Contrôle de Géométrie_Corrigé

(Thalès, Pythagore, Trigonométrie)

Exercice 1 :
1/

On sait d'après les données que H est le milieu du segment [BC], donc $HC = \frac{BC}{2} = 145$. Dans le triangle HAC rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} AC^2 &= HA^2 + HC^2 \\ 342^2 &= HA^2 + 145^2 \\ HA^2 &= 342^2 - 145^2 \\ HA^2 &= 116964 - 21025 \\ HA^2 &= 95939 \end{aligned}$$

Or HA est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} HA &= \sqrt{95939} \\ HA &\approx \underline{309{,}74 \text{ cm}} \end{aligned}$$

AH mesure 310 cm (au cm près).

2/

On a avec (MN) parallèle à (BC) une situation de Thalès. On peut donc écrire :

$$\frac{\text{AN}}{\text{AC}} = \frac{\text{MN}}{\text{BC}} \text{ ou } \frac{165}{342} = \frac{\text{MN}}{290}.$$

Soit :

$$\text{MN} = 290 \times \frac{165}{342} \approx 139,9 \text{ soit environ } \underline{140 \text{ cm au centimètre près}}.$$

3/

Il faut :

– pour la poutre principale 1 poutre de 4 m ;

– pour les pieds 4 poutres de 3,5 m ;

– pour le maintien 2 barres de 1,5 m, soit :

$$12,99 + 4 \times 11,75 + 2 \times 3,89 = 66,77€$$

Plus les fixations et les deux balançoires, soit :

$$66,77 + 80 + 50 = 197,77€.$$

<u>Remarque</u> : l'énoncé n'a pas précisé que l'on pouvait couper des barres pour en faire deux poutres !!
La solution idéale était la grande barre à 6,99 euros et de la couper en deux, mais encore fallait-il préciser que cela était possible.
Les deux résultats sont donc comptés justes.

4/

On peut utiliser un tableau de proportionnalité

Prix Initial (euros)	*100*	*196,98*
Prix Final (euros)	*120*	*P*

P = 196,98 x 120 / 100 = 236,38 € (au centime près)

5/

Dans le triangle rectangle en H, AHC, on a :

$$\sin \widehat{HAC} = \frac{HC}{AC} = \frac{145}{342}$$

On obtient

$$\widehat{HAC} = \arcsin\left(\frac{145}{342}\right) \approx 25{,}0859$$

La triangle BAC étant isocèle en A, on a donc $\widehat{BAC} = 2 \times \widehat{HAC} \approx 50,17$, donc le portique respecte la condition de sécurité.

***Exercice 2** :*

***Question 1** :*

La longueur de la frise est :

$$AB + BD + DE + EG + GH + HA$$

Or BCD et FGH sont des triangles rectangles dont les deux côtés de l'angle droit mesurent 2 m et 1,5 m. Les hypoténuses de ces triangles [BD] et [EG] ont donc d'après le théorème de Pythagore une longueur telle que :

$$BD^2 = EG^2 = 2^2 + 1,5^2 = 4 + 2,25 = 6,25$$

Donc $BD = EG = 2,5$.

La longueur de la frise est donc égale à :

$$10 - 2 + 2,5 + 1 + 2,5 + 10 - 2 + 4 = \underline{26 \text{ m}}$$

***Question 2** :*

LMON étant un trapèze les droites (LN) et (MO) sont parallèles.

Dans le triangle KMO, les point K,L,M et K,N O sont alignés et les droites (LN) et (MO) sont parallèles, on a donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{KL}{KM} = \frac{KN}{KO} = \frac{LN}{MO}$$

soit

$$\frac{5}{5 + 3,5} = \frac{LN}{10,2}$$

ou

$$\frac{5}{8,5} = \frac{LN}{10,2}$$

d'où

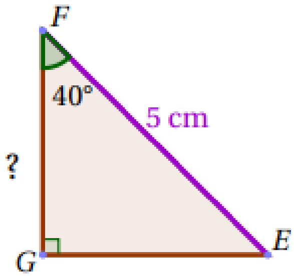
$$LN = 10,2 \times \frac{5}{8,5} = \frac{51}{8,5} = \underline{6 \text{ m}}$$

La longueur de la fermeture éclair est de 6 mètres.

Exercice 3 *: Application directe du cours*

Question 1 *:*

Soit EFG un triangle rectangle en G tel que $EF = 5$ cm et $\widehat{EFG} = 40°$. Calculer une valeur approchée au dixième de FG.



Le triangle EFG est rectangle en G donc :

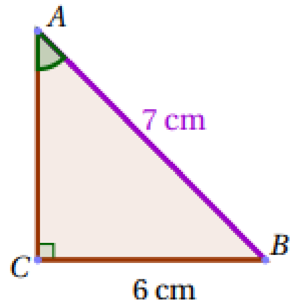
$$\cos\widehat{EFG} = \frac{FG}{EF} \Longleftrightarrow \cos 40° = \frac{FG}{5}$$

Donc

$$\boxed{FG = 5\cos 40° \approx 3,8 \text{ cm}}$$

Question 2 *:*

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $AB = 7$ cm et $BC = 6$ cm. Calculer une valeur approchée au dixième de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.



Le triangle EFG est rectangle en G donc :

$$\sin\widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} \Longleftrightarrow \sin\widehat{BAC} = \frac{6}{7}$$

Donc

$$\boxed{\widehat{BAC} = \arcsin\left(\frac{6}{7}\right) \approx 59°}$$