Chapitre 1 : Calcul littéral (P.1)

Plan du chapitre

I/ Développement

1/ Définitions

Définition 1 **Développer** une expression littérale, c'est transformer un produit en une somme. **Autrement dit, c'est supprimer les parenthèses.**

***Exemples* :**

- $3y^2 + 6 + 7y$ est bien une expression développée.
- $5y + 3x(6 + 7y)$ n'est pas une expression développée car on peut transformer un produit en somme.

1/ Définitions

Définition 2 **Réduire** une expression littérale, c'est la rendre la plus concise possible en regroupant les termes qui se ressemblent.

Exemples **:**

- $3y^2 + 9 + 4y$ est bien une expression réduite.
- $4y + 6y^2 - 9 + y^2$ n'est pas une expression réduite (on peut regrouper $6y^2$ et y^2).

1/ Définitions

Définition 3 **Ordonner** une expression littérale, c'est l'écrire dans le sens des exposants décroissants.

***Exemples* :**

- $3y^2 + 9y + 4$ est bien une expression ordonnée.
- $4y + 6y^2 - 9$ n'est pas une expression ordonnée.

1/ Définitions

Propriété   **L'opposé d'une somme algébrique** est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

***Exemples* :**

- $-(6 - 4y) = -6 + 4y$
- $-(3y + 9y^2 - 7) = -3y - 9y^2 + 7$

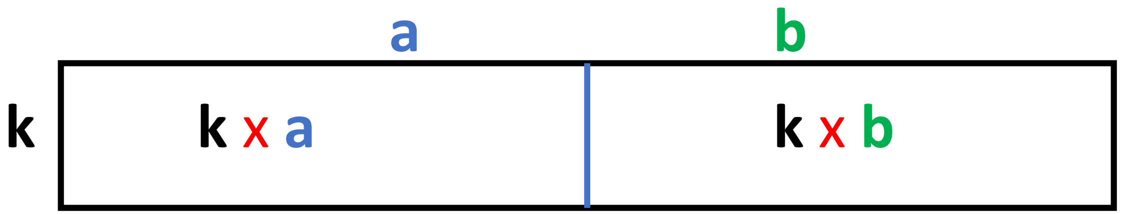
I/ Développement

2/ Distributivité simple

Propriété Pour tous nombres relatifs k, a et b on a :

$$\mathbf{k \times (a + b) = k \times a + k \times b}$$

Sous forme d'aires



2/ Distributivité simple

Exemples :

- $4\ (7y - 9) = 4 \times 7y + 4 \times (-9) = 28y - 36$
- $-7y\ (5 - y) = -7y \times 5 + (-7y) \times (-y) = -35y + 7y^2 = 7y^2 - 35y$

Sous forme d'aires

	7y	**-9**
4	**4** x **7y** = 28y	**4** x **(-9)** = -36

	5	**-y**
-7y	**-7y** x **5** = -35y	**-7y** x **(-y)** = $7y^2$

I/ Développement

3/ Double distributivité

Propriété Pour tous nombres relatifs a , b , c et d on a :

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Sous forme d'aires

	c	d
a	$a \times c$	$a \times d$
b	$b \times c$	$b \times d$

3/ Double distributivité

Exemple :

- $(8 + 3y)\,(7y - 9) = 8x7y + 8x(-9) + 3yx7y + 3yx(-9) = 56y - 72 \;\; +21y^2 - 27y$

Sous forme d'aires

	7y	-9
8	8 x 7y = 56y	8 x (-9) = -72
3y	3y x 7y = $21y^2$	3y x (-9) = -27y

On obtient alors $(8 + 3y)\,(7y - 9) = 21y^2 + 29y - 72$

I/ Développement

4/ Identités remarquables

Propriété Pour tous nombres relatifs a et b on a :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

4/ Identités remarquables

Démonstration

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$

$(a + b)^2 = a^2 + ab + \mathbf{ba} + b^2$

$(a + b)^2 = a^2 + ab + \mathbf{ab} + b^2$ (la multiplication est commutative)

$\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

4/ Identités remarquables

Démonstration

$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$

$(a + b)^2 = a^2 - ab - \mathbf{ba} + (-b) \times (-b)$

$(a + b)^2 = a^2 - ab - \mathbf{ab} + b^2$ (la multiplication est commutative)

$\mathbf{(a + b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

Remarque : on aurait pu changer « b » en « -b » dans $(a + b)^2$.

4/ Identités remarquables

Démonstration

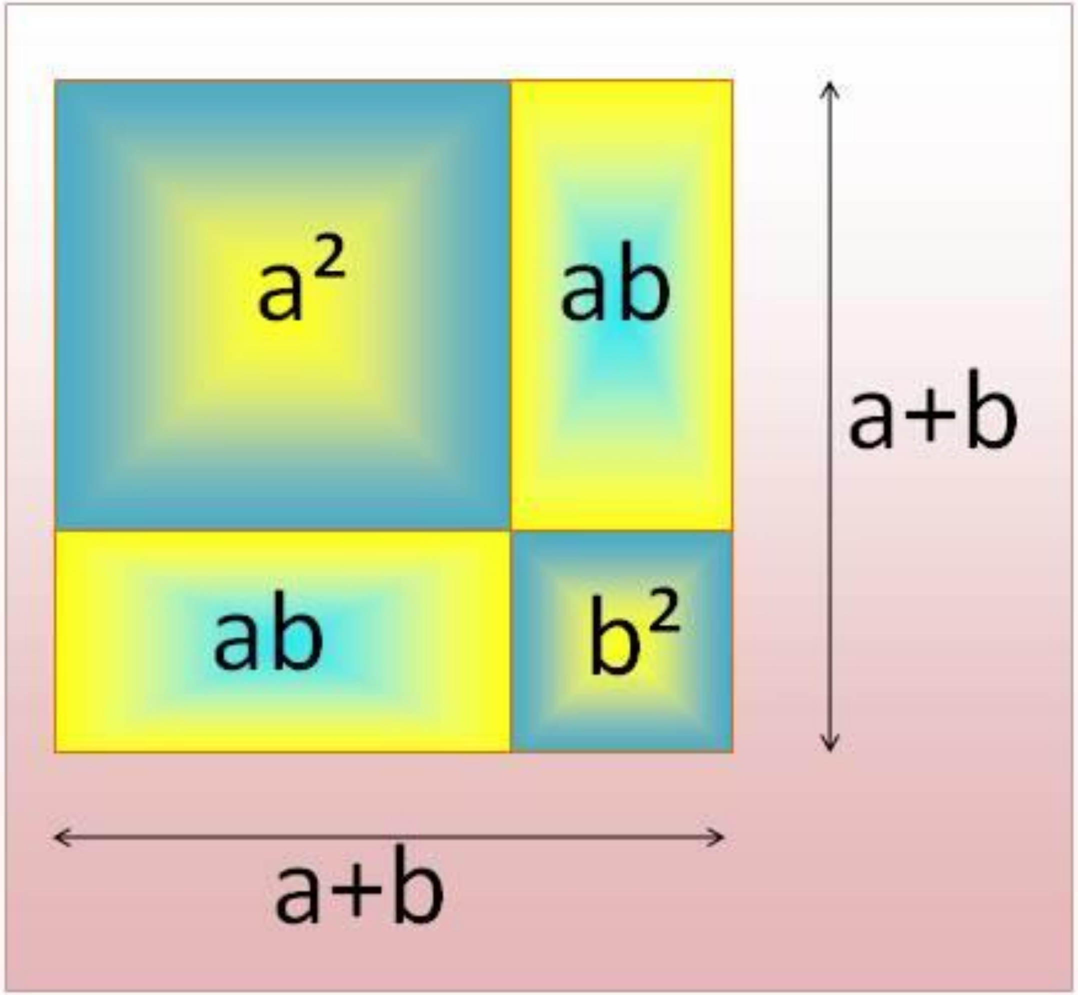
$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba + b \times (-b)$

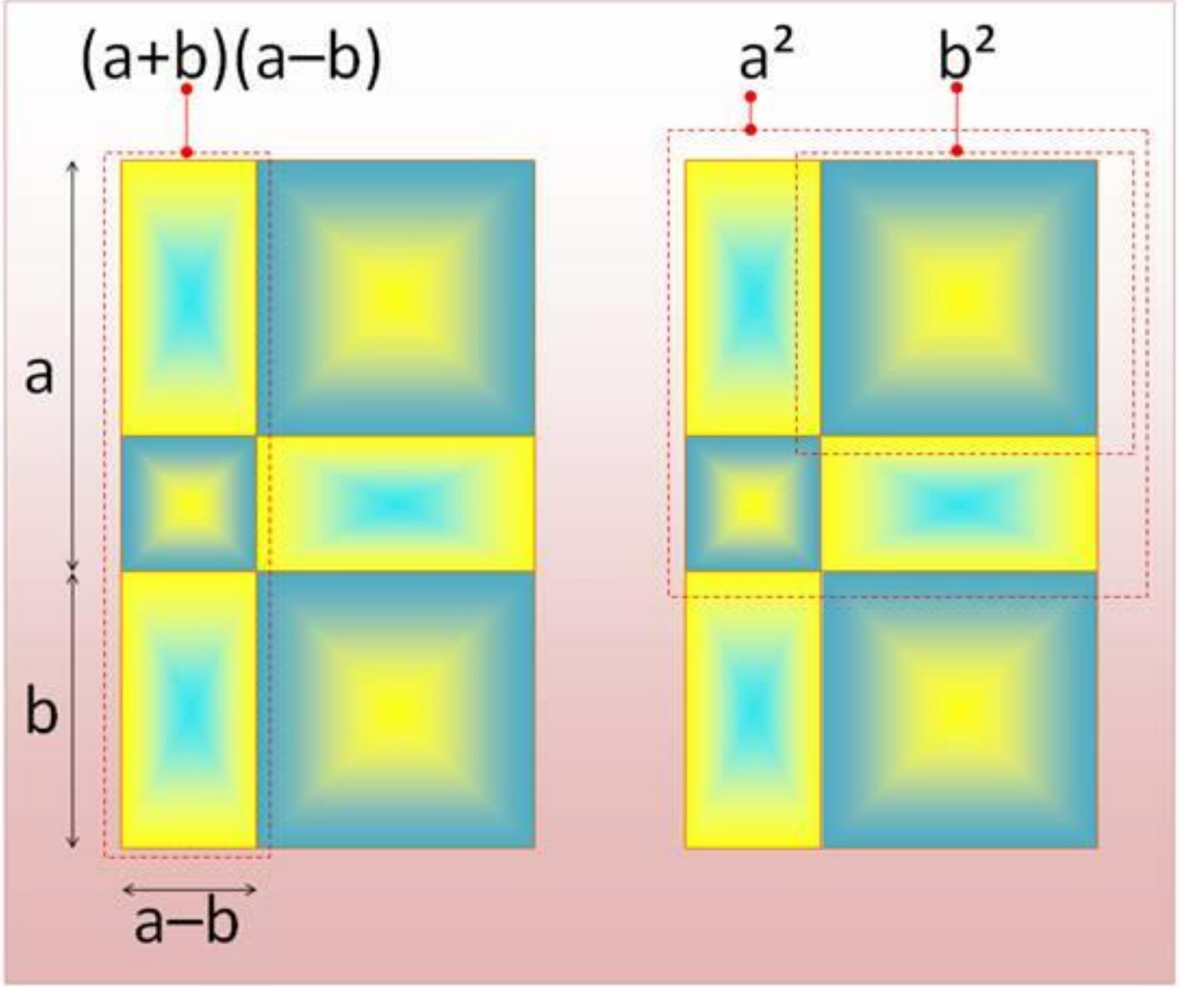
$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + \mathbf{ab} - b^2$ (la multiplication est commutative)

$\mathbf{(a + b)(a - b) = a^2 - b^2}$

Démonstration par les aires

http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Identite/Ident.htm





4/ Identités remarquables

Exemples

Développer les expressions suivantes :

- $(3y + 6)^2$
- $(8 - 2y)^2$
- $(7y + 6)(7y - 6)$

$(3y + 6)^2 = (3y)^2 + 2x(3y)x6 + 6^2 = \mathbf{9y^2 + 36y + 36}$

$(8 - 2y)^2 = 8^2 - 2x8x(2y) + (2y)^2 = 64 - 32y + 4y^2 = \mathbf{4y^2 - 32y + 64}$

$(7y + 6)(7y - 6) = (7y)^2 - 6^2 = \mathbf{49y^2} - \mathbf{36}$