Fiche1 - Exercices – Intervalles et Ensembles

🟦 Exercice 1 — Intervalles

On considère les intervalles suivants :

A =]2 ; +∞[; B =]-∞ ; 3] ; C =]-5 ; 4]

1. A ∩ C = …
2. B ∪ C = …
3. B ∩ C = …
4. B ∪ A = …
5. A ∪ C = …
6. B ∩ A = …

🟦 Exercice 2 — Intervalles

Compléter avec ∈ ou ∉ :

1. $\sqrt{2}$ …]−5 ; 1[
2. $\sqrt{3}$ …]1.7 ; 5]
3. 4,999 … [4 ; 5[
4. 100,01 … [10^{-2} ; 10^{2}]
5. π …]0 ; 3.14[
6. −5 …]−5 ; 1[∪]1 ; 10]

🟦 Exercice 3 — Intervalles

On considère :

A =]−∞ ; 3] ; B =]−5 ; 4] ; C =]2 ; +∞[

1. A ∩ B = …
2. C ∩ B = …
3. A ∪ B = …
4. C ∪ B = …

Exercice 4 — Intervalles

1. $]-\infty \,;\, 8] \cup]-3 \,;\, 10] = \ldots$
2. $]-\infty \,;\, 8] \cap]-3 \,;\, 10] = \ldots$
3. $]-\infty \,;\, 8] \cup [1 \,;\, +\infty[= \ldots$
4. $]-\infty \,;\, 8] \cap [1 \,;\, +\infty[= \ldots$
5. $A = \{ x \in \mathbb{R} \mid x > 2 \text{ et } x \leq 5 \} = \ldots$
6. $B = \{ x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ et } x \geq -5 \} = \ldots$

Exercice 5 — Intervalles

Déterminer l'ensemble le plus petit contenant chaque nombre :

Nombre	Ensemble
-3	…
$-1{,}5$	…
$1/5$	…
$-3/7$	…
2π	…
$\sqrt{2}$	…
0	…
$15/45$	…
7	…
$2{,}658369574$	…
-12	…

Exercice 6 (*) — Décimal ou pas ?

On suppose que $\sqrt{2}$ est un nombre décimal. Cela signifierait que son carré se termine par 2.

1. Montrer que cette hypothèse conduit à une contradiction, et en déduire que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre décimal.
2. Peut-on utiliser ce raisonnement pour montrer que $\sqrt{5}$ n'est pas un nombre décimal ? Justifier.

Exercice 7 (*) — Affirmations

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est **vraie** ou **fausse**, en **justifiant** la réponse.

1. $A = \dfrac{\dfrac{1}{2} - 2}{\dfrac{1}{8}}$

   Le nombre A est un **entier relatif.**
2. Le quotient de deux nombres **irrationnels** est toujours un **irrationnel**.
3. Le produit de deux **nombres décimaux** est toujours un **nombre décimal**.

Corrigés

Corrigé – Exercice 1

1. $A \cap C =]2 ; 4]$
2. $B \cup C =]-\infty ; 4]$
3. $B \cap C =]-5 ; 3]$
4. $B \cup A = \mathbb{R}$
5. $A \cup C =]-5 ; +\infty[$
6. $B \cap A =]2 ; 3]$

Corrigé – Exercice 2

1. $\sqrt{2} \notin]-5 ; 1[$ ❌
2. $\sqrt{3} \in]1.7 ; 5]$ ✅
3. $4{,}999 \in [4 ; 5[$ ✅
4. $100{,}01 \notin [10^{-2} ; 10^{2}]$ ❌
5. $\pi \notin]0 ; 3.14[$ ❌
6. $-5 \notin]-5 ; 1[\cup]1 ; 10]$ ❌

Corrigé – Exercice 3

1. $A \cap B =]-5 ; 3]$
2. $C \cap B =]2 ; 4]$
3. $A \cup B =]-\infty ; 3]$
4. $C \cup B =]-5 ; +\infty[$

Corrigé – Exercice 4

1. $]-\infty ; 10]$
2. $]-3 ; 8]$
3. $\mathbb{R}$
4. $[1 ; 8]$
5. $A =]2 ; 5]$
6. $B = [-5 ; 0[$

Corrigé – Exercice 5

Nombre	Ensemble
-3	$\mathbb{Z}$
$-1,5$	$\mathbb{D}$
$1/5$	$\mathbb{D}$
$-3/7$	$\mathbb{Q}$
2π	$\mathbb{R}$
$\sqrt{2}$	$\mathbb{R}$
0	$\mathbb{N}$
$15/45$	$\mathbb{Q}$
7	$\mathbb{N}$
$2,658369574$	$\mathbb{D}$
-12	$\mathbb{Z}$

Corrigé – Exercice 6

1. Un carré de nombre décimal ne peut pas se terminer par 2 → contradiction. Donc √2 n'est pas décimal.
2. Le raisonnement ne s'applique pas à √5 car 5 est un chiffre carré possible. On ne peut pas conclure.

Corrigé – Exercice 7

1. $A = \dfrac{\frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{8}} = \dfrac{-\frac{3}{2}}{\frac{1}{8}} = -\frac{3}{2} \times 8 = -12$

   ✅ Donc $A = -12$, un entier relatif.

   ✅ **Vrai**

2. Exemple : $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$

   Deux irrationnels peuvent donner un rationnel.

   ❌ **Faux**

3. Soient $A = \dfrac{a}{10^m}$ et $B = \dfrac{b}{10^n}$, deux nombres décimaux,

   avec $a, b \in \mathbb{Z}$ et $m, n \in \mathbb{N}$.

   Alors :

$$A \times B = \frac{a}{10^m} \times \frac{b}{10^n} = \frac{ab}{10^{m+n}}$$

   avec $ab \in \mathbb{Z}$ et $m + n \in \mathbb{N}$.

   Donc $A \times B$ est bien un nombre décimal.

   ✅ **Vrai**