DNB.Blanc.Déc.2020.Corrigé

Exercice 1 :

1/ On cherche le pourcentage de réduction de l'article qui passe de 80 € à 60 €. Il s'agit donc de chercher la réduction en euros si le prix initial était de 100 €.

Prix initial (€)	*80*	*100*
Réduction (€)	*20*	*P*

La réduction est de 80 € – 60 € soit 20 €.

P = 100 x 20 / 80 soit P = 25.

La réduction est de 25%.

***Remarque** : le tableau de proportionnalité permet de résoudre TOUS les problèmes de pourcentage.*

2/ On divise 2048 par 2 jusqu'à obtenir 1.

2048 : 2 = 1024
1024 : 2 = 512
512 : 2 = 256
256 : 2 = 128
128 : 2 = 64
64 : 2 = 32
32 : 2 = 16
16 : 2 = 8
8 : 2 = 4
4 : 2 = 2
2 : 2 = 1

On a divisé 2048 par 2 onze fois successivement donc 2048 = 2^{11}.

***Remarque** : A l'aide de la touche « decomp » de la calculatrice, on trouve directement que 2048 = 2^{11}.*

3/ On développe $(2x – 1)^2$.

***Deux possibilités** de développement :*

Par l'identité remarquable $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$

$$(2x-1)^2 = (2x)^2 - 2\times 2x \times 1 + 1^2$$
$$(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

Par la double distributivité

$$(2x-1)^2 = (2x-1)(2x-1)$$
$$(2x-1)^2 = 2x \times 2x + 2x \times (-1) + (-1)\times 2x + (-1)\times(-1)$$
$$(2x-1)^2 = 4x^2 - 2x - 2x + 1$$
$$(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

Jules a donc tort.

***Remarque** : trouver un contre-exemple suffit pour affirmer que Jules a tort.*
On choisit x = 0 (par exemple).
$(2x-1)^2 = (2\times 0 - 1)^2 = 1$ *mais* $4x^2 - 4x - 1 = 4\times 0^2 - 4\times 0 - 1 = -1$.
$1 \neq -1$ *donc Jules a tort.*

Exercice 2 :

a) Il reste environ 5000 bactéries au bout de 3 heures.
b) A bout d'environ 2 heures, il reste 6000 bactéries.
c) Si au moins 80% des bactéries sont éliminées, alors sur les 10000 bactéries de départ, il ne doit en rester que 2000 au maximum. Or, au bout de 5 heures, il en reste plus de 2000 d'après le graphique : l'antibiotique n'est pas efficace.

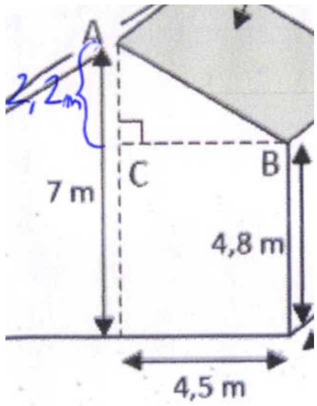
Exercice 3 :

1/ D'après le tableau, le prix du kWh en centimes d'euros est de 13,95 pour une centrale solaire de type B, d'une puissance de 28 kW et installée en mai 2015.

Le prix d'achat P de 31 420 kWh est de $P = 31420 \times 13,95$ soit $P = 438309$ centimes d'euros donc bien environ 4383 €.

2/a)

On a $AC = 7 - 4,8 = 2,2$ m.



Dans le triangle ABC rectangle en C, on a, d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2 = AC^2 + BC^2$
$AB^2 = 2,2^2 + 4,5^2$
$AB^2 = 25,09$
$AB = \sqrt{25,09}$
$AB \approx 5$.

AB mesure bien environ 5 mètres.

b) On considère que AB mesure 5 mètres.
La surface $S_{(Pan\text{-}Sud)}$ du pan sud du toit est donnée par la relation suivante :
$S_{(Pan\text{-}Sud)} = AB \times 7,5$ soit $S_{(Pan\text{-}Sud)} = 37,5$ m²

La surface totale couverte par 20 panneaux solaires de 1 mètre carré chacun (puisqu'il s'agit de carrés de 1 mètre de côté) est de 20 m².

Surface du toit (m²)	37,5	100
Surface des panneaux (m²)	20	S

$S = 100 \times 20 / 37,5 \approx 53$.

La surface couverte par les panneaux solaires est de 53% (à 1% près).

c) D'après la notice, le propriétaire peut poser des panneaux sur $7,5 - 2 \times 0,3$ soit 6,9 mètres de long et $5 - 2 \times 0,3$ soit 4,4 mètres de large.
Il peut donc poser 4 rangées de 5 panneaux chacune donc les 20 panneaux souhaités.

<u>Remarque</u> : attention à ne pas raisonner comme à la question précédente avec les surfaces toit : panneaux. En effet, un rectangle de longueur 100 mètres et de largeur 0,9 mètre ne permet de poser aucun panneau même son aire est de 90 mètres carrés !

Exercice 4 :

1/ On calcule l'aire notée $A_{(PAS)}$ du triangle PAS rectangle en A.

$A_{(PAS)} = PA \times AS / 2 = 30 \times 18 / 2$ soit $A_{(PAS)} = 270$ m²

Un sac de gazon couvrant 140 m², il en faut deux pour couvrir la zone de jeux pour enfants. Un sac coûtant 13,90 €, il faudra donc payer $13,90 \times 2$ soit 27,80 €.

2/ L'aire du skate-park notée $A_{(skate\text{-}park)}$ peut être définie par la relation suivante $A_{(skate\text{-}park)} = A_{(PRC)} - A_{(PAS)}$. Il faut donc calculer la longueur RC manquante puisque $A_{(PRC)} = PR \times RC / 2$.

<u>Remarque</u> : on peut tout à fait utiliser la formule de l'aire d'un trapèze (ici ASCR) mais celle-ci n'est pas au programme du collège. Il faudra bien sûr quand même calculer la longueur RC.

Calcul de RC :

D'après le codage de la figure, on sait que (AS) ⊥ (PR) et que (RC) ⊥ (PR) donc (AS) // (RC).
On a aussi PR = PA + AR = 30 + 10 = 40.

Les points P,A et R sont alignés ainsi que les points P,S et C. D'autre part, (AS) // (RC).
D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{PA}{PR} = \frac{PS}{PC} = \frac{AS}{RC}$
En remplaçant par les valeurs, on obtient $\frac{30}{40} = \frac{PS}{PC} = \frac{18}{RC}$
On en déduit que RC = 18 x 40 / 30 soit RC = 24 mètres.

Calcul de l'aire du skate-park

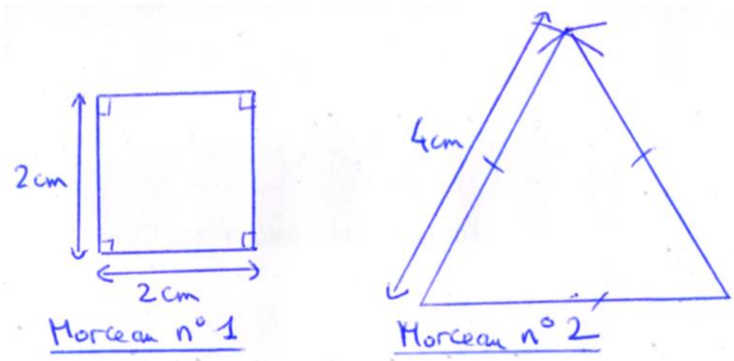
On sait que $A_{(skate\text{-}park)} = A_{(PRC)} - A_{(PAS)}$ ***avec*** $A_{(PAS)} = 270$ ***m² et*** $A_{(PRC)} = PR \times RC / 2$

On a alors :
$A_{(skate\text{-}park)} = PR \times RC / 2 - 270$
$A_{(skate\text{-}park)} = 40 \times 24 / 2 - 270$
$A_{(skate\text{-}park)} = 210$

L'aire du skate-park est de 210 mètres carrés.

Exercice 5 :
Partie I

1/ Si le morceau n°1 mesure 8 cm alors le morceau n°2 mesure 12 cm.
Chaque morceau représentant le périmètre de la figure, il convient d'en déduire la longueur de chaque côté des figures à tracer.
Morceau °1 / 8 cm : carré donc chaque côté mesure 2 cm.
Morceau n°2 / 12 cm : triangle équilatéral donc chaque côté mesure 4 cm.



A noter : Les longueurs mesurées peuvent être modifiées du fait de la numérisation.

2/ L'aire du carré est donnée par la formule (longueur du côté)² soit ici 2 x 2 donc 4 cm².

3/ Pour estimer l'aire du triangle équilatéral, il faut mesurer la longueur d'une de ses hauteurs. On applique ensuite le formule donnant son aire (notée A) soit A = hauteur x base / 2.

En mesurant, on trouve que la hauteur vaut environ 3,5 cm.

A = hauteur x base /2
A = 3,5 x 4 / 2
A = 7

L'aire du triangle équilatéral est d'environ 7 cm².

__Partie II__

1/ On note m le longueur du morceau n°1. La longueur d'un côté du carré vaut donc m/4.
On en déduit que l'aire de ce carré vaut (m/4)².

2/a) Par lecture graphique, on en déduit que la longueur du morceau n°1 est d'environ 1,8 cm².

b) Le point d'intersection des deux courbes donne la longueur du morceau n°1 pour laquelle les aires des deux figures sont égales soit environ 9,3 cm.

__Remarque__ : les valeurs lues sur un graphique sont toujours approchées.

__Exercice 6__ :

1/ A la calculatrice, on obtient :

$110 = 2 \times 5 \times 11$ et $88 = 2^3 \times 11$.

2/ Il faut trouver le plus grand diviseur commun des nombres 110 et 88. D'après la question précédente, on a

$110 = \underline{2} \times 5 \times \underline{11} = 22 \times \underline{5}$
$88 = 2^3 \times 11 = \underline{2} \times 2 \times 2 \times \underline{11} = 22 \times \underline{4}$

Les plus grands carreaux carrés possibles auront une longueur maximale de 22 centimètres.

3/ D'après la question précédent, il y aura 5 carreaux par rangées et 4 rangées en tout soit en tout 20 carreaux.

__Exercice 7__ :

1/

Il s'agit de proportionnalité classique.

Léo a besoin de 1,26 kg de sucre.

__Remarque__ : bien respecter les unités pour éviter des erreurs.

Masse de fraises (kg)	1	1,8
Masse de sucre (kg)	0,7	S

$S = 1,8 \times 0,7 / 1 = 1,26$ kg

2/ __Calcul de la contenance d'un pot de confiture__

Il s'agit du volume d'un cylindre de rayon 3 cm (un demi-diamètre), de 11 cm de haut (attention au centimètre non rempli). En appliquant la formule fournie, on trouve que ce volume, noté V, vaut :

$V = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur} = \pi \times 3^2 \times 11$ soit $V \approx 311\ cm^3$ donc $V \approx 0,311$ litre.

Il s'agit de proportionnalité classique.

Léo pourra remplir 8 pots complètement et un neuvième partiellement.

Volume de confiture (l)	0,311	2,7
Nombre de pots	1	C

$C = 2,7 \times 1 / 0,311 \approx 8,68$

3/ a) Pour obtenir la longueur de l'étiquette, on calcule la circonférence du cercle -notée C- dessiné par le couvercle du pot de peinture.

c = 2 x π x rayon donc C ≈ 18,8. On obtient bien la valeur attendue.

b) L'étiquette est un rectangle de longueur 18,8/3 (environ 6,3 cm) et de largeur 12/3 (4 cm).