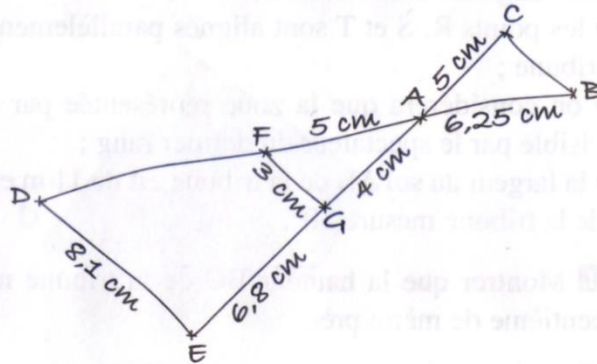


Chap.4 Synthèse

Exercice 1 :

Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessous a été faite à main levée.

Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C. De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.



1 Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.

2 Calculer la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].

3 Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

Source : DNB, France métropolitaine, 2017

Exercice 2 :

1 a. Tracer un triangle CDE rectangle en D tel que $CD = 6$ cm et $DE = 3,2$ cm.

b. Calculer CE.

2 a. Placer le point F sur [CD] tel que $CF = 2,4$ cm.

b. Placer le point G sur [CE] tel que $CG = 2,7$ cm.

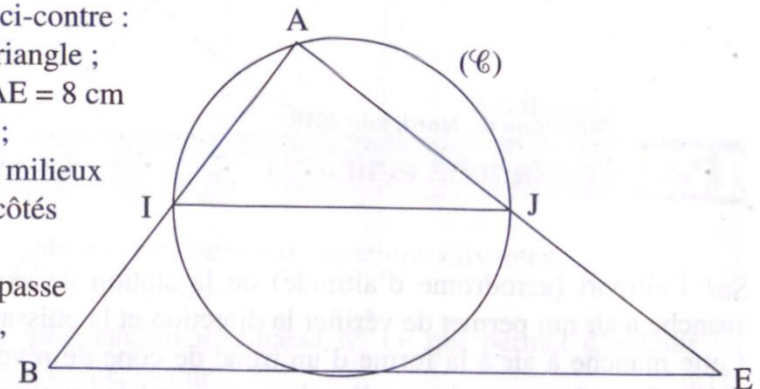
c. Les droites (FG) et (DE) sont-elles parallèles ?

Source : DNB, Polynésie, 2017

Exercice 3 :

Dans la figure ci-contre :

- ABE est un triangle ;
- $AB = 6$ cm, $AE = 8$ cm et $BE = 10$ cm ;
- I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AE] ;
- le cercle (\mathcal{C}) passe par les points I, J et A.



La figure n'est pas à l'échelle.

1 Peut-on affirmer que les droites (IJ) et (BE) sont parallèles ?

Source : DNB, 2016

Corrigé des exercices de synthèse

Exercice 1 :

1/ Dans le triangle AFG, on calcule :

$$AF^2 = 5^2 = 25 \text{ et}$$

$$FG^2 + AG^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

On en déduit que $AF^2 = FG^2 + AG^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AFG est rectangle en G.

2/ D'après la question précédente, $(FG) \perp (AG)$ donc $(FG) \perp (AE)$ car les points A,G,E sont alignés.

Or, $(DE) \parallel (FG)$ donc $(DE) \perp (AE)$ et le triangle AED est rectangle en E.

Dans ce triangle, on a, d'après le théorème de Pythagore :

$$AD^2 = DE^2 + AE^2$$

$$AD^2 = 8,1^2 + 10,8^2 \quad (AE = AG + GE)$$

$$AD^2 = 182,25 \text{ soit } AD = \sqrt{182,25} = 13,5. \text{ AD mesure 13,5 cm.}$$

Remarque : on aurait pu utiliser le théorème de Thalès également.

3/ Les points F,A,G -respectivement G,A,C- sont alignés dans cet ordre.

On calcule :

$$\frac{AB}{AF} = \frac{6,25}{5} \text{ et } \frac{AC}{AG} = \frac{5}{4}. \text{ On vérifie si les produits en croix sont égaux : } 4 \times 6,25 = 25 \text{ et } 5 \times 5 = 25.$$

On a donc l'égalité des rapports précédents.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, $(FG) \parallel (BC)$.

Exercice 2

La figure ne posant pas de difficulté, elle ne sera pas tracée dans ce corrigé (mais il faut la faire !).

1/ Dans le triangle CDE rectangle en D, on a, d'après le théorème de Pythagore :

$$CE^2 = CD^2 + DE^2$$

$$CE^2 = 6^2 + 3,2^2$$

$$CE^2 = 46,24 \text{ soit } CE = \sqrt{46,24} = 6,8. \text{ CE mesure 6,8 cm.}$$

2/ Les points C,F,D -respectivement C,G,E- sont alignés dans cet ordre.

On calcule :

$$\frac{CF}{CD} = \frac{2,4}{6} \text{ et } \frac{CG}{CE} = \frac{2,7}{6,8}. \text{ On vérifie si les produits en croix sont égaux : } 6 \times 2,7 = 16,2 \text{ et } 5 \times 5 = 16,32.$$

$16,2 \neq 16,32$ donc les rapports sont différents.

Les droites (FG) et (DE) sont sécantes car si elles étaient parallèles, on aurait, d'après le théorème de Thalès, l'égalité des rapports.

Exercice 3 :

Les points A,I,B -respectivement A,J,E- sont alignés dans cet ordre.

Le point I étant le milieu du segment [AB], on a la relation $AI = 0,5 \times AB$. Même raisonnement pour le point J et le segment [AE], on a $AJ = 0,5 \times AE$.

On a donc bien $AI/AB = AJ/AE$.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, $(IJ) \parallel (BE)$.

Remarque : il s'agit ici d'une illustration du théorème des milieux (dans un triangle, si une droite passe par le milieu de deux de ses côtés, alors elle est parallèle à son troisième côté) : c'est un cas particulier de la réciproque du théorème de Thalès.