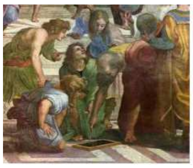

Math93.com

Devoir Surveillé n°1A
Troisième
Calcul littéral et arithmétique
Durée 1 heure - Coeff. 5
Noté sur 20 points

Exercice 1. Compléter sur cette feuille — 3.5 points

Corrigé

1. $8x+4=4(2x+1)$, $3x^2+x=x(3x+1)$, $6x^2-18x=6x(x-3)$.
2. $(1-5x)^2=1-10x+25x^2$, $(3x+1)(3x-1)=9x^2-1$, $-5x\,(x-2)=-5x^2+10x$, $(5+2x)\,(5-2x)=25-4x$.

Exercice 2. Déjà vu ? ... Fraction irréductible — 3 points

1. Décomposez les entiers 756 et 441 en produit de facteurs premiers en détaillant les calculs.
   La réponse de la calculatrice seule ne rapportera que peu de points.
2. A l'aide de la question précédente, calculer le plus grand commun diviseur de 756 et 441 en expliquant votre raisonnement.
3. Rendre alors irréductible la fraction $\dfrac{756}{441}$ en expliquant votre raisonnement.

Corrigé

1. **Décomposez les entiers 756 et 441 en produit de facteurs premiers (détaillez les calculs).**

$$\begin{aligned}756&=2\times 378\\&=2\times2\times189\\&=2\times2\times3\times63\\&=2\times2\times3\times9\times7\\756&=\underline{2^2\times3^3\times7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}441&=3\times147\\&=3\times3\times49\\441&=\underline{3^2\times7^2}\end{aligned}$$

2. **Calculer le plus grand commun diviseur de 756 et 441.**
   On va effectuer le produit des facteurs premiers communs à 441 et 756 :

$$\begin{cases}756=2^2\times\boxed{3\times3}\times3\times\boxed{7}\\441=\boxed{3\times3\times7}\times7\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}756=\boxed{63}\times12\\441=\boxed{63}\times7\end{cases}\Longrightarrow\underline{PGCD(441\,;\,756)=63}$$

3. **Rendre alors irréductible la fraction $\dfrac{756}{441}$.**
   On divise numérateur et numérateur de la fraction pour la rendre irréductible :

$$\frac{756}{441}=\frac{756\div63}{441\div63}=\boxed{\frac{12}{7}}$$

Exercice 3. 4 points

On considère l'expression $A(x)$ définie par : $A(x) = (9x+2)^2 - 49$.

1. Calculer $A(x)$ pour $x = -1$ ce que l'on notera $A(-1)$.

Corrigé

$$\begin{aligned} A(-1) &= (9\times(-1)+2)^2 - 49 \\ &= (-7)^2 - 49 \\ A(-1) &= 49 - 49 = \underline{0} \end{aligned}$$

2. Développer $A(x)$.

Corrigé

$$\begin{aligned} A(x) &= (9x+2)^2 - 49 \\ A(x) &= 81x^2 + 36x + 4 - 49 \\ A(x) &= \underline{81x^2 + 36x - 45} \end{aligned}$$

3. Factoriser $A(x)$.

Corrigé

$$\begin{aligned} A(x) &= (9x+2)^2 - 49 \\ A(x) &= (9x+2)^2 - 7^2 \\ A(x) &= \Big(9x+2-7\Big)\Big(9x+2+7\Big) \\ A(x) &= \underline{\Big(9x-5\Big)\Big(9x+9\Big)} = \underline{9(9x-5)(x+1)} \end{aligned}$$

Exercice 4. Dans un triangle rectangle 3 points

Soit ABC un triangle rectangle en A. On désigne par x un nombre positif et on a :

$$BC = x+7\,;\ AB = x+2$$

1. Prouver que : $AC^2 = 10x + 45$.
2. Si $x = 5$, donner les <u>dimensions</u> du triangle ABC ainsi que <u>son aire</u>. On suppose les mesures données en cm.

Corrigé

1. **Prouver que : $AC^2 = 10x + 45$.**
   Le triangle ABC est un triangle rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AC^2 &= BC^2 - AB^2 \\ AC^2 &= (x+7)^2 - (x+2)^2 \\ AC^2 &= x^2 + 14x + 49 - \Big(x^2 + 4x + 4\Big) \\ AC^2 &= x^2 + 14x + 49 - x^2 - 4x - 4 \\ AC^2 &= \underline{10x + 45} \end{aligned}$$

2. **Donner les dimensions du triangle ABC si $x = 5$ ainsi que son aire. On suppose les mesures données en cm.**
   Si $x = 5$ on a (attention aux unités) :

$$\begin{cases} AB = 7 \text{ cm} \\ BC = 12 \text{ cm} \\ AC = \sqrt{10 \times 5 + 45} = \sqrt{95} \text{ cm} \end{cases} \Longrightarrow \mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{7 \times \sqrt{95}}{2} \text{ cm}^2$$

Exercice 5. Programme et arithmétique 6.5 points

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 5
- Ajouter 10
- Multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre -1, ce programme donne 10 comme résultat final.

Corrigé

- Choisir un nombre	:	-1
- Multiplier ce nombre par 5	:	$(-1) \times 5 = -5$
- Ajouter 10	:	$-5 + 10 = 5$
- Multiplier le résultat par 2	:	$5 \times 2 = 10$
Résultat	:	10

2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Corrigé

On va effectuer le programme à l'envers :

- Résultat	:	30
- On divise par 2	:	$30 \div 2 = 15$
- Enlever 10	:	$15 - 10 = 5$
- Diviser par 5	:	$5 \div 5 = 1$
Nombre de départ	:	1

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

3. Montrer que l'expression $A = 2(5x + 10)$ donne le résultat du programme précédent pour un nombre x donné.

Corrigé

- Choisir un nombre	:	x
- Multiplier ce nombre par 5	:	$x \times 5 = 5x$
- Ajouter 10	:	$5x + 10$
- Multiplier le résultat par 2	:	$(5x + 10) \times 2$
Résultat	:	$2(5x + 10)$

4. On pose $B = (x+5)^2 - (x^2+5)$. Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x.

Corrigé

On peut développer les deux expression et montrer qu'elle sont égales.

- D'une part :
$$A = 2(5x+10) = \underline{10x+20}$$
- D'autre part :
$$B = (x+5)^2 - (x^2+5) = x^2 + 10x + 25 - x^2 - 5 = \underline{10x+20}$$
- Les deux expression sont donc identiques.

5. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

Affirmation 1

Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x.

Corrigé

Donc par exemple par $x = -3$, le résultat du programme est :
$$10x + 20 = 10 \times (-3) + 20 = \underline{-10 < 0}$$
L'affirmation est fausse.

Affirmation 2

Si le nombre x choisi est un nombre entier naturel, le résultat obtenu est un multiple de 10.

Corrigé

On a vu que le résultat s'exprime sous la forme $10x+20$ soit en factorisant, on obtient pour x entier naturel :
$$10x + 20 = 10 \times \underbrace{(x+2)}_{\in \mathbb{N}}$$
Le résultat obtenu est un multiple de 10 puisqu'il s'exprime sous la forme $10 \times (x+2)$ avec $(x+2)$ un nombre entier puisque x est un entier naturel.

Fin du devoir

Corrigé

Bonus

$A = x^2 - 4x + 4 - (7x-3)(3x-6) = (x-2)^2 - 3(7x-3)(x-2) = \underline{(x-2)(-20x+7)}$