

Entraînement – Fonctions et Proportionnalité

Étude graphique et taux d'évolution

Énoncé

Exercice 1 — Étude d'une fonction quadratique

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 3.$$

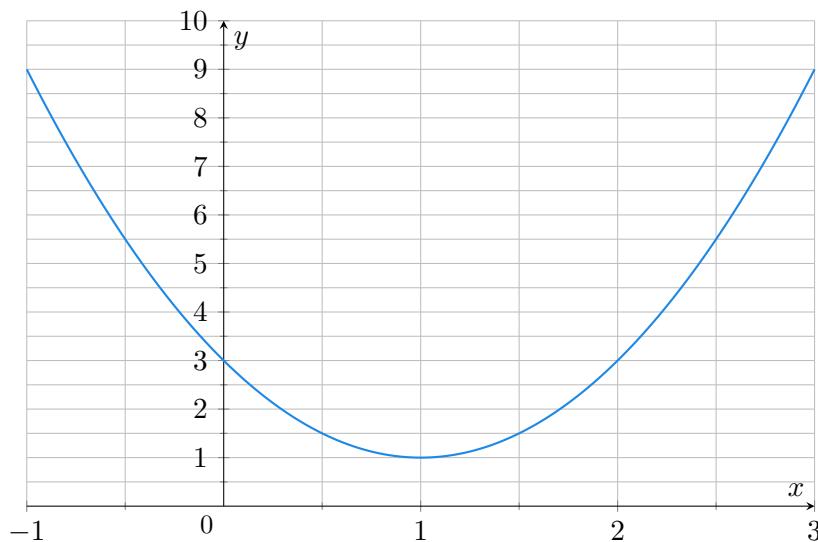


FIGURE 1 – Courbe représentative de $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ sur $[-1 ; 3]$.

- 1) Compléter le tableau de valeurs :

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$

- 2) Montrer que l'on peut écrire :

$$f(x) = 2(x - 1)^2 + 1.$$

- 3) En déduire les coordonnées du minimum de la fonction f .

- 4) Résoudre graphiquement l'inéquation :

$$f(x) \leq 3.$$

- 5) Dresser le tableau de variation de f sur $[-1 ; 3]$.

Exercice 2 — Taux d'évolution et évolutions successives

- 1) Le montant d'un abonnement augmente successivement de 5 %, puis de 15 %, puis de 18 %. Justifier que le taux d'évolution global est d'environ 42,5 %.
- 2) Un produit voit son prix augmenter de x %. Puis il bénéficie d'une remise de y %. Exprimer y en fonction de x pour que le prix final soit égal au prix initial.
- 3) Une population diminue de 12 %, puis encore de t %. Au total, la diminution observée est de 25 %. Calculer t .
- 4) Un tarif subit deux hausses consécutives identiques de z %. Après ces deux hausses, son augmentation totale est de 21 %. Déterminer z .
- 5) La capacité d'accueil d'internat passe de 20 000 à 29 282 places. Calculer le taux de croissance global.
- 6) Même objectif en 4 ans au taux annuel constant. Quel pourcentage annuel faut-il appliquer ?

Exercice 3 — Évolution d'un effectif dans un lycée

En 2014, un lycée ouvre avec 500 élèves. Chaque année : perte de 30 % puis arrivée de 300 nouveaux.

- 1) Calculer le nombre d'élèves inscrits en 2015.
- 2) Calculer le nombre d'élèves inscrits en 2016.

Corrigé

Corrigé Exercice 1

1)

$$f(-1) = 9, f(0) = 3, f(1) = 1, f(2) = 3, f(3) = 9.$$

2)

$$f(x) = 2(x - 1)^2 + 1.$$

3) Minimum : 1 atteint pour $x = 1$. Coordonnées : (1; 1).

4)

$$f(x) \leq 3 \iff 0 \leq x \leq 2.$$

5) Variations sur $[-1; 3]$: Le tableau de variation de f sur \mathbb{R} est donc :

x	-1	1	3
f		↘ 1 ↗	

Corrigé Exercice 2

1) $1.05 \times 1.15 \times 1.18 = 1.42485 \Rightarrow 42.5\%$.

2) $(1 + \frac{x}{100})(1 - \frac{y}{100}) = 1 \Rightarrow y = \frac{100x}{100+x}$.

3) $0.88(1 - \frac{t}{100}) = 0.75 \Rightarrow t \approx 14.77\%$.

4) $(1 + \frac{z}{100})^2 = 1.21 \Rightarrow z = 10\%$.

5) $\frac{29282}{20000} = 1.4641 \Rightarrow 46.41\%$.

6) $(1 + r)^4 = 1.4641 \Rightarrow r = 10\%$.

Corrigé Exercice 3

1) 2015 : $500 \times 0.7 + 300 = 650$.

2) 2016 : $650 \times 0.7 + 300 = 755$.