

Le problème de Syracuse, ou problème de Collatz, ou problème $3n + 1$, est l'une des énigmes non résolues les plus célèbres de tous les temps. Paul Erdős lui-même n'a-t-il pas déclaré que la mathématique de notre temps n'est pas prête à affronter de tels monstres ?

Soumettez « $3n + 1$ » à un moteur de recherche Internet, et vous remonterez facilement le fil jusqu'à la maudite conjecture, simple et entêtante comme un refrain populaire.

Partez d'un nombre entier, n'importe lequel, disons 38.

Ce nombre est pair, je le divise par 2 pour obtenir 19.

Ce dernier nombre est impair, je le multiplie par 3 et j'ajoute 1, je trouve ainsi $19 \times 3 + 1 = 58$.

Ce dernier nombre est pair, je le divise par 2...

Et ainsi de suite, on va de nombre en nombre avec une règle simple : chaque fois que l'on trouve un nombre pair on divise par 2, chaque fois que l'on trouve un nombre impair on multiplie par 3 et on ajoute 1.

Dans l'exemple où l'on est parti de 38, on trouvera successivement : 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1...

Bien sûr, dès que l'on tombe sur 1, on sait ce qui suit : 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, *ad calculam aeternam*.

Chaque fois, dans l'histoire de l'humanité, que l'on a fait ce calcul, on a toujours abouti à 4, 2, 1... Est-ce que cela veut dire qu'il en sera toujours ainsi, quel que soit le nombre qui sert de point de départ ?

Bien sûr, comme les nombres entiers sont en quantité infinie, on ne peut pas les essayer tous. De nos jours, avec les calculettes, calculatrices, calculateurs et supercalculateurs, on a pu en essayer des milliards et des milliards, et l'on a toujours fini par retomber sur l'implacable 4, 2, 1.

Chacun est libre d'essayer de montrer que c'est une règle générale. On pense que c'est vrai, mais on ne sait pas le prouver : c'est une conjecture. La mathématique est démocratique, et quiconque réussira à confirmer ou à infirmer cette conjecture sera salué comme un héros.

Ce n'est certes pas moi qui essaierai : outre que cela semble d'une difficulté phénoménale, ce n'est pas ma tournure d'esprit ; mon cerveau n'est pas entraîné à réfléchir à ce style de problèmes.