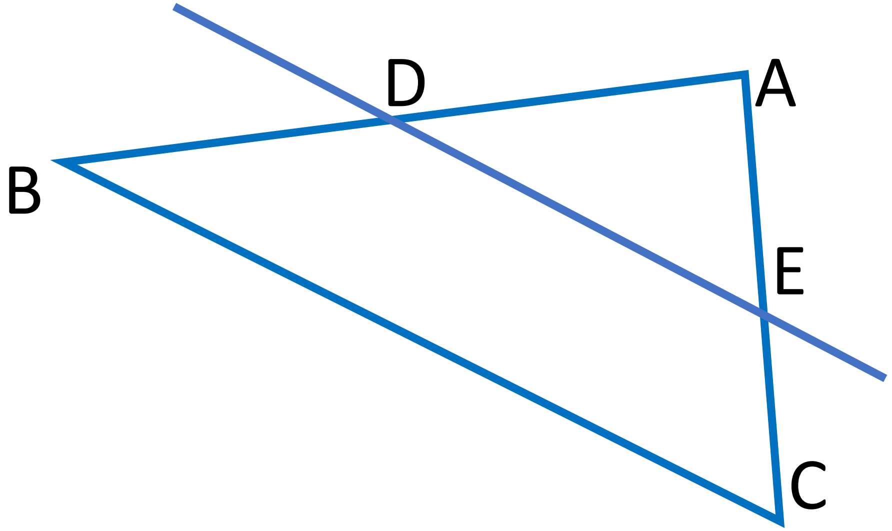
Chapitre 2 : Théorème de Thalès

Plan du chapitre

I/ Réduction d’un triangle

1/ Enoncé des trois quotients égaux

Si un **triangle** est coupé par une **droite parallèle** à un des côtés alors le **petit triangle** ainsi formé est une **réduction** du **grand triangle**.

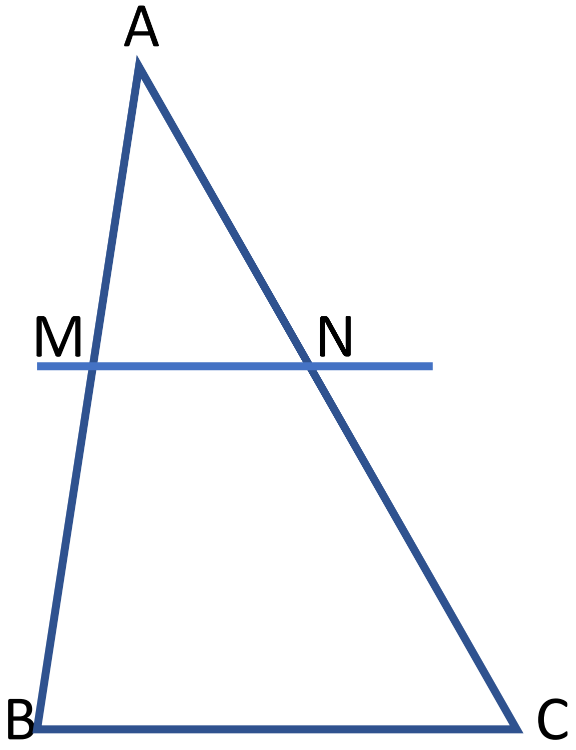


Donnée : *(DE) // (BC)*

(DE) // (BC) donc le triangle ADE est une **réduction** du triangle ABC.

I/ Réduction d'un triangle

2/ Exemple guidé



Si les points A,M,B sont alignés ainsi que A,N,C et si (MN)//(BC) alors le triangle AMN est une **réduction** du triangle ABC, de coefficient

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Remarque :

- AM, AN et MN sont les **petits côtés**
- AB, AC et BC sont les **grands côtés**

I/ Réduction d'un triangle

3/ Triangles semblables

Définition : deux triangles sont **semblables** si l'un est **une réduction de l'autre**.

Propriété : deux triangles ayant leurs **angles égaux deux à deux** sont des triangles **semblables**.

A noter : on utilise très souvent la propriété pour démontrer que deux triangles sont semblables.

II/ Application au théorème de Thalès

1/ Utilité du théorème de Thalès

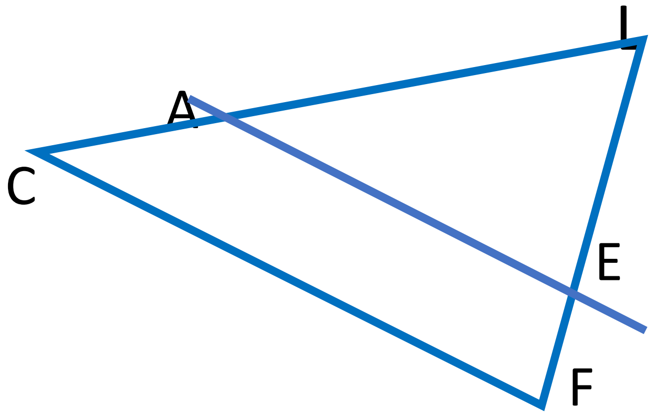
Quand on sera dans une **situation de Thalès** (il faut apprendre à reconnaître la figure et **repérer** le mot « **parallèle** » dans l'énoncé), on pourra **calculer des longueurs manquantes** à partir des longueurs connues.

Une démonstration sur YouTube :
https://www.youtube.com/watch?v=Yk1P1gNO4eE

Mots clés : théorème Thalès énoncé démonstration 2'54

II/ Application au théorème de Thalès

2/ Exemples guidés



Données :

- LC = 4 cm; AE = 1,8 cm;

FC = 2,88 cm et LE = 3 cm
- (AE) // (CF)

Calculer LF.

Données

On sait que L,E,F sont alignés ainsi que L,A,C et que (AE)//(FC) .

Application du théorème

D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{LA}{LC} = \frac{LE}{LF} = \frac{AE}{FC}$

$\frac{LA}{4} = \frac{3}{LF} = \frac{1,8}{2,88}$ *(on remplace les longueurs par leurs valeurs)*

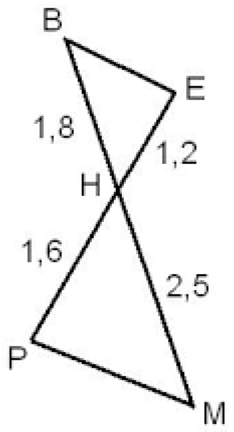
Donc $\frac{3}{LF} = \frac{1,8}{2,88}$ soit LF = $\frac{3 \text{ x } 2,88}{1,8}$ = 4,8 cm

Conclusion

Le côté LF mesure 4,8 cm.

2/ Exemples guidés

La configuration « papillon »



Données :

- PM = 2 cm (+ codage)
- (BE) // (PM)

Calculer BE.

Données

On sait que B,H,M sont alignés ainsi que E,H,P et que (BE)//(PM) .

Application du théorème

D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{\mathbf{HM}}{\mathbf{HB}} = \frac{\mathbf{HP}}{\mathbf{HE}} = \frac{\mathbf{PM}}{\mathbf{BE}}$

$\frac{\mathbf{2{,}5}}{\mathbf{1{,}8}} = \frac{\mathbf{1{,}6}}{\mathbf{1{,}2}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{BE}}$ *(on remplace les longueurs par leurs valeurs)*

Donc $\frac{\mathbf{1{,}6}}{\mathbf{1{,}2}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{BE}}$ soit BE = $\frac{\mathbf{2 \times 1{,}2}}{\mathbf{1{,}6}}$ = 1,5 cm

Conclusion

Le côté BE mesure 1,5 cm.