Chapitre 6 : Résolution d’équations

Plan du chapitre

I/ Equation du premier degré

1/ Définitions

Définition 1 : Une **équation** est une **égalité** qui comporte une ou plusieurs **inconnues**.

***Exemples* :**

- $6 + 7y = 3$ est une équation.
- $5y + 3x(6 + 7y)$ n’est pas une équation (pas d’égalité).
- $5 + 6x2 = 17$ n’est pas une équation (pas d’inconnue).

1/ Définitions

Remarque : On s'intéresse dans cette partie aux équations comportant une seule inconnue de degré 1 (pas de carré, de cube etc.)

Définition 2 : **Tester** une équation, c'est **remplacer** l'inconnue par une valeur (donnée ou pas) et **vérifier** que ses deux membres sont égaux.

Définition 3 : **Résoudre** une équation, c'est **déterminer** **toutes** les valeurs que prendre l'inconnue et qui **vérifient** l'égalité.

Définition 4 :Deux équations sont **identiques** si elles acceptent exactement les **mêmes solutions**.

1/ Définitions

***Exemples* :**

- **Tester** l'équation suivante pour y = 2 : 3y + 8 = 2(y + 5).

Pour y = 2, on a : 3x2 + 8 = 14 et 2x(2 + 5) = 14.

L'égalité est vérifiée, 2 est **une** solution de l'équation.

- **Tester** la même équation pour y = 1.

Pour y = 1, on a : 3x1 + 8 = 11 et 2x(1 + 5) = 12.

L'égalité n'est pas vérifiée, 1 n'est pas solution de l'équation.

2/ Propriétés

- Une **égalité** est conservée si on **ajoute** (ou soustrait) une **même quantité** à ses deux membres.
- Une **égalité** est conservée si on **multiplie** (ou divise) par une **même quantité non nulle** ses deux membres.

Remarque : ces propriétés sont connues sous l'appellation « propriétés de la balance ».

3/ Méthode de résolution

Résoudre l'équation $2(y - 6) + 5 = 4y + 9$

1ère étape : développer et réduire au maximum chaque membre de l'équation.

$2(y - 6) + 5 = 4y + 9$

$2y - 12 + 5 = 4y + 9$ *(on distribue le « 2 »)*

$2y - 7 = 4y + 9$ *(on réduit le premier membre)*

3/ Méthode de résolution

2ème étape : on isole le termes en « y » à gauche et les valeurs à droite. Pour cela, on utilise la première propriété de la balance. On réduit à nouveau si besoin.

$2y - 7 = 4y + 9$

$2y + \mathbf{(-4y)} - 7 = 4y + \mathbf{(-4y)} + 9$ *(on ajoute l'opposé de 4y)*

$-2y - 7 = 9$ *(on ajoute l'opposé de -7)*

$-2y - 7 \mathbf{+ 7} = 9 \mathbf{+ 7}$

$-2y = 16$ *(on réduit le second membre)*

3/ Méthode de résolution

3ème étape : on détermine la valeur de « y » en divisant l'égalité par son coefficient.

-2y = 16

$-\frac{2y}{-2} = \frac{16}{-2}$ *(le coefficient devant y valant -2, on divise tout par -2)*

y = -8

4ème étape : on conclut.

-8 est la solution de l'équation.

Remarque : tester la valeur -8 dans l'équation permet de vérifier que le résultat est juste : 2(-8 – 6) + 5 = -23 et 4 x(-8) + 9 = -23

4/ Cas particuliers

Une équation à une inconnue n'admet qu'une seule solution sauf dans ces deux cas particuliers.

Cas 1 :

Résoudre l'équation : $2y + 3 = 4 + 2y$

$2y + 3 = 4 + 2y$

$2y - 2y + 3 = 4$

$3 = 4$

Cette égalité n'est jamais vraie, l'équation n'admet alors aucune solution.

4/ Cas particuliers

Cas 2 :

Résoudre l'équation : $2y + 3 = 3 + 2y$

$2y + 3 = 3 + 2y$

$2y - 2y + 3 = 3$

$3 = 3$

Cette égalité est toujours vraie, l'équation admet alors une infinité de solutions.

II/ Equation produit nul

1/ Définition

Une **équation produit nul** est une égalité de la forme A **x** B **= 0** où A et B sont des facteurs contenant l'inconnue.

Exemples :

- (3y – 9)**x**(5 – 9y) **= 0** est une équation produit nul.
- (6 – 7y)(1 – 3y) = 0 est une équation produit nul (l'opérateur « x » est sous-entendu).
- (4 + 7y)(-3y + 3) = 1 n'est pas une équation produit nul(second membre non nul).
- (8y + 3) **+** (3 – y) = 0 n'est pas une équation produit nul (pas de produit de facteurs) mais une équation de premier degré.

II/ Equation produit nul

2/ Propriété

Règle des produits nuls : Si un produit est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Autrement dit, si A x B = 0 alors **A = 0** **ou** **B = 0**.

II/ Equation produit nul

2/ Méthode de résolution

Résoudre l'équation $4y^2 = y(1 - y)$

1ère étape : on doit se ramener à la forme d'une équation produit, c'est-à-dire $A \times B = 0$. Il faut donc la plupart du temps tout déplacer dans le premier membre et **factoriser l'expression**.

$4y^2 = y(1 - y)$

$4y^2 - y(1 - y) = 0$ *(tout est ramené dans le premier membre)*

$4yy - y(1 - y) = 0$ *(factorisation par facteur commun, ici « y »)*

$y[4y - (1 - y)] = 0$

$y(5y - 1) = 0$

3/ Méthode de résolution

2ème étape : on applique la règle des produits et on résout l'équation.

$y\ (5y - 1) = 0$

On applique la règle des produits nuls.

$y = 0$ OU $5y - 1 = 0$

$5y = 1$

$y = 1/5$

3ème étape : on conclut.

0 et 1/5 sont les solutions de l'équation.