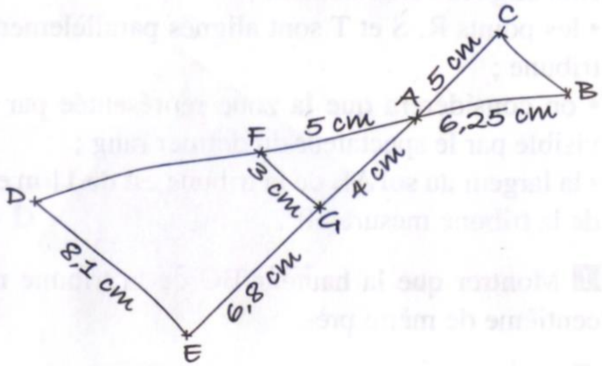
Chap.4_Synthèse

Exercice 1 :

Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessous a été faite à main levée.

Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C. De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.



1 Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.

2 Calculer la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].

3 Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

***Source* : DNB, France métropolitaine, 2017**

Exercice 2 :

1 a. Tracer un triangle CDE rectangle en D tel que CD = 6 cm et DE = 3,2 cm.

b. Calculer CE.

2 a. Placer le point F sur [CD] tel que CF = 2,4 cm.

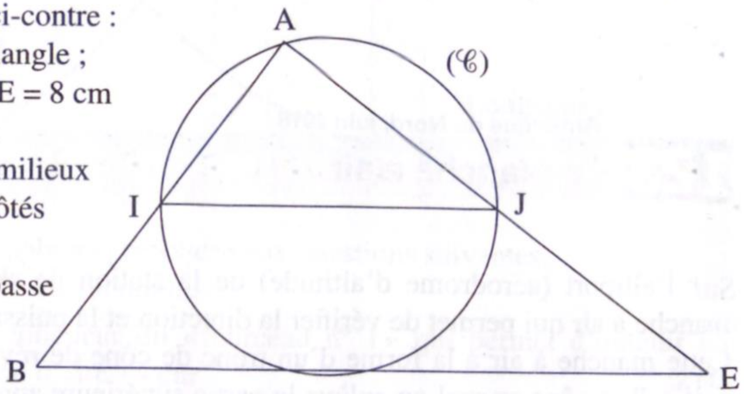
b. Placer le point G sur [CE] tel que CG = 2,7 cm.

c. Les droites (FG) et (DE) sont-elles parallèles ?

***Source* : DNB, Polynésie, 2017**

Exercice 3 :

Dans la figure ci-contre :
- ABE est un triangle ;
- AB = 6 cm, AE = 8 cm et BE = 10 cm ;
- I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AE] ;
- le cercle ($\mathscr{C}$) passe par les points I, J et A.



La figure n'est pas à l'échelle.

1 Peut-on affirmer que les droites (IJ) et (BE) sont parallèles ?

Source **: DNB, 2016**

Corrigé des exercices de synthèse

Exercice 1 :

1/ Dans le triangle AFG, on calcule :
$AF^2 = 5^2 = 25$ et
$FG^2 + AG^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
On en déduit que $AF^2 = FG^2 + AG^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AFG est rectangle en G.

2/ D'après la question précédente, (FG) ⊥ (AG) donc (FG) ⊥ (AE) car les points A,G,E sont alignés.
Or, (DE) // (FG) donc (DE) ⊥ (AE) et le triangle AED est rectangle en E.
Dans ce triangle, on a, d'après le théorème de Pythagore :
$AD^2 = DE^2 + AE^2$
$AD^2 = 8{,}1^2 + 10{,}8^2$ (AE = AG + GE)
$AD^2 = 182{,}25$ soit AD = $\sqrt{182{,}25}$ = 13,5. AD mesure 13,5 cm.
Remarque : on aurait pu utiliser le théorème de Thalès également.

3/ Les points F,A,G -respectivement G,A,C- sont alignés dans cet ordre.
On calcule :
$\frac{AB}{AF} = \frac{6{,}25}{5}$ et $\frac{AC}{AG} = \frac{5}{4}$. On vérifie si les produits en croix sont égaux : 4 x 6,25 = 25 et 5 x 5 = 25.
On a donc l'égalité des rapports précédents.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, (FG) // (BC).

Exercice 2
La figure ne posant pas de difficulté, elle ne sera pas tracée dans ce corrigé (mais il faut la faire !).
1/ Dans le triangle CDE rectangle en D, on a, d'après le théorème de Pythagore :
$CE^2 = CD^2 + DE^2$
$CE^2 = 6^2 + 3{,}2^2$
$CE^2 = 46{,}24$ soit CE = $\sqrt{46{,}24}$ = 6,8. CE mesure 6,8 cm.

2/ Les points C,F,D -respectivement C,G,E- sont alignés dans cet ordre.
On calcule :
$\frac{CF}{CD} = \frac{2{,}4}{6}$ et $\frac{CG}{CE} = \frac{2{,}7}{6{,}8}$. On vérifie si les produits en croix sont égaux : 6 x 2,7 = 16,2 et 6,8 x 2,4 = 16,32.
16,2 ≠ 16,32 donc les rapports sont différents.

Les droites (FG) et (DE) sont sécantes car si elles étaient parallèles, on aurait, d'après le théorème de Thalès, l'égalité des rapports.

Exercice 3 :

Les points A,I,B -respectivement A,J,E- sont alignés dans cet ordre.
Le point I étant le milieu du segment [AB], on a la relation AI = 0,5 x AB. Même raisonnement pour le point J et le segment [AE], on a AJ = 0,5 x AE.
On a donc bien AI/AB = AJ/AE.
D'après la réciproque du théorème de Thalès, (IJ) // (BE).

Remarque : il s'agit ici d'une illustration du théorème des milieux (dans un triangle, si une droite passe par le milieu de deux de ses côtés, alors elle est parallèle à son troisième côté) : c'est un cas particulier de la réciproque du théorème de Thalès.