

# Fiche 1 — Développement et factorisation

## I. Exercices

### Exercice 1 – Calcul de valeurs :

Compléter les tableaux de valeurs pour les expressions suivantes :

$$A(x) = -2x^2 + 3x - 1 \quad ; \quad B(x) = (1 - 2x)(3 - 4x)$$

#### Valeurs de A(x)

<b>x</b>	-2	-1	0	$\frac{2}{3}$	1	2
<b>A(x)</b>	...	...	...	...	...	...

#### Valeurs de B(x)

<b>x</b>	-2	-1	0	$\frac{3}{4}$	1	2
<b>B(x)</b>	...	...	...	...	...	...

### Exercice 2 – Développements :

Développer et simplifier les expressions suivantes :

$$C(x) = (x - 2)(1 - 3x)$$

$$D(x) = (2x + 1)^2 - 4x$$

$$E(x) = (2x - 3)(1 - 4x) - (2 - x)$$

$$F(x) = (1 + x)(2 - 3x) + 3x^2$$

### Exercice 3 – Multiple de 4 (\*) :

Montrer que pour tout nombre premier impair  $p$ ,  $(p + 1)(p - 1)$  est un multiple de 4.

### Exercice 4 – Factorisations :

Factoriser les expressions suivantes :

$$G(x) = 4x + 12$$

$$H(x) = 3x^2 + 6x$$

$$I(x) = x^2 + x$$

$$J(x) = -5x + 5$$

$$K(x) = (x + 1)(2 - x) - (x + 1)$$

$$L(x) = (x + 1)(2 - x) - (x + 1)^2$$

$$M(x) = x(2 - x) - (2 - x)(2 - 3x)$$

$$N(x) = (x + 1)(1 - 2x) - 2(x + 1)(2 - 3x)$$

### Exercice 5 – Arithmétique :

Démontrer les propriétés suivantes :

- Un pair + un impair = impair
- Un pair  $\times$  un impair = pair
- La somme de 3 entiers consécutifs est un multiple de 3
- La somme de deux multiples de 3 est un multiple de 3

### Exercice 6 – Programme et affirmations :

Programme de calcul :

Choisir un nombre  $x \rightarrow$  calculer  $(x + 1)^2 - x^2$

Montrer que le résultat est  $2x + 1$ . Vérifier les affirmations pour certains cas et généraliser.

### Exercice 7 – Expression à factoriser :

$$A(x) = (x + 1)(2 - x) - 2(x + 1)(2x + 3)$$

Montrer la forme développée et la forme factorisée, puis calculer  $A(2)$ .

### Exercice 8 – Factorisation intermédiaire :

$$B(x) = 5x + 10 - (x + 2)^2$$

Factoriser, développer et calculer  $B(-1)$ .

### Exercice 9 – Pythagore :

Soit un triangle ABC rectangle en A avec  $AB = 5$  et  $BC = x + 7$ .

1. Montrer que  $AC^2 = x^2 + 14x + 24$

2. Si  $x = 6$ , calculer les longueurs, le périmètre et l'aire.

## II. Corrigé

### ✓ Corrigé de l'exercice 1 :

Tableaux complétés :

 **A(x)**

<b>x</b>	-2	-1	0	$\frac{2}{3}$	1	2
<b>A(x)</b>	-15	-6	-1	$\frac{1}{9}$	0	-3

 **B(x)**

<b>x</b>	-2	-1	0	$\frac{3}{4}$	1	2
<b>B(x)</b>	55	21	3	0	1	15

### ✓ Corrigé de l'exercice 2 :

$$C(x) = -3x^2 + 7x - 2$$

$$D(x) = 4x^2 + 1$$

$$E(x) = -8x^2 + 15x - 5$$

$$F(x) = 2 - x$$

### ✓ Corrigé de l'exercice 3 :

$$(p + 1)(p - 1) = p^2 - 1$$

Comme  $p$  est impair,  $p - 1$  et  $p + 1$  sont pairs consécutifs  $\rightarrow$  leur produit est divisible par 4.

### ✓ Corrigé de l'exercice 4 :

$$G(x) = 4(x + 3)$$

$$H(x) = 3x(x + 2)$$

$$I(x) = x(x + 1)$$

$$J(x) = 5(-x + 1)$$

$$K(x) = (x + 1)(1 - x)$$

$$L(x) = (x + 1)(1 - 2x)$$

$$M(x) = (2 - x)(4x - 2)$$

$$N(x) = (x + 1)(4x - 3)$$

### ✓ Corrigé de l'exercice 5 :

- Pair + impair = impair car la somme d'un pair ( $2n$ ) et d'un impair ( $2m+1$ ) est  $2(n+m) + 1 \rightarrow$  impair
- Pair  $\times$  impair = pair car  $2n \times (2m + 1) = 2n(2m + 1) \rightarrow$  multiple de 2
- $n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3 = 3(n+1) \rightarrow$  multiple de 3
- $3a + 3b = 3(a + b) \rightarrow$  multiple de 3

### ✓ Corrigé de l'exercice 6 :

$$(x + 1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$$

Valeurs testées : pour  $x = 3$  on a 7 ; pour  $x = -2$ , on a -3. Cela vérifie l'expression.

### ✓ Corrigé de l'exercice 7 :

$$A(x) = (x + 1)(2 - x) - 2(x + 1)(2x + 3) = (x + 1)[(2 - x) - 2(2x + 3)] = (x + 1)(-5x - 4)$$

$$A(2) = (2 + 1)(-10 - 4) = 3 \times (-14) = -42$$

### ✓ Corrigé de l'exercice 8 :

$$B(x) = 5x + 10 - (x + 2)^2 = 5x + 10 - (x^2 + 4x + 4) = -x^2 + x + 6$$

$$B(-1) = -1 + (-1) + 6 = 4$$

### ✓ Corrigé de l'exercice 9 :

$$AC^2 = (x + 7)^2 - 25 = x^2 + 14x + 49 - 25 = x^2 + 14x + 24$$

$$\text{Si } x = 6 : \quad AC = 12, \quad BC = 13, \quad AB = 5$$

$$\text{Périmètre} = 30 \quad ; \quad \text{Aire} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$$