

Évaluation

Fonctions et proportionnalité — Sujet 2

Énoncé

Exercice 1 — Étude d'une fonction quadratique (8 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -x^2 + 6x - 5.$$

La courbe représentative de la fonction f est donnée ci-dessous.

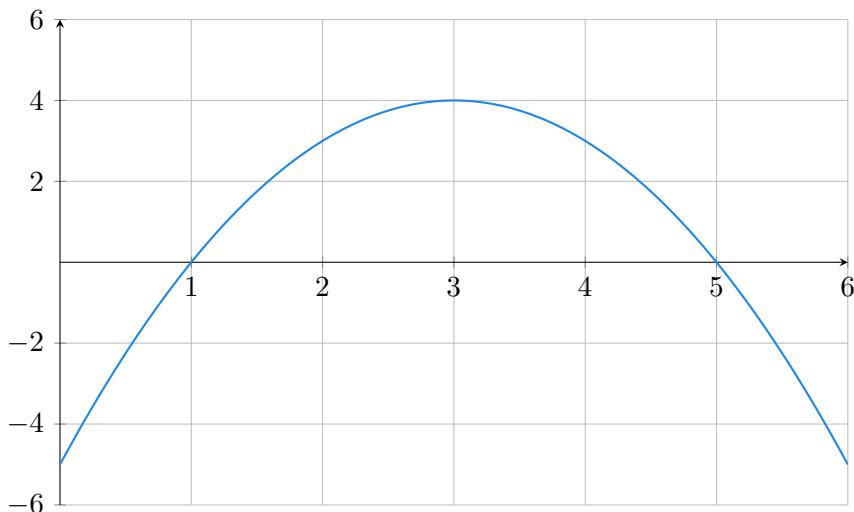


FIGURE 1 – Courbe représentative de $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ sur $[0 ; 6]$.

Dans tout l'exercice, on se place sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

- 1) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (à l'aide de calculs ou par lecture graphique) :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$

- 2) Montrer que l'on peut écrire la fonction f sous la forme :

$$f(x) = -(x - 3)^2 + 4.$$

- 3) En déduire les coordonnées du maximum de la fonction f .
- 4) Résoudre graphiquement l'inéquation :

$$f(x) \geq 0.$$

- 5) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

Exercice 2 — Taux d'évolution (9 points)

On arrondira les résultats **au dixième près** lorsque cela est nécessaire.

- 1) Une quantité subit une baisse de 15 %, puis une augmentation de 12 %. Calculer le taux d'évolution global de cette quantité.
- 2) Démontrer que deux hausses successives de $x\%$ **ne sont pas équivalentes** à une hausse unique de $2x\%$, avec $x \neq 0$. (*On pourra utiliser une identité remarquable.*)
- 3) Une population augmente de 20 %, puis encore de $t\%$. Au total, la population a augmenté de 44 %. Calculer la valeur de t .
- 4) Un tarif subit deux baisses consécutives identiques de $k\%$. Après ces deux baisses, la diminution totale est de 36 %. Déterminer k .
- 5) Une quantité passe de 12 500 à 17 000. Calculer le taux d'évolution global correspondant.
- 6) On souhaite obtenir la même évolution que celle de la question précédente en **deux ans**, au taux annuel constant. Quel pourcentage annuel faut-il appliquer ?

Exercice 3 — Évolution d'un effectif (3 points)

En 2018, un établissement compte 780 élèves. Chaque année, l'effectif augmente de 12 %, puis 90 élèves quittent l'établissement.

- 1) Calculer le nombre d'élèves en 2019. Arrondir à l'élève près si besoin.
- 2) Calculer le nombre d'élèves en 2020. Arrondir à l'élève près si besoin.

Corrigé

Corrigé Exercice 1

1) Valeurs :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-5	0	3	4	3

2)

$$-x^2 + 6x - 5 = -(x^2 - 6x + 9) + 4 = -(x - 3)^2 + 4.$$

3) Le maximum vaut 4 et est atteint pour $x = 3$. Coordonnées : $\boxed{(3 ; 4)}$.

4) Lecture graphique :

$$f(x) \geq 0 \iff x \in [1 ; 5].$$

5) Variations :

x	0	3	6
f		↗	↘

Corrigé Exercice 2

1)

$$0,85 \times 1,12 = 0,952 \Rightarrow \text{baisse de } 4,8\%.$$

2)

$$(1 + \frac{x}{100})^2 = 1 + \frac{2x}{100} + (\frac{x}{100})^2 > 1 + \frac{2x}{100} \quad (x \neq 0).$$

3)

$$1,20(1 + \frac{t}{100}) = 1,44 \Rightarrow t = 20\%.$$

4)

$$(1 - \frac{k}{100})^2 = 0,64 \Rightarrow k = 20\%.$$

5)

$$\frac{17\,000}{12\,500} = 1,36 \Rightarrow 36\%.$$

6)

$$(1 + r)^2 = 1,36 \Rightarrow r \approx 16,6\%.$$

Corrigé Exercice 3

$$E_{2019} = 1,12 \times 780 - 90 = 783,6 \approx 784.$$

$$E_{2020} = 1,12 \times 784 - 90 = 788,1 \approx 788.$$