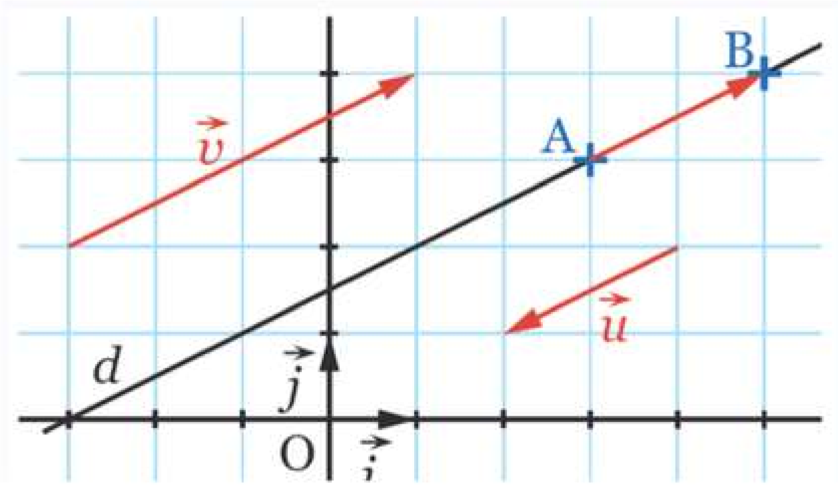
📘 Fiche d'exercices – Équations de droites

◆ Exercice 1 – Vecteurs et droite (d)



1. Lire les coordonnées des points A et B.
2. Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{AB}$.
3. Ces vecteurs sont-ils colinéaires ?
4. En déduire trois vecteurs directeurs de la droite (d).

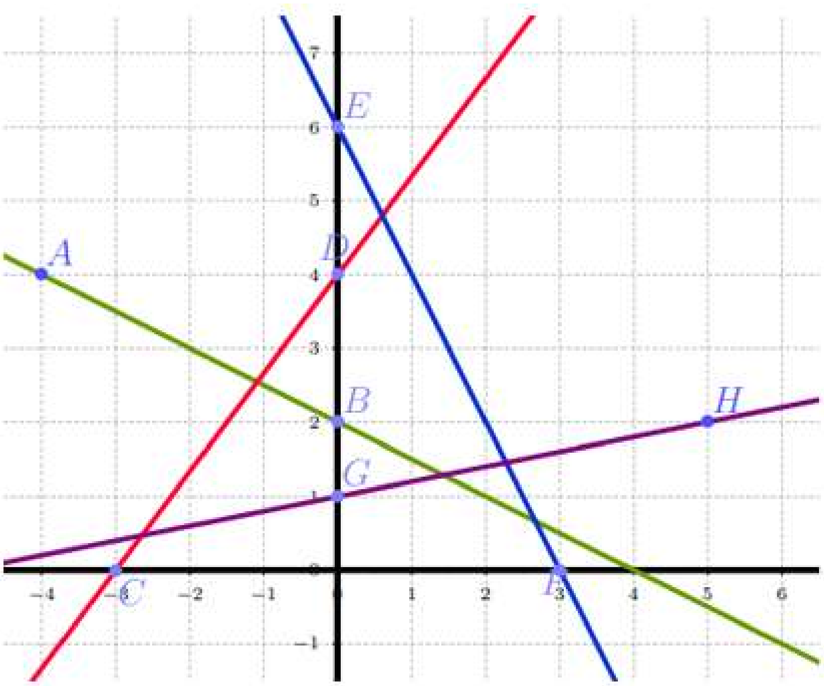
◆ Exercice 2 – Par lecture graphique

Méthode : L'équation réduite d'une droite est de la forme $y = mx + p$.

- On détermine le coefficient directeur m de la droite (AB) soit par lecture graphique (en observant l'augmentation « pour 1 en abscisse »), soit en utilisant les coordonnées de deux points de la droite :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

- On détermine ensuite p, l'ordonnée à l'origine, en lisant sur le graphique (ou en utilisant les coordonnées d'un point de la droite lorsque ce n'est pas possible directement).



Par lecture graphique, déterminer les équations réduites des droites (AB), (CD), (EF) et (GH).

Exercice 3 – À partir de l'équation réduite

1. Déterminer un point et un vecteur directeur de la droite (d) dont l'équation réduite est :

$$y = 2x + 1.$$

2. Déterminer un point et un vecteur directeur de la droite (d') dont l'équation réduite est :

$$y = -2x + 5.$$

3. Déterminer un point et un vecteur directeur de la droite (d_1) dont l'équation réduite est :

$$y = 2 - 4x.$$

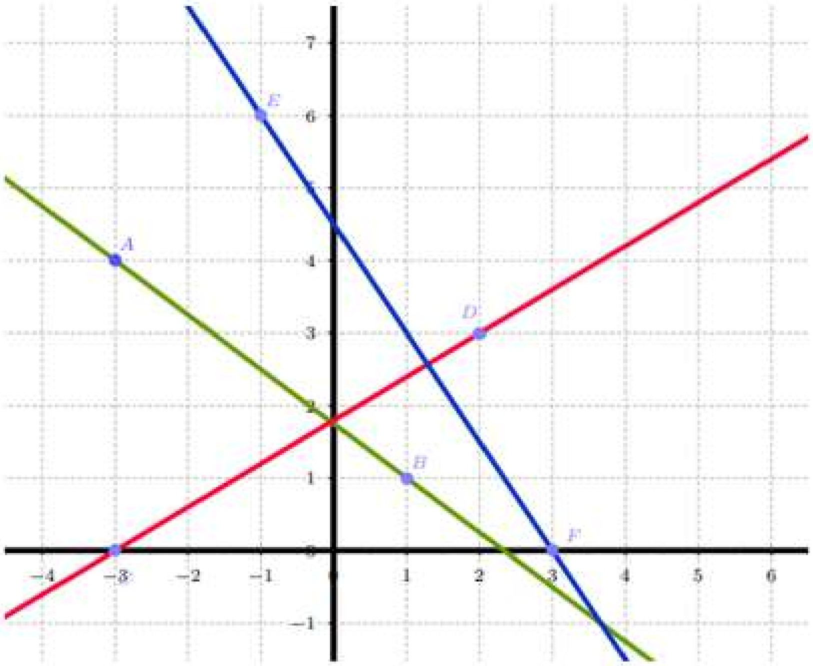
Exercice 4 – Par le calcul

Méthode : L'équation réduite d'une droite est de la forme $y = mx + p$.

- On détermine le coefficient directeur m de la droite (AB) en utilisant les coordonnées de deux points de la droite :

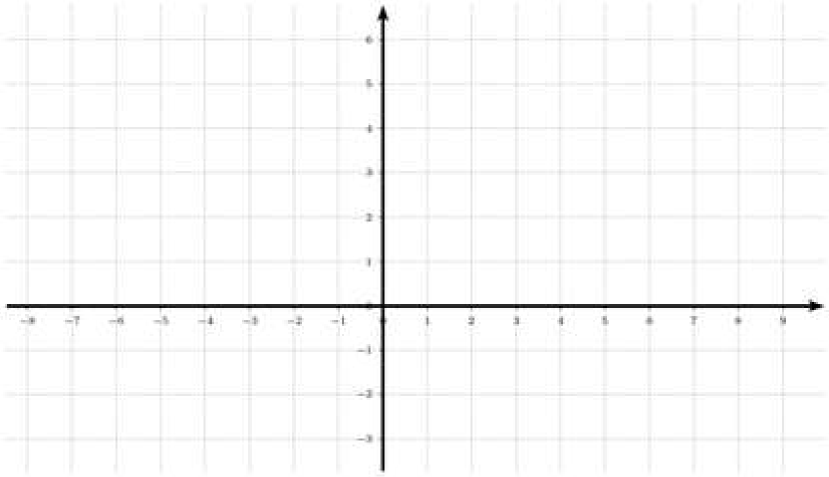
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

- On détermine ensuite p en utilisant les coordonnées de l'un des deux points.



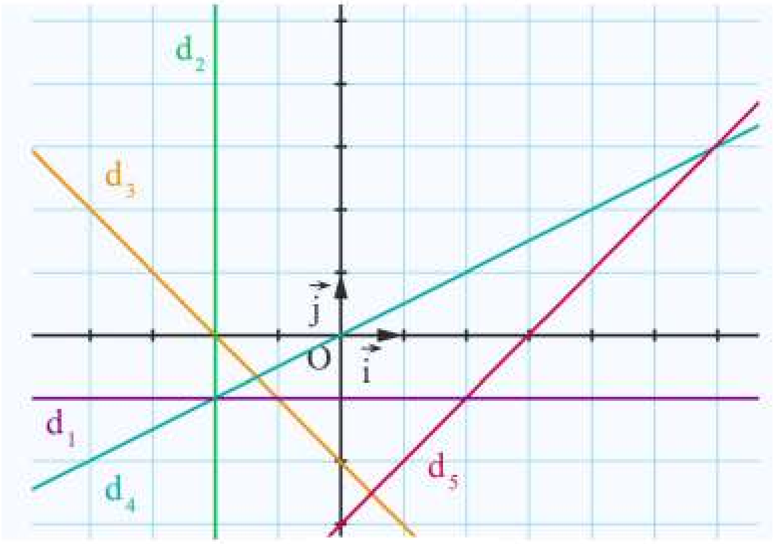
Déterminer les équations réduites des droites (AB), (CD) et (EF).

Exercice 5 – À partir d'un point et d'un vecteur directeur



1. Déterminer l'équation réduite de la droite (d) passant par le point $A(-1;-4)$ et dont un vecteur directeur est $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.
2. Déterminer l'équation réduite de la droite (d') passant par le point $B(2;-3)$ et dont un vecteur directeur est $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$.
3. Déterminer l'équation réduite de la droite (d_1) passant par le point $C(3;0)$ et parallèle à la droite (d).
4. Déterminer l'équation réduite de la droite (d_2) passant par le point $C(3;0)$ et parallèle à la droite (d').
5. Tracer ces droites dans un même repère du plan.

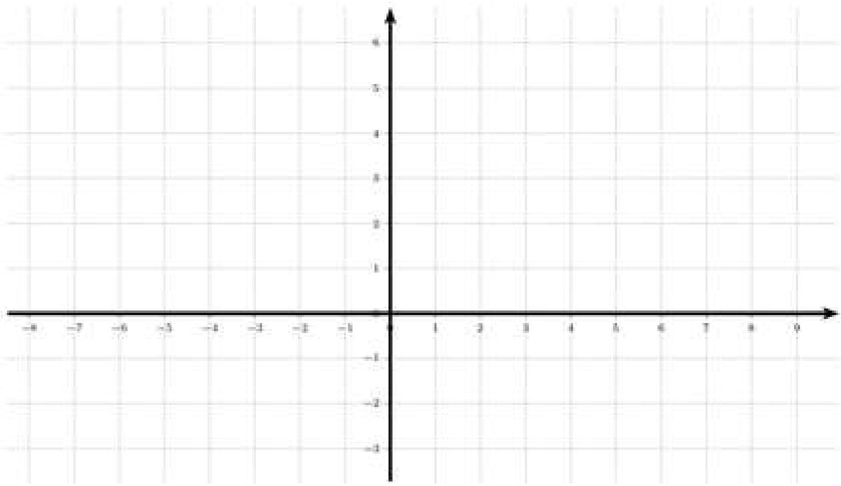
◆ Exercice 6 – Par lecture graphique (équations cartésiennes)



Par lecture graphique, déterminer une équation cartésienne pour chacune des droites représentées dans le repère.

Exercice 7 – Représentation graphique

Représenter dans un repère chacune des droites suivantes. Chaque droite passe par un point A donné et a pour vecteur directeur $\vec{u}$.



1. Droite d_1 : point $A_1(1;1)$ et vecteur directeur $\vec{u_1}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$.
2. Droite d_2 : point $A_2(-2;1)$ et vecteur directeur $\vec{u_2}\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$.
3. Droite d_3 : point $A_3(0;3)$ et vecteur directeur $\vec{u_3}\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$.
4. Droite d_4 : point $A_4(-4;0)$ et vecteur directeur $\vec{u_4}\begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}$.

Exercice 8 – Un point appartient-il à une droite ?

Dans chaque cas, déterminer en justifiant si le point A appartient à la droite (d).

1. On considère la droite d_1 d'équation $x+4y-20=0$ et le point $A_1(-4;9)$.
2. Soit la droite d_2 d'équation $2x-3y-1=0$ et le point $A_2(12;5)$.
3. Soit la droite d_3 d'équation $-\frac{2}{3}x+2y-\frac{2}{3}=0$ et le point $A_3(1;\frac{2}{3})$.
4. Soit la droite d_4 d'équation $-\frac{5}{4}x-\frac{1}{2}y-1=0$ et le point $A_4(\frac{1}{2};3)$.

📘 Corrigés

Corrigé – Exercice 1

Données

$A(3;3)$, $B(5;4)$, $\vec{u}\,(-2;-1)$ et $\vec{v}\,(4;2)$.

1) Coordonnées de $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5-3\\4-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}.$$

2) Colinéarité

$\vec{u}\,(-2;-1)$ est un multiple de $\overrightarrow{AB}\,(2;1)$ (multiple -1).

$\vec{v}\,(4;2)$ est un multiple de $\overrightarrow{AB}\,(2;1)$ (multiple 2).

Donc $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

3) Vecteurs directeurs de (d)

Trois vecteurs directeurs possibles de (d) sont : $\overrightarrow{AB}\,(2;1)$, $\vec{u}\,(-2;-1)$ et $\vec{v}\,(4;2)$.

Corrigé – Exercice 2

Données

$A(-4;4)$, $B(0;2)$, $C(-3;0)$, $D(0;4)$, $E(0;6)$, $F(3;0)$, $H(5;2)$.

Droite (AB)

$$m_{AB}=\frac{2-4}{0-(-4)}=-\frac{1}{2},\qquad p=2\Rightarrow \boxed{y=-\frac{1}{2}x+2}.$$

Droite (CD)

$$m_{CD}=\frac{4-0}{0-(-3)}=\frac{4}{3},\qquad p=4\Rightarrow \boxed{y=\frac{4}{3}x+4}.$$

Droite (EF)

$$m_{EF}=\frac{0-6}{3-0}=-2,\qquad p=6\Rightarrow \boxed{y=-2x+6}.$$

Droite (GH)

Avec les points fournis, on peut déterminer l'équation de la droite passant par $E(0;6)$ et $H(5;2)$ (même méthode) :

$$m = \frac{2-6}{5-0} = -\frac{4}{5}, \qquad p = 6 \Rightarrow \boxed{y = -\frac{4}{5}x + 6}.$$

Corrigé – Exercice 3

Pour une droite d'équation réduite $y = mx + p$: un vecteur directeur possible est $\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$, et un point de la droite est obtenu en prenant $x = 0$ (donc $y = p$).

1. $y = 2x + 1$: point $A(0;1)$, vecteur directeur $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.
2. $y = -2x + 5$: point $B(0;5)$, vecteur directeur $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.
3. $y = 2 - 4x$ soit $y = -4x + 2$: point $C(0;2)$, vecteur directeur $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Corrigé – Exercice 4

Données

$A(-3;4)$, $B(1;1)$, $C(-3;0)$, $D(2;3)$, $F(3;0)$.

Droite (AB)

$$m_{AB} = \frac{1-4}{1-(-3)} = -\frac{3}{4}.$$

$$1 = -\frac{3}{4} \times 1 + p \Rightarrow p = \frac{7}{4} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}}.$$

Droite (CD)

$$m_{CD} = \frac{3-0}{2-(-3)} = \frac{3}{5}.$$

$$0 = \frac{3}{5} \times (-3) + p \Rightarrow p = \frac{9}{5} \Rightarrow \boxed{y = \frac{3}{5}x + \frac{9}{5}}.$$

Droite (CF) (si elle est demandée sur la figure)

$$m_{CF} = \frac{0-0}{3-(-3)} = 0 \Rightarrow \boxed{y = 0}.$$

Pour toute autre droite (par exemple (EF)), on applique la même méthode dès que l'on connaît deux points de cette droite.

Corrigé – Exercice 5

- Si une droite passe par $A(x_A; y_A)$ et a pour vecteur directeur $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ avec $a \neq 0$, alors $m = \dfrac{b}{a}$ et l'équation est $y = mx + p$ avec $p = y_A - mx_A$.
- Si $a = 0$, la droite est verticale : $x = x_A$.

Corrigé – Exercice 6

Par lecture graphique :

- d_1 : $\boxed{y = -1}$
- d_2 : $\boxed{x = -2}$
- d_3 : $\boxed{y = -x - 2}$
- d_4 : $\boxed{y = 0{,}5x}$
- d_5 : $\boxed{y = x - 3}$

Corrigé – Exercice 7

Pour tracer une droite définie par un point $A(x_A; y_A)$ et un vecteur directeur $\vec{u}(a; b)$, on place le point A, puis on construit un second point $B(x_A + a;\ y_A + b)$, et on trace la droite (AB).

(Optionnel) On peut aussi déterminer l'équation :

- Si $a \neq 0$: $m = \dfrac{b}{a}$, puis $p = y_A - mx_A$ et $y = mx + p$.
- Si $a = 0$: droite verticale $x = x_A$.

Corrigé – Exercice 8

Un point $A(x_A;y_A)$ appartient à une droite d'équation $ax+by+c=0$ si et seulement si $ax_A+by_A+c=0$.

1. $d_1 : x+4y-20=0$, $A_1(-4;9) : -4+36-20=12 \neq 0$ donc $\boxed{A_1 \notin d_1}$.
2. $d_2 : 2x-3y-1=0$, $A_2(12;5) : 24-15-1=8 \neq 0$ donc $\boxed{A_2 \notin d_2}$.
3. $d_3 : -\frac{2}{3}x+2y-\frac{2}{3}=0$, $A_3(1;\frac{2}{3}) : -\frac{2}{3}+\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=0$ donc $\boxed{A_3 \in d_3}$.
4. $d_4 : -\frac{5}{4}x-\frac{1}{2}y-1=0$, $A_4(\frac{1}{2};3) : -\frac{5}{8}-\frac{3}{2}-1=-\frac{25}{8} \neq 0$ donc $\boxed{A_4 \notin d_4}$.