Durée : 2 heures

∽ Corrigé du diplôme national du brevet Centres Étrangers ∾ 15 juin 2021

EXERCICE 1 — 24 points

1.

$$\begin{array}{r|l} 360 & 9 \\ 40 & 8 \\ 5 & 5 \end{array}$$

Donc $360 = 9 \times 8 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

2. **a.** Le point B a pour image B et le point J appartient (BD), il est aussi égal à son image.
Enfin l'image de E est le point F.
Donc l'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) est le triangle BJF.

b. La translation qui transforme le point E en B transforme A en E, M en F et H en M.
Donc le triangle AMH a pour image EFM.

c. Le triangle AMD contient 4 triangles identiques au triangle initial BEJ ; l'aire étant le quadruple de celle du triangle initial ses dimensions sont le double de celle de AIH.
Le point A étant commun aux deux triangles le triangle AMD est l'image du triangle AIH par l'homothétie de centre A et de rapport 2.

3. $\dfrac{7}{2} + \dfrac{15}{6} \times \dfrac{7}{25} = \dfrac{7}{2} + \dfrac{15 \times 7}{6 \times 25} = \dfrac{7}{2} + \dfrac{5 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 5} = \dfrac{7}{2} + \dfrac{7}{10} = \dfrac{35}{10} + \dfrac{7}{10} = \dfrac{42}{10} = \dfrac{2 \times 21}{2 \times 5} = \dfrac{21}{5}$

4. Une boule de rayon R a un volume de $V = \dfrac{4}{3} \times \pi R^3$.
Donc le volume de la Lune est environ :
$V_{\text{Lune}} \approx \dfrac{4}{3} \times \pi \times 1\,737^3 \approx 2{,}195 \times 10^{10}$; donc réponse D : $2{,}2 \times 10^{10}$.

5. Pour les angles, on peut utiliser le cosinus, le sinus ou la tangente.
Avec le cosinus : $\cos \widehat{\text{STR}} = \dfrac{\text{ST}}{\text{RT}} = \dfrac{24}{26} = \dfrac{12}{13}$.
La calculatrice donne $\widehat{\text{STR}} \approx 22{,}6$, soit 23°au degré près.
L'angle complémentaire $\widehat{\text{SRT}}$ mesure donc 67° au degré près.
Voir le tableau à la fin.

EXERCICE 2 — 21 points

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5, 6.
2. La probabilité d'obtenir le 6 (comme les autres nombres) est $\dfrac{1}{6}$.
3. Il y a 3 nombres impairs (ou pairs). la probabilité est donc égale à $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$.

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des nombres correspondants aux issues de chaque dé.

1. La plus grande somme possible étant 12, l'évènement est impossible de probabilité nulle.

2. **a.** Voir à la fin

b. Les scores possibles sont : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, soit 11 scores différents possibles

3. **a.** Il y a $6 \times 6 = 36$ issues possibles.
On a $10 = 4+6 = 5+5 = 6+4$: 3 issues, donc $p(D) = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12}$.

b. On a $p(E) = \dfrac{9}{36} = \dfrac{1}{4}$.

c. Il y a 15 scores premiers et 15 scores supérieurs à 15.

EXERCICE 3 **16 points**

1. **a.** On obtient successivement : $1 \to 1+1 = 2 \to 3 \times 2 = 6 \to 6-3 = 3$.

   b. On obtient successivement : $2 \to 2+3 = 5 \to 2-5 = -3 \to 5 \times -3 = -15$.

2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C? On obtient successivement : $x \to x \times 7 \to 7x+3 \to 7x+3-x = 6x+3$.

3. On vient de voir que le programme C donne $6x+3 \neq 3x$;

   Le programme A donne à partir de x : $x \to 1+x \to 3(1+x) = 3+3x \to 3+3x-3 = 3x$: on obtient bien le triple.

   Le programme B donne à partir de x : $x \to x+3 \to x-5 \to (x+3)(x-5) = x^2-5x+3x-15 = x^2-2x-15 \neq 3x$.

   L'élève a raison.

4. **a.** U produit de deux facteurs est nul si l'un des facteurs est nul, donc :

   $(x+3)(x-5) = 0$ si $\left\{\begin{array}{lcl} x+3 & = & 0 \\ x-5 & = & 0 \end{array}\right.$ ou encore $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -3 \\ x & = & 5 \end{array}\right.$

   L'ensemble des solutions est $S = \{-3 ; 5\}$.

   b. On a vu que le programme B donne à partir de x le produit $(x+3)(x-5)$ ry on a vu dans la question précédente que -3 et 5 annulaient ce produit.

   Donc le programme B donne à partir de -3 et à partir de 5 le nombre 0.

5. Il faut trouver x tel que $6x+3 = 3x$ soit en ajoutant à chaque membre $-3x$: $3x+3 = 0$ ou $3x = -3$, soit $3 \times x = 3 \times (-1)$ et finalement $x = -1$

   Le nombre -1 donne par A ou C le même résultat -3.

EXERCICE 4 **19 points**

1. On a CE $= 393 - 251 = 142$ (m).

2. **a.** Les droites (DB) et (EC) étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC) sont parallèles.

   b. A, D, E sont alignés dans cet ordre,

   A, B et C sont alignés dans cet ordre,

   et les droites (DB) et (EC) sont parallèles : on est donc une situation où l'on peut appliquer le théorème de Thalès, soit :

   $\dfrac{\text{BD}}{\text{EC}} = \dfrac{\text{AD}}{\text{AE}}$,

   soit $\dfrac{11,25}{142} = \dfrac{51,25}{\text{AE}}$;

   on en déduit $11,25\text{AE} = 142 \times 51,25$ puis $\text{AE} = \dfrac{142 \times 51,25}{11,25} \approx 646,8$.

   Donc $\text{DE} = \text{AE} - \text{AD} \approx 646,8 - 51,25 \approx 595,6$ soit 596 (m) au mètre près.

3. Aurélie parcourt donc 8 000 m en 60 minutes ou 800 m en 6 min ou 400 m en 3 minutes.

   Elle mettra donc pour parcourir 596 (m) un temps t tel que $\dfrac{3}{400} = \dfrac{t}{596}$, soit en multipliant chaque membre par 596 :

   $t = \dfrac{3 \times 596}{400} = 4,47$ (min), donc $t \approx 4$ (m) : elle arrivera donc à 9 h 59 min à la minute près.

4. On a par définition dans le triangle rectangle ABD : $\sin\widehat{\text{CAE}} = \dfrac{\text{BD}}{\text{AD}} = \dfrac{11,25}{51,25}$. La calculatrice donne $\widehat{\text{CAE}} \approx 12,68°$.

   Dabs le triangle ABC on a $\tan\widehat{\text{CAE}} = \dfrac{\text{CE}}{\text{AC}}$ d'où $\text{AC} = \dfrac{\text{CE}}{\tan\widehat{\text{CAE}}} \approx \dfrac{142}{0,225} \approx 631,1$ (m).

   Finalement la pente est $\approx \dfrac{142}{631,1} \approx 0,225$, donc $\dfrac{22,5}{100} = 22,5\,\%$.

EXERCICE 5 **20 points**

1. Voir à la fin.

2. $f(x) = 90 + 18,5x$ $\quad$ $g(x) = 448,5$ $\quad$ $h(x) = 36,5x$

a. Seule la fonction h représente une situation de proportionnalité.

b. Formule A : fonction h;
Formule B : fonction f;
Formule C : fonction g.

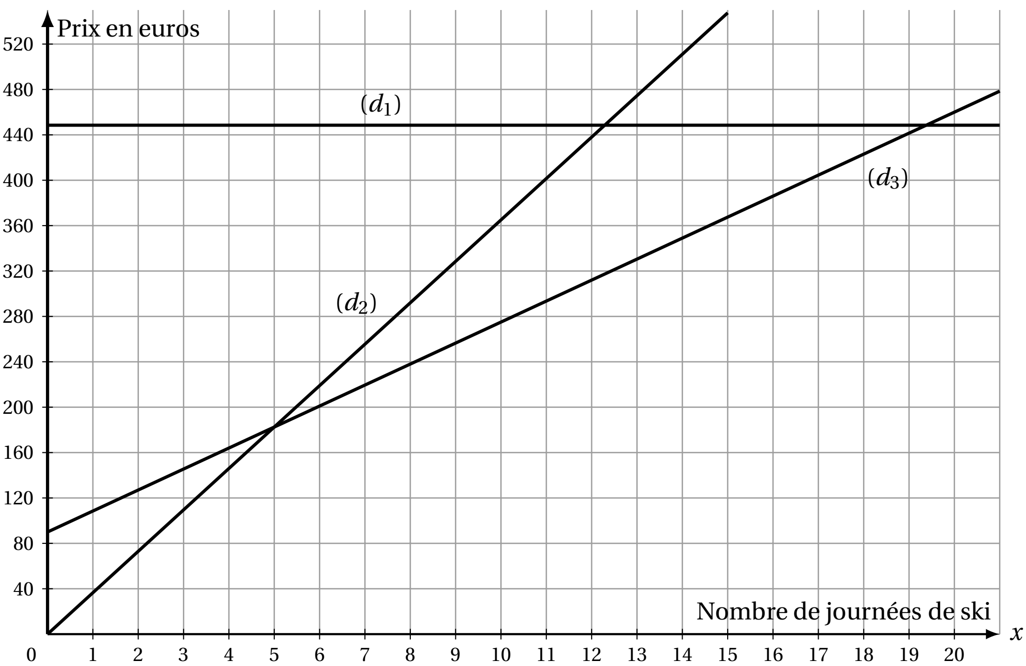
c. Il faut donc résoudre l'équation : $h(x) = f(x)$, soit $36,5x = 90+18,5x$ d'où en ajoutant $-18,5x$ à chaque membre : $18x = 90$ ou $2 \times 9x = 9 \times 2 \times 5$ et en simplifiant par 2×9; $\quad x = 5$.
On a effectivement : $h(5) = 182,5$ et $f(5) = 90 + 18,5 \times 5 = 90 + 92,5 = 182,5$.
On paiera avec les formules A et B, 182,50 €.

3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci dessous.
Sans justifier et à l'aide du graphique :

a. – (d_1) correspond à la fonction constante g définie par $g(x) = 448,5$;
– (d_2) correspond à la fonction linéaire h définie par $h(x) = 36,5x$;
– (d_3) correspond à la fonction f définie par $f(x) = 90 + 18,5x$.

b. Marin ne peut bien sûr pas se payer le forfait à 448,50 €.
Avec la formule A l'équation $73x = 320$ a pour solution $x = \dfrac{320}{73} \approx 4,4$: il peut donc skier 4 jours.
Avec la formule B l'équation $90 + 18,5x = 320$ peut s'écrire $18,5x = 230$ qui a pour solution $x = \dfrac{230}{18,5} \approx 12,4$, soit 12 journées de ski, soit le nombre maximal de journées de ski qu'il peut se payer (il paiera en fait $90 + 18,5 \times 12 = 312$ €).

c. La formule A est la plus onéreuse. Il faut donc comparer les formules B et C. Or :
$448,5 < 90 + 18,5x$ peut s'écrire $358,5 < 18,5x$ ou encore $\dfrac{358,5}{18,5} < x$.
Or $\dfrac{358,5}{18,5} \approx 19,4$, donc le plus petit entier naturel qui vérifie l'inéquation est 20.
Le forfait est intéressant à partir de 20 journées de ski dans l'année.
Remarque : on pouvait aussi résoudre les deux dernières questions graphiquement.



ANNEXE à rendre avec la copie

Exercice 1, question 5 :

Longueurs	**Angles**	**Périmètre du triangle RST**	**Aire du triangle RST**
RS = 10 mm	$\widehat{RST} = 90°$	$\mathscr{P} = 10 + 24 + 36 = 60$ (mm)	$\mathscr{A} = \dfrac{10 \times 24}{2} = 120$ mm^2
ST = 24 mm	$\widehat{STR} \approx 23°$		
RT = 26 mm	$\widehat{SRT} \approx 67°$		

Exercice 2, Partie 2, question 2. a.

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Exercice 5, question 1.

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €	219 €	365 €
Formule B	127 €	201 €	275 €
Formule C	448,50 €	448,50 €	448,50 €