

Chap 4 : Synthèse

Exercice 1 : DNB, Nouvelle Calédonie, 2018

1 Décomposer les nombres 162 et 108 en produits de facteurs premiers.

2 Déterminer deux diviseurs communs aux nombres 162 et 108 plus grands que 10.

3 Un snack vend des barquettes composées de nems et de samossas. Le cuisinier a préparé 162 nems et 108 samossas.

Dans chaque barquette :

- le nombre de nems doit être le même ;
- le nombre de samossas doit être le même.

Tous les nems et tous les samossas doivent être utilisés.

a. Le cuisinier peut-il réaliser 36 barquettes ?

b. Quel nombre maximal de barquettes pourra-t-il réaliser ?

c. Dans ce cas, combien y aura-t-il de nems et de samossas dans chaque barquette ?

Exercice 2 : DNB, Nouvelle Calédonie, 2017

– AUREL : Belle pêche ! Combien de poissons et de coquillages vas-tu pouvoir vendre au marché ?

– ANTOINE : En tout, je vais pouvoir vendre au marché 30 poissons et 500 coquillages.

Antoine est un pêcheur professionnel. Il veut vendre des paniers contenant des coquillages et des poissons. Il souhaite concevoir le plus grand nombre possible de paniers identiques. Enfin, il voudrait qu'il ne lui reste aucun coquillage et aucun poisson dans son congélateur.

1 Combien de paniers au maximum Antoine pourra-t-il concevoir ? Justifier.

2 Quelle sera la composition de chaque panier ? Justifier.

Exercice 3 : DNB, Amérique du Sud, 2017

Indiquer en justifiant si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse.

Affirmation 1 : « Les nombres 11 et 13 n'ont aucun multiple commun. »

Affirmation 2 : « Le nombre 231 est un nombre premier. »

Exercice 4 : DNB, Amérique du Sud, 2016

Carole souhaite réaliser une mosaïque sur un mur de sa maison. La surface à paver est un rectangle de dimensions 108 cm et 225 cm, et doit être entièrement recouverte par des carreaux de faïence carrés de même dimension sans découpe.

1 Carole peut-elle utiliser des carreaux de 3 cm de côté ? De 6 cm de côté ?

2 Quelle est la dimension maximale des carreaux que Carole peut poser ?
Combien de carreaux utilisera-t-elle ?

Exercice 5 (*) : Synchronisation !

On utilise deux LED dans un circuit électrique. La première clignote toutes les 18 secondes et la deuxième toutes les 12 secondes.

1/ A l'instant initial, elles ont toutes les deux cligné en même temps. Au bout de combien de temps clignoteront-elles encore en même temps ?

2/ On ajoute un troisième LED qui clignote toutes les 15 secondes. Même question que précédemment.

Chap 4 : Corrigés

Exercice 1 :

1/ En décomposant les nombres en produits de facteurs premiers :

$$162 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \text{ et } 108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

2/ On peut citer 18 et 27 comme diviseurs communs supérieurs à 10 par exemple.

3/ a) Non, car 36 ne divise pas 162.

b) et c) $162 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 54 \times 3$ et $108 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54 \times 2$.

54 est le plus grand diviseur commun à 162 et à 108, le cuisinier peut faire 54 barquettes contenant chacune 3 nems et 2 samoussas.

Exercice 2 :

1/ En décomposant les nombres en produits de facteurs premiers :

$$30 = 2 \times 3 \times 5 \text{ et } 500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$

2 et 5 sont les diviseurs en commun de 30 et de 500, on peut donc écrire que :

$$30 = 2 \times 5 \times 3 = 10 \times 3 \text{ et } 500 = 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 5 = 10 \times 50$$

Antoine peut donc faire 10 paniers.

2/ Chaque panier contiendra 3 poissons et 50 coquillages.

Exercice 3 :

Affirmation 1 : 11 et 13 ont 11×13 (soit 143) comme multiple commun ! L'affirmation est fausse.

Affirmation 2 : La somme des chiffres de 231 vaut $2 + 3 + 1$ soit 6. 6 étant un multiple de 3, 3 est un diviseur de 231. L'affirmation est fausse.

Exercice 4 :

1/ La somme des chiffres de 108 vaut 9 donc 3 est un diviseur de 108. Celle de 225 vaut 9 donc 3 est aussi un diviseur de 225. Carole peut utiliser des carreaux de 3 cm de longueur de côté.

225 est un nombre impair donc non divisible par 6. Carole ne peut pas utiliser des carreaux de 6 cm de longueur de côté.

2/ On décompose 108 et 225 en produit de facteurs premiers :

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \text{ et } 225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

3 et 3 sont des diviseurs communs de 108 et 225, on peut donc écrire que :

$$108 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 = 9 \times 12 \text{ et } 225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 9 \times 25.$$

La taille maximale des carreaux est de 9 cm de côté, il y aura en tout 12×25 carreaux soit 300 carreaux.

Exercice 5 :

1/ On décompose 12 et 18 en produit de facteurs premiers, on a :

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \text{ et } 18 = 2 \times 3 \times 3$$

2 et 3 sont des diviseurs communs de 12 et 18, on peut écrire que $12 = 2 \times 3 \times 2 = 6 \times 2$ et que $18 = 2 \times 3 \times 3 = 6 \times 3$.

Le plus petit multiple commun de 12 et de 18 est donc $6 \times 2 \times 3$ soit 36. Les deux LED clignoteront ensemble au bout de 36 secondes.

2/ La question revient à trouver le plus petit multiple commun de 36 et 15.

On décompose 36 et 15 en produit de facteurs premiers, on a :

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \text{ et } 15 = 3 \times 5.$$

3 est le diviseur commun de 36 et 15, on peut écrire que $36 = 3 \times 2 \times 2 \times 3 = 3 \times 12$ et que $15 = 3 \times 5$.

Le plus petit multiple commun entre 36 et 15 est donc $3 \times 12 \times 5$ soit 180. Les trois LED clignoteront ensemble au bout de 180 secondes.

A noter : le plus diviseur commun est le PGCD, le plus petit multiple commun le PPCM.