Activité : valeur approchée du nombre pi

Une petite vidéo rapide de présentation du nombre pi ici : https://www.youtube.com/watch?v=A2_8tJ1Bqik

1) Le nombre pi à l'Antiquité

Une valeur approchée en Egypte (XVIIème siècle avant J-C) et La méthode d'Archimède (IIIème siècle avant J-C) ici : https://www.youtube.com/watch?v=TcNfC8b4hUg

Ecrire la valeur approchée de π égyptienne : ……………………..

Ecrire l'encadrement de π trouvé par Archimède : $\dots\dots\dots\dots.. \leq \pi \leq$ ……………

2) La méthode d'Euler (XVIIIème siècle)

Euler est un très grand mathématicien du XVIIIème siècle, il a notamment travaillé dans le calcul infinitésimal (calculs à l'aide de nombres très petits pour -beaucoup- simplifier).

Voici une formule qu'il a proposé :

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots$$

Cela signifie qu'il faudrait poursuivre les calculs jusqu'à l'infini. Et c'est bien là où est la particularité du nombre π : il n'est solution d'aucune équation, ne peut s'écrire sous forme de fraction et son nombre de décimales est infini et imprévisible. On parle de nombre **transcendant**.

Recopier et tester le programme Python qui applique la formule d'Euler.

L'application pour Python est l'application Jupyter qu'il faut ouvrir à partir du PC. **Cliquer** ensuite sur « New » et « Python 3 »

```python
from math import sqrt

nombreTermes = 100
somme = 0

# Pour bien avoir nombreTermes
for i in range(1,nombreTermes + 1) :
    somme = somme + 1/(i*i)

print("Pour ",nombreTermes," Pi vaut environ :",
      sqrt(6*somme))
```

Compléter le tableau suivant :

Pour **100** termes	$\pi \approx$
Pour **1000** termes	$\pi \approx$
Pour **10000** termes	$\pi \approx$
Pour **100000** termes	$\pi \approx$
Pour **1000000** termes	$\pi \approx$
Pour **10000000** termes	$\pi \approx$

Valeur approximative de pi : 3,141 592 653 589 793 …

3) La méthode de Monte-Carlo (probabilités)

Un lien vidéo qui explique la méthode : https://www.youtube.com/watch?v=1odNa3HxZLc (les 4 premières minutes seulement).

(Groupe-Oral) Quelle est le principe de cette méthode ?

Recopier et tester le programme Python ci-dessous qui applique la méthode de Monte-Carlo.

```
from random import random

nombreLancers = 100
flèchesDansLaCible = 0

for i in range(0,nombreLancers) :
    # Valeurs aléatoires entre 0 et 1 pour x et y
    x = random()
    y = random()

    # Test pour savoir si la flèche est dans le cercle
    if x*x + y*y < 1 :
        flèchesDansLaCible = flèchesDansLaCible + 1

print("Pour ",nombreLancers," Pi vaut environ :",
      4*flèchesDansLaCible/nombreLancers)
```

Faire 10 tests avec 100 lancers et **noter** les résultats dans le tableau. **Justifier** l'écart des résultats obtenus.

Résultats obtenus pour 100 lancers									

…….

…….

Compléter le tableau suivant :

Pour **100** lancers	$\pi \approx$
Pour **1000** lancers	$\pi \approx$
Pour **10000** lancers	$\pi \approx$
Pour **100000** lancers	$\pi \approx$
Pour **1000000** lancers	$\pi \approx$
Pour **10000000** lancers	$\pi \approx$

Valeur approximative de π : 3,141 592 653 589 793 …

(Groupe – Oral) D'après vous, ces deux méthodes est-elle **efficace** ?

Il y a beaucoup d'algorithmes diversement efficaces qui existent.

Un petit aperçu ici : http://villemin.gerard.online.fr/Wwwgvmm/Geometri/PiValeur.htm#Kochan avec simplement une expression numérique.

Vous pourrez écrire un programme en Python à l'aide d'algorithmes à l'aide de ce site, certains sont extrêmement efficaces : http://villemin.gerard.online.fr/Wwwgvmm/Geometri/PiProgra.htm#PiMapRap