

# Fiche1 - Exercices – Intervalles et Ensembles

## ■ Exercice 1 — Intervalles

On considère les intervalles suivants :

$$A = ]2 ; +\infty[ \quad ; \quad B = ]-\infty ; 3] \quad ; \quad C = ]-5 ; 4]$$

1.  $A \cap C = \dots$
2.  $B \cup C = \dots$
3.  $B \cap C = \dots$
4.  $B \cup A = \dots$
5.  $A \cup C = \dots$
6.  $B \cap A = \dots$

## ■ Exercice 2 — Intervalles

Compléter avec  $\in$  ou  $\notin$  :

1.  $\sqrt{2} \dots ]-5 ; 1[$
2.  $\sqrt{3} \dots ]1.7 ; 5]$
3.  $4,999 \dots [4 ; 5[$
4.  $100,01 \dots [10^{-2} ; 10^2]$
5.  $\pi \dots ]0 ; 3.14[$
6.  $-5 \dots ]-5 ; 1[ \cup ]1 ; 10]$

## ■ Exercice 3 — Intervalles

On considère :

$$A = ]-\infty ; 3] \quad ; \quad B = ]-5 ; 4] \quad ; \quad C = ]2 ; +\infty[$$

1.  $A \cap B = \dots$
2.  $C \cap B = \dots$
3.  $A \cup B = \dots$
4.  $C \cup B = \dots$

## ■ Exercice 4 — Intervalles

1.  $]-\infty ; 8] \cup ]-3 ; 10] = \dots$
2.  $]-\infty ; 8] \cap ]-3 ; 10] = \dots$
3.  $]-\infty ; 8] \cup [1 ; +\infty[ = \dots$
4.  $]-\infty ; 8] \cap [1 ; +\infty[ = \dots$
5.  $A = \{ x \in \mathbb{R} \mid x > 2 \text{ et } x \leq 5 \} = \dots$
6.  $B = \{ x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ et } x \geq -5 \} = \dots$

## ■ Exercice 5 — Intervalles

Déterminer l'ensemble le plus petit contenant chaque nombre :

Nombre	Ensemble
-3	...
-1,5	...
1/5	...
-3/7	...
$2\pi$	...
$\sqrt{2}$	...
0	...
15/45	...
7	...
2,658369574	...
-12	...

## ■ Exercice 6 (\*) — Décimal ou pas ?

On suppose que  $\sqrt{2}$  est un nombre décimal. Cela signifierait que son carré se termine par 2.

1. Montrer que cette hypothèse conduit à une contradiction, et en déduire que  $\sqrt{2}$  n'est pas un nombre décimal.
2. Peut-on utiliser ce raisonnement pour montrer que  $\sqrt{5}$  n'est pas un nombre décimal ? Justifier.

## ■ Exercice 7 (\*) — Affirmations

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est **vraie** ou **fausse**, en **justifiant** la réponse.

$$1. A = \frac{\frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{8}}$$

- Le nombre A est un **entier relatif**.
- Le quotient de deux nombres **irrationnels** est toujours un **irrationnel**.
- Le produit de deux **nombres décimaux** est toujours un **nombre décimal**.

## Corrigés

---

### ■ Corrigé – Exercice 1

1.  $A \cap C = ]2 ; 4]$
2.  $B \cup C = ]-\infty ; 4]$
3.  $B \cap C = ]-5 ; 3]$
4.  $B \cup A = \mathbb{R}$
5.  $A \cup C = ]-5 ; +\infty[$
6.  $B \cap A = ]2 ; 3]$

### ■ Corrigé – Exercice 2

1.  $\sqrt{2} \notin ]-5 ; 1[$  ❌
2.  $\sqrt{3} \in ]1.7 ; 5]$  ✅

3.  $4,999 \in [4 ; 5[$  ✓

4.  $100,01 \notin [10^{-2} ; 10^2]$  ✗

5.  $\pi \notin ]0 ; 3.14[$  ✗

6.  $-5 \notin ]-5 ; 1[ \cup ]1 ; 10]$  ✗

### ■ Corrigé – Exercice 3

1.  $A \cap B = ]-5 ; 3]$

2.  $C \cap B = ]2 ; 4]$

3.  $A \cup B = ]-5 ; 4]$

4.  $C \cup B = ]-5 ; +\infty[$

### ■ Corrigé – Exercice 4

1.  $] -\infty ; 10]$

2.  $] -3 ; 8]$

3.  $\mathbb{R}$

4.  $[1 ; 8]$

5.  $A = ]2 ; 5]$

6.  $B = [-5 ; 0[$

### ■ Corrigé – Exercice 5

Nombre	Ensemble
-3	$\mathbb{Z}$
-1,5	$\mathbb{D}$

$1/5$	$\mathbb{D}$
$-3/7$	$\mathbb{Q}$
$2\pi$	$\mathbb{R}$
$\sqrt{2}$	$\mathbb{R}$
$0$	$\mathbb{N}$
$15/45$	$\mathbb{N}$
$7$	$\mathbb{N}$
$2,658369574$	$\mathbb{D}$
$-12$	$\mathbb{Z}$

### ■ Corrigé – Exercice 6

1. Un carré de nombre décimal ne peut pas se terminer par 2  $\rightarrow$  contradiction.  
Donc  $\sqrt{2}$  n'est pas décimal.
2. Le raisonnement ne s'applique pas à  $\sqrt{5}$  car 5 est un chiffre carré possible. On ne peut pas conclure.

### ■ Corrigé – Exercice 7

$$1. A = \frac{\frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{8}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{1}{8}} = -\frac{3}{2} \times 8 = -12$$

✓ Donc  $A = -12$ , un entier relatif.

✓ **Vrai**

$$2. \text{Exemple : } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

Deux irrationnels peuvent donner un rationnel.

✗ **Faux**

3. Soient  $A = \frac{a}{10^m}$  et  $B = \frac{b}{10^n}$ , deux nombres décimaux, avec  $a, b \in \mathbb{Z}$  et  $m, n \in \mathbb{N}$ .

Alors :

$$A \times B = \frac{a}{10^m} \times \frac{b}{10^n} = \frac{ab}{10^{m+n}}$$

avec  $ab \in \mathbb{Z}$  et  $m + n \in \mathbb{N}$ .

Donc  $A \times B$  est bien un nombre décimal.

☒ **Vrai**