedi $G = \{Q \in GL(n, \mathbb{R}^n) \mid \det Q = \pm 1\} := O(n)$. Budući da su matrice elementi skupa $GL(n, \mathbb{R}^n)$ njima se može pridodijeliti i naslijeđeni operator \circ . Takva Lijeva grupa $(O(n), \circ)$ zove se ortogonalna grupa.

Specijalna ortogonalna grupa $SO(3)$ je podgrupa ortogonalnoj grupi, uz uvjet da matrice moraju imati determinante jednake 1. Ta grupa se ujedno naziva i rotacijska grupa jer sadrži sve rotacijske matrice. Obje grupe lančano naslijeđuju karakteristike glatkog manifolda od opće linearne grupe.

(Specijalna) Euklidska grupa: Euklidska grupa kao podgrupe sadrži translacijsku Lijevu grupu $T(n)$ i ortogonalnu grupu $O(n)$. Svaki element u $E(n)$ sastoji se od translacije koju slijedi ortogonalna transformacija.

Specijalna Euklidska grupa kao poskup umjesto ortogonalne grupe sadrži specijalnu ortogonalnu grupu.

4. Zaključak

Zaključak.

Geometrijsko upravljanje multirotorskom letjelicom s benzinskim motorima

Sažetak

Ravijen je nelinearni geometrijski regulator za upravljanje multirotorskom letjelicom s benzinskim motorima. Regulator je implementiran u programskom jeziku C++ u ROS okruženju te ispitan korištenjem simulacijskog okruženja Gazebo na postojećem modelu multirotorske bespilotne letjelice s benzinskim motorima i pokretnim masama.

Ključne riječi: geometrijsko upravljanje, multirotorska letjelica, Lijeve grupe, SE(3), ROS, Gazebo

Title

Abstract

A nonlinear geometric controller is implemented using C++ programming language within ROS environment. The controller is used on a multirotor unmanned aerial vehicle with internal combustion engines. Results are obtained from Gazebo simulation environment using the existing multirotor UAV model with internal combustion engines and moving masses.

Keywords: geometric control, multirotor UAV, Lie groups, SE(3), ROS, Gazebo