# 📘 Fiche d'exercices — Racines carrées (Seconde)

## 🧩 Exercice 1 — Écriture sans radical

En détaillant, donner une écriture **sans radical** (√) :

$A = -(\sqrt{19})^2$

$B = \sqrt{32} \times \sqrt{2}$

$C = \dfrac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}}$

$D = \sqrt{36 + 64}$

## 🧠 Exercice 2 — Extraire un carré parfait

Modèle :

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4}\,\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

**Simplifier les écritures suivantes :**

- $\sqrt{20}$
- $\sqrt{27}$
- $\sqrt{32}$
- $\sqrt{50}$
- $\sqrt{40}$
- $\sqrt{200}$
- $\sqrt{75}$
- $\sqrt{72}$
- $\sqrt{490}$
- $\sqrt{242}$

## 📝 Exercice 3 — Simplifications

Écrire sous la forme $a + b\sqrt{c}$ :

$E_1 = \sqrt{8} - 2\sqrt{18} + \sqrt{32}$

$E_2 = \sqrt{40} - 2\sqrt{90} + 3\sqrt{160}$

$E_3 = \sqrt{75} - 2\sqrt{27} + 2\sqrt{48}$

## ⚠️ Exercice 4 — Simplifications

$H_1 = \sqrt{81} - 49$

$H_2 = \sqrt{300} + 4\sqrt{5}\sqrt{15}$

$H_3 = \dfrac{\sqrt{80}}{3\sqrt{45}}$

## 🧮 Exercice 5 — Développements

$J_1 = \sqrt{15}(3 - \sqrt{15}) - (\sqrt{15} + 5)$

$J_2 = (\sqrt{3} - 2\sqrt{5})^2$

$J_3 = (3\sqrt{2} - 5)(3\sqrt{2} + 5)$

## 📐 Exercice 6 — Théorème de Pythagore

On considère le triangle $KLM$ avec :

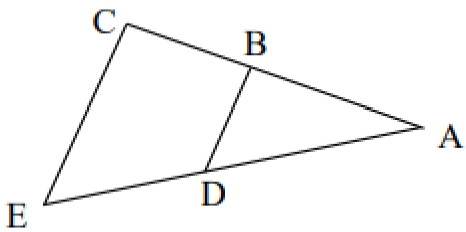
$$KL = 2\sqrt{11}\,\text{cm}, \quad LM = \sqrt{154}\,\text{cm}, \quad KM = 3\sqrt{22}\,\text{cm}$$

1. Démontrer que le triangle est rectangle.
2. Calculer son aire et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{14}\,\text{cm}^2$.

## 📏 Exercice 7 — Théorème de Thalès

$AB = 6$, $BC = 3$, $AE = \sqrt{45}$ (en cm).

Les droites $(BD)$ et $(CE)$ sont parallèles, (BC) et (DE) sont sécantes en A. Calculer $AD$ et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{5}$.




## 🔢 Exercice 8 — Calculs de valeurs

**1)** $A(x) = 3x^2 - 2x + 1$. Calculer pour : $\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

**2)** $B(x) = (3x-1)^2 - (x+2)^2$.
a) Calculer $B(\sqrt{5})$ sous la forme $a + b\sqrt{5}$.
b) Factoriser $B(x)$ puis refaire le calcul.

## Exercice 9 — Quantité conjuguée

En supprimant les racines carrées au dénominateur, montrer les égalités :

$$A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} = -1+\sqrt{2}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{6}-2} = \frac{\sqrt{6}}{2}+1$$

$$D = \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = -\sqrt{2}+\sqrt{5}$$

$$E = \frac{-3}{\sqrt{5}-\sqrt{7}} = \frac{3}{2}(\sqrt{5}+\sqrt{7})$$

$$F = \frac{97}{10+\sqrt{3}} = 10-\sqrt{3}$$

$$G = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$H = \frac{-1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = 3+2\sqrt{2}$$

# Corrigé détaillé

## Exercice 1

**A.** $A = -(\sqrt{19})^2 = -19$

**B.** $B = \sqrt{32}\,\sqrt{2} = \sqrt{32 \times 2} = \sqrt{64} = 8$

**C.** $C = \dfrac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} = \dfrac{11}{12}$

**D.** $D = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

## Exercice 2

On cherche un carré parfait dans le nombre sous la racine puis on utilise $\sqrt{uv} = \sqrt{u}\,\sqrt{v}$.

**1)** $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4}\,\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

**2)** $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9}\,\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

**3)** $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16}\,\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

**4)** $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25}\,\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

**5)** $\sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = \sqrt{4}\,\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$

**6)** $\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = \sqrt{100}\,\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

**7)** $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25}\,\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

**8)** $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36}\,\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

**9)** $\sqrt{490} = \sqrt{49 \times 10} = \sqrt{49}\,\sqrt{10} = 7\sqrt{10}$

**10)** $\sqrt{242} = \sqrt{121 \times 2} = \sqrt{121}\,\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$

## 📝 Exercice 3

### $E_1$

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$E_1 = 2\sqrt{2} - 2 \times 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (2 - 6 + 4)\sqrt{2} = 0$

### $E_2$

$\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$, $\sqrt{90} = 3\sqrt{10}$, $\sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

$E_2 = 2\sqrt{10} - 2 \times 3\sqrt{10} + 3 \times 4\sqrt{10} = (2 - 6 + 12)\sqrt{10} = 8\sqrt{10}$

### $E_3$

$\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$, $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$, $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$E_3 = 5\sqrt{3} - 2 \times 3\sqrt{3} + 2 \times 4\sqrt{3} = (5 - 6 + 8)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

## ⚠️ Exercice 4

### $H_1$

$H_1 = \sqrt{81} - 49 = 9 - 49 = -40$

### $H_2$

$\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = 10\sqrt{3}$

$4\sqrt{5}\sqrt{15} = 4\sqrt{75} = 4\sqrt{25 \times 3} = 20\sqrt{3}$

$H_2 = 10\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$

### $H_3$

$\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ et $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$$H_3 = \frac{4\sqrt{5}}{3 \times 3\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{9\sqrt{5}} = \frac{4}{9}$$

## Exercice 5

### $J_1$

$J_1 = \sqrt{15}(3-\sqrt{15}) - (\sqrt{15}+5)$
$= 3\sqrt{15} - (\sqrt{15})^2 - \sqrt{15} - 5 = 2\sqrt{15} - 20$

### $J_2$

$(\sqrt{3}-2\sqrt{5})^2 = 3 - 4\sqrt{15} + 20 = 23 - 4\sqrt{15}$

### $J_3$

$(3\sqrt{2}-5)(3\sqrt{2}+5) = (3\sqrt{2})^2 - 5^2 = 18 - 25 = -7$

## Exercice 6

### 1) Triangle rectangle ?

$KL^2 = (2\sqrt{11})^2 = 44$

$LM^2 = (\sqrt{154})^2 = 154$

$KM^2 = (3\sqrt{22})^2 = 198$

$KL^2 + LM^2 = 44 + 154 = 198 = KM^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle KLM est rectangle en $L$.

### 2) Calcul de l'aire

$\mathcal{A} = \dfrac{KL \times LM}{2} = \dfrac{2\sqrt{11}\sqrt{154}}{2} = \sqrt{1694}$

$1694 = 121 \times 14 \Rightarrow \mathcal{A} = \sqrt{121 \times 14} = 11\sqrt{14}\,\mathrm{cm}^2$

## Exercice 7

$AC = AB + BC = 6 + 3 = 9$

On sait que (BD) // (CE) et que les points A,B,C -respectivement A,D,E sont alignés, d'après le théorème de Thalès : $\dfrac{AD}{AE} = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AD = AE \times \dfrac{AB}{AC}$

$AD = \sqrt{45} \times \dfrac{6}{9} = \sqrt{45} \times \dfrac{2}{3}$

$\sqrt{45} = 3\sqrt{5} \Rightarrow AD = 3\sqrt{5} \times \dfrac{2}{3} = 2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

## 🔢 Exercice 8

### 1) Valeurs de $A(x)$

$A(\sqrt{2}) = 3 \times 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 7 - 2\sqrt{2}$

$A(3\sqrt{2}) = 3 \times 18 - 6\sqrt{2} + 1 = 55 - 6\sqrt{2}$

$A(-\sqrt{2}) = 7 + 2\sqrt{2}$ ≈ 9.828

$A\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{5}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$A\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{5}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}$

### 2) Calcul de $B(\sqrt{5})$

$B(x) = (3x-1)^2 - (x+2)^2$

$= (3x - 1 - (x+2))(3x - 1 + (x+2))$ (différence de deux carrés)

$= (2x-3)(4x+1)$

$B(\sqrt{5}) = (2\sqrt{5} - 3)(4\sqrt{5} + 1) = 37 - 10\sqrt{5}$

## Exercice 9

Principe : multiplier numérateur et dénominateur par la quantité conjuguée du dénominateur.

### A

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} = -1+\sqrt{2}$$

### B

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

### C

$$\frac{1}{\sqrt{6}-2} \times \frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}+2} = \frac{\sqrt{6}+2}{6-4} = \frac{\sqrt{6}}{2}+1$$

### D

$$\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{5-2} = \sqrt{5}-\sqrt{2}$$

### E

$$\frac{-3}{\sqrt{5}-\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{-3(\sqrt{5}+\sqrt{7})}{5-7} = \frac{3}{2}(\sqrt{5}+\sqrt{7})$$

### F

$$\frac{97}{10+\sqrt{3}} \times \frac{10-\sqrt{3}}{10-\sqrt{3}} = \frac{97(10-\sqrt{3})}{100-3} = 10-\sqrt{3}$$

### G

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

### H

$$\frac{-1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{(-1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}{1-2}$$

$$(-1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) = -1-2\sqrt{2}-2 = -3-2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-3-2\sqrt{2}}{-1} = 3+2\sqrt{2}$$