Chap.6: Exercices de synthèse

Exercice 1: 3 questions de QCM (sans justification), DNB divers 2019, 2020

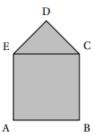
1 1	Si on multiplie la longueur de chaque arête d'un cube par 3, alors le volume du cube sera multiplié par :	3	9	12	27
-----	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---	---	----	----

Quel est le rapport de l'homothétie qui trans- forme le carré A en carré B?				
carré B	carré A	-0,5	0,5	2

Exercice 2: DNB Polynésie, 2020

On considère le motif initial ci-contre.

Il est composé d'un carré ABCE de côté 5 cm et d'un triangle EDC, rectangle et isocèle en D.



Partie 1

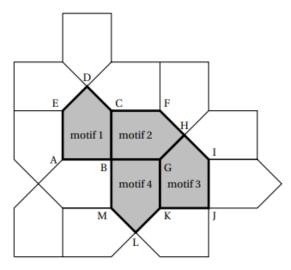
- 1. Donner, sans justification, les mesures des angles DEC et DCE.
- 2. Montrer que le côté [DE] mesure environ 3,5 cm au dixième de centimètre près.
- 3. Calculer l'aire du motif initial. Donner une valeur approchée au centimètre carré près.

Partie 2

On réalise un pavage du plan en partant du motif initial et en utilisant différentes transformations du plan.

Dans chacun des quatre cas suivants, donner sans justifier une transformation du plan qui permet de passer :

- 1. Du motif 1 au motif 2
- 2. Du motif 1 au motif 3
- 3. Du motif 1 au motif 4
- 4. Du motif 2 au motif 3



Partie 3

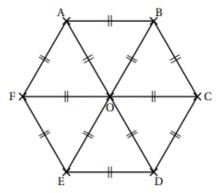
Suite à un agrandissement de rapport $\frac{3}{2}$ de la taille du motif initial, on obtient un motif agrandi.

- 1. Construire en vraie grandeur le motif agrandi.
- 2. Par quel coefficient doit-on multiplier l'aire du motif initial pour obtenir l'aire du motif agrandi?

Exercice 3: DNB Amérique du Nord, 2019

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue

On considère l'hexagone ABCDEF de centre O représenté ci-contre.



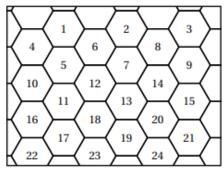
 Parmi les propositions suivantes, recopier celle qui correspond à l'image du quadrilatère CDEO par la symétrie de centre O.

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
FABO	ABCO	FODE

- 2. Quelle est l'image du segment [AO] par la symétrie d'axe (CF)?
- 3. On considère la rotation de centre O qui transforme le triangle OAB en le triangle OCD. Quelle est l'image du triangle BOC par cette rotation?

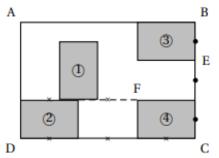
La figure ci-contre représente un pavage dont le motif de base a la même forme que l'hexagone ci-dessus. On a numéroté certains de ces hexagones.

4. Quelle est l'image de l'hexagone 14 par la translation qui transforme l'hexagone 2 en l'hexagone 12?



Olivia s'est acheté un tableau pour décorer le mur de son salon.

Ce tableau. représenté ci-contre, est constitué de quatre rectangles identiques nommés ①, ②, ③ et ④ dessinés à l'intérieur d'un grand rectangle ABCD d'aire égale à 1,215 m^2 . Le ratio longueur : largeur est égal à 3 : 2 pour chacun des cinq rectangles.



- Recopier, en les complétant, les phrases suivantes. Aucune justification n'est demandée.
 - a. Le rectangle ... est l'image du rectangle ... par la translation qui transforme C en E.
 - b. Le rectangle ③ est l'image du rectangle ... par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.
 - c. Le rectangle ABCD est l'image du rectangle ... par l'homothétie de centre ... et de rapport 3.
 - (Il y a plusieurs réponses possibles, une seule est demandée.)
- 2. Quelle est l'aire d'un petit rectangle?
- 3. Quelles sont la longueur et la largeur du rectangle ABCD?

Exercice 5 : DNB Pondichéry 2018

Le pavage représenté sur la figure 1 est réalisé à partir d'un motif appelé pied-de-coq qui est présent sur de nombreux tissus utilisés pour la fabrication de vêtements.

Le motif pied-de-coq est représenté par le polygone ci-dessous à droite (figure 2) qui peut être réalisé à l'aide d'un quadrillage régulier.

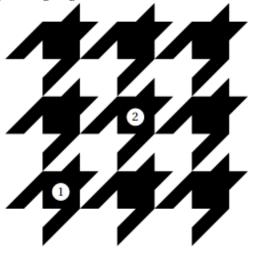


Figure 1

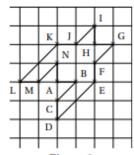


Figure 2

- Sur la figure 1, quel type de transformation géométrique permet d'obtenir le motif 2 à partir du motif 1?
- Dans celte question, on considère que : AB = 1 cm (figure 2).
 Déterminer l'aire d'un motif pied-de-coq.

Chap.6: Corrigés

Exercice 1:

Q2 : L'homothétie agrandit les longueurs. Le rapport négatif indique seulement que la figure sera inversée.

Q3 : L'homothétie est de rapport -0,5 (le carré B est plus petit que le carré A et inversé).

Exercice 2:

Partie I:

1/ DEC étant un triangle rectangle isocèle, les angles demandés ont une mesure de 45°.

2/ Le triangle DEC étant rectangle en D, on peut utiliser les relations de trigonométrie car les mesures d'angles sont connues. Dans le triangle DEC rectangle en D, on a : $sin(\widehat{DCE}) = DE / EC$ soit $DE = EC \times sin(\widehat{DCE}) = 5 \times sin(45^\circ) = 3,5$ (à 0,1 cm près).

Remarque: on pouvait aussi utiliser le théorème de Pythagore en remarquant que DE = DC (triangle isocèle).

3/ On a : $A_{(motif)} = A_{(carré)} + A_{(triangle)}$ soit $A_{(motif)} = 5^2 + 3,5x3,5/2 = 31$ cm² (au cm² près). Rappel : le triangle DEC étant rectangle, son aire est tout simplement DE x DC /2.

Partie II:

1/ La rotation de centre B et d'angle 90° (sens horaire).

2/ La translation transformant le point B en point K (ou autre exemple de points bien sûr).

3/ La symétrie de centre B (ou la rotation de centre B et d'angle 180°).

4/ La rotation de centre H et d'angle 90° (sens direct).

Partie III:

1/La construction ne pose aucune difficulté.

2/ L'aire du nouveau motif sera l'ancienne multipliée par (3/2)² soit 9/4.

Exercice 3:

1/ C'est la proposition 1, le quadrilatère FABO.

2/L'image du segment [A0] par la symétrie d'axe (CF) est le segment [EO].

3/ L'image demandée est le triangle DOE.

4/ L'image demandée est l'hexagone 19.

Exercice 4:

1/ a) Le rectangle 3 est l'image du rectangle 4 par la translation qui transforme C en E.

b) Le rectangle 3 est l'image du rectangle 1 par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c) Le rectangle ABCD est l'image du rectangle 3 par l'homothétie de centre B et de rapport 3.

<u>Autres réponses possibles</u> : rectangle 4 et centre C ; rectangle 2 et centre D.

2/ On choisit le rectangle 2 par exemple. Il est l'image du rectangle ABCD par l'homothétie de centre D et de rapport 1/3. Son aire est donc multipliée par $(1/3)^2$ soit par 1/9 ce qui revient à la diviser par 9.

 $A_{(rect2)} = A_{(ABCD)} / 9 = 1,215 / 9 = 0,135 m^2$.

3/ Dans le rectangle ABCD, on a le ratio longueur / largeur = 3/2 ce qui signifie que longueur = 1,5 x largeur.

 $Or\ A(ABCD) = longueur\ x\ largeur = 1,5\ x\ largeur\ x\ largeur.$

Il vient:

 $1,5 \times largeur^2 = 1,215$

 \Leftrightarrow largeur² = 1,215/1,5

⇔ largeur² = 0,81

⇔ largeur = 0,9 (une valeur négative n'a pas de sens).

La largeur de ce rectangle est de 0,9 mètre et la lonqueur de rectangle est donc de 1,5 x largeur soit de 1,35 mètre.

Exercice 5:

1/ Il s'agit d'une translation.

2/ On compte 4 carrés de 1 cm² chacun et 8 demi-carrés de 0,5 cm² chacun. L'aire du motif est donc de 8 cm².