

## Exercice X – Étude graphique d'une fonction

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g(x) = -2x^2 + 3x + 4,$$

et sa courbe représentative sur l'intervalle  $[-2 ; 3]$  ci-dessous.

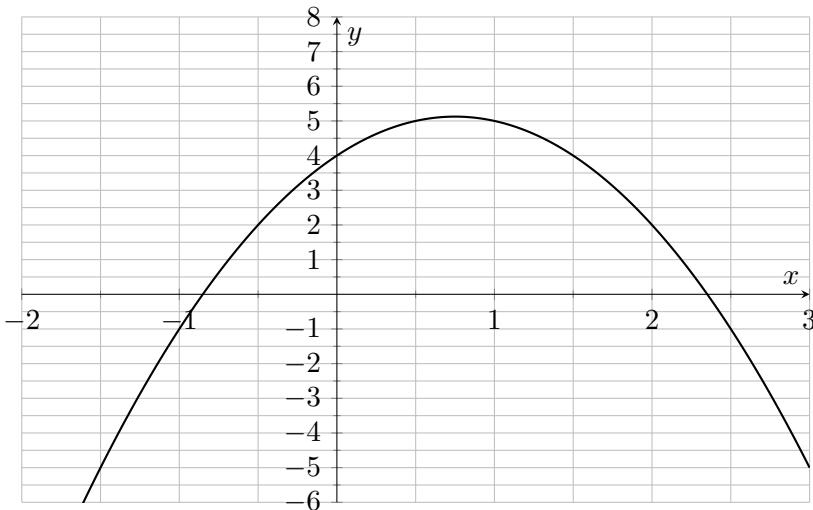


FIGURE 1 – Courbe représentative de  $g(x) = -2x^2 + 3x + 4$  sur  $[-2; 3]$ .

- 1) Calculer  $g(-1)$ ,  $g(0)$ ,  $g(1)$  et  $g(2)$  (on pourra vérifier graphiquement).
- 2) Résoudre graphiquement l'équation  $g(x) = -5$ .
- 3) Indiquer les intervalles où  $g$  est positive et négative.
- 4) Lire graphiquement les variations de  $g$  et dresser son tableau de variation.
- 5) Déterminer les coordonnées du sommet de la courbe.
- 6) Résoudre graphiquement l'inéquation  $g(x) \leq 2$  sur l'intervalle  $[-2 ; 3]$ .

## Corrigé de l'exercice X

On étudie la fonction  $g(x) = -2x^2 + 3x + 4$  à l'aide de son graphique sur  $[-2 ; 3]$ .

### 1) Calculs directs

$$\begin{aligned} g(-1) &= -2(-1)^2 + 3(-1) + 4 = -2 - 3 + 4 = -1, \\ g(0) &= -2 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 + 4 = 4, \\ g(1) &= -2 + 3 + 4 = 5, \\ g(2) &= -8 + 6 + 4 = 2. \end{aligned}$$

### 2) Résolution graphique de $g(x) = -5$

$$g(x) = -5 \iff x \approx -1,5 \quad \text{et} \quad x \approx 3.$$

### 3) Signe de $g$

$$\begin{cases} g(x) > 0 & \text{pour } x \in ]-1,2 ; 2[, \\ g(x) < 0 & \text{pour } x < -1,2 \text{ ou } x > 2. \end{cases}$$

### 4) Variations de $g$

La fonction est :

croissante sur  $[-2 ; 0,75]$  et décroissante ensuite.

Tableau de variations :

$x$	-2	0,75	3
$g(x)$	↗ 5,1	↘	

### 5) Sommet de la courbe

Graphiquement :

$$g(0,75) \approx 5,1.$$

Donc le sommet S a pour coordonnées :

$$S(0,75 ; 5,1).$$

### 6) Résolution de $g(x) \leq 2$

On lit les intersections avec  $y = 2$  :

$$g(x) = 2 \iff x \approx -0,5 \quad \text{et} \quad x = 2.$$

La courbe est en dessous de  $y = 2$  avant le premier point et après le second :

$$g(x) \leq 2 \iff x \in [-2 ; -0,5] \cup [2 ; 3].$$