Chapitre 3 : Calcul littéral (P.2)

Plan du chapitre

II/ Factorisation

1/ Définitions

Définition 1 Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme en un produit. **Autrement dit, il ne faut ni addition ni soustraction hors parenthèses nécessaires.**

Exemples :

- 3y(6 + 7y) est bien une expression factorisée.
- 5y + 2y(1 + 4y) n'est pas une expression factorisée car on peut transformer une somme en produit.

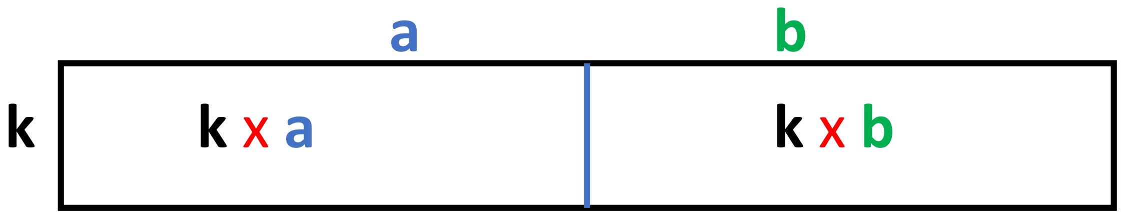
II/ Factorisation

2/ Factorisation par facteur commun

Propriété Pour tous nombres relatifs k, a et b on a :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

Sous forme d'aires



2/ Factorisation par facteur commun

Méthode :

Étape 1 : Repérer les additions et soustractions qui déterminent les nombre de facteurs (souvent 2 en 3ème).

Étape 2 : Repérer TOUT ce qui est en commun (y compris d'éventuelles parenthèses et l'opérateur « x »).

Étape 3 : Isoler ce qui est en commun **au début de l'expression** et écrire **TOUT ce qui reste** dans des crochets.

Étape 4 : Réduire et **ordonner** si nécessaire ce qui a dans les crochets.

2/ Factorisation par facteur commun

Exemple : Factoriser $A(y) = 3y + 5y(1 - 6y)$

Etape 1 : $A(y) = 3y \mathbf{+} 5y(1 - 6y)$

Ici, deux facteurs, « 3y » et « 5y(1 – 6y) »

Etape 2 : $A(y) = \mathbf{y} \times 3 \mathbf{+} 5 \times \mathbf{y} \times (1 - 6y)$

Remarque : Ne pas hésiter à ajouter les opérateurs « x » sous-entendus quitte à utiliser la commutativité de la multiplication.

Ici, « y x » est en commun.

2/ Factorisation par facteur commun

<u>Etape 3</u> : $A(y) = y \times [\ 3 + 5 \times (1 - 6y)\ ]$

Ici, il reste « 3 + 5 x (1 – 6y) »

<u>Etape 4</u> : $A(y) = y \times [\ 3 + 5 \times (1 - 6y)\ ]$ (L1)

$A(y) = y(3 + 5 - 30y)$ (L2)

$A(y) = y(8 - 30y)$ (L3)

<u>Remarque 1</u> : il se peut que l'on doive développer des expressions entre les crochets comme dans cet exemple (de L1 à L2).

<u>Remarque 2</u> : on peut changer les « crochets » en « parenthèses » dès qu'il n'y a plus de parenthèses intérieures (ici de L1 à L2).

2/ Factorisation par facteur commun

Deux cas particuliers

1) **Factoriser** l'expression suivante $B(y) = (1 + 6y)^2 + 3(1 + 6y)$.

Astuce : écrire $(1 + 6y)^2 = (1 + 6y) \times (1 + 6y)$ et appliquer la méthode.

2) **Factoriser** l'expression suivante $C(y) = (1 + 3y) + 4y(1 + 3y)$.

Astuce : écrire $(1 + 3y) = (1 + 3y) \times 1$ et appliquer la méthode.

II/ Factorisation

2/ Factorisation par les identités remarquables

Ce chapitre a présenté 3 identités remarquables dans la partie « développement ». On peut également s'en servir pour la factorisation et en particulier la troisième qui s'avère très utile.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Remarque *: il s'agit en fait de factoriser* ***une différence de deux carrés****.*

2/ Factorisation par les identités remarquables

Méthode :

Étape 1 : Faire apparaître **EXPLICITEMENT** la différence de deux carrés.

Étape 2 : Identifier alors **«** a » et « b ».

Étape 3 : Appliquer la relation $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Étape 4 : Réduire et **ordonner** si nécessaire l'expression obtenue.

2/ Factorisation par les identités remarquables

Exemple : Factoriser $A(y) = (4y - 1)^2 - 64$

Etape 1 : $A(y) = (4y - 1)^2 - \mathbf{8^2}$

Ici, a^2 est donné mais il faut faire apparaître b^2.

Etape 2 : $a = (4y - 1)$ et $b = 8$

Remarque : ne pas oublier les parenthèses si nécessaire (ici pour « a »).

2/ Factorisation par les identités remarquables

Etape 3 : $A(y) = [\ (4y - 1) + 8\ ][\ (4y - 1) - 8\ ]$

Remarque : utiliser des crochets est utile, notamment si « a » ou « b » ont des parenthèses.

Etape 4 : $A(y) = [\ 4y - 1 + 8\ ][\ 4y - 1 - 8\ ]$ (L1)

$A(y) = (4y + 7)(4y - 9)$ (L2)

Remarque : on peut changer les « crochets » en « parenthèses » dès qu'il n'y a plus de parenthèses intérieures (ici de L1 à L2).

2/ Factorisation par les identités remarquables

Deux cas particuliers *(en route vers la Seconde)*

1) **Factoriser** l'expression suivante $B(y) = 4y^2 + 25$.

Cette expression n'est pas factorisable ! Ce n'est pas une différence de carrés et il n'y a aucun facteur commun entre « $4y^2$ » et « 25 ».

2) **Factoriser** l'expression suivante $C(y) = 7 - 9y^2$.

Astuce : faire apparaître a^2 en écrivant que $7 = (\sqrt{7}\,)^2$ et appliquer la méthode.

Conclusion : on peut développer toute expression mais pas forcément les factoriser, la forme « canonique » permettra d'apporter des solutions (lycée).