🧮 Fiche 1 – Calcul littéral : Réduction et développement

🏛️ Histoire du calcul littéral

Avant le **XVIe siècle**, les mathématiciens ne faisaient que du **calcul numérique** : ils manipulaient uniquement des nombres. Pas de lettres, pas de formules générales. Tout se faisait au cas par cas, souvent avec des mots ou des figures géométriques.

Au IXe siècle, **Al-Khwarizmi**, un savant de Bagdad, commence à poser les bases de l'**algèbre**, en étudiant des équations simples. Il n'utilise pas encore de lettres, mais il cherche déjà des méthodes générales pour résoudre des problèmes.

Au **XVIe siècle**, **François Viète** introduit l'usage des lettres pour représenter des constantes et des inconnues. Puis, au **XVIIe siècle**, **René Descartes** généralise cette notation avec les célèbres `x, y, z`.

🎯 Attendus

- Réduire une expression littérale
- Développer une expression avec la distributivité simple ou double

🧱 Réduction

Regrouper les termes de même nature (même lettre, même exposant).

Exemple : `3x + 5x - 2 = 8x - 2`

🔁 Distributivité simple

Forme : `a(b + c) = ab + ac`

Exemples :

- `2(x + 3) = 2x + 6`
- `-3(x - 5) = -3x + 15`

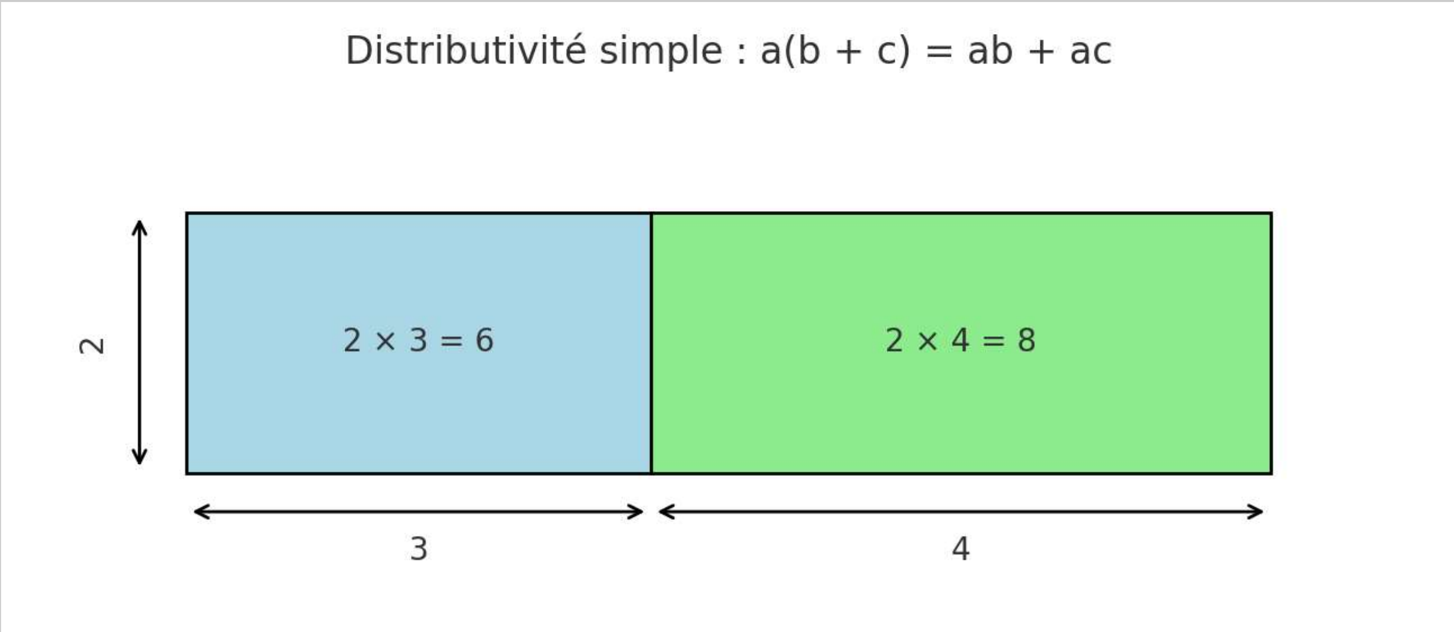
📐 Interprétation géométrique

Un rectangle de hauteur `a` et de longueur `b + c` peut être découpé en deux rectangles :

- `a × b`
- `a × c`

Aire totale : `a(b + c) = ab + ac`

Exemple visuel : `2(3 + 4) = 6 + 8 = 14`



✖️ Distributivité double

Forme : `(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd`

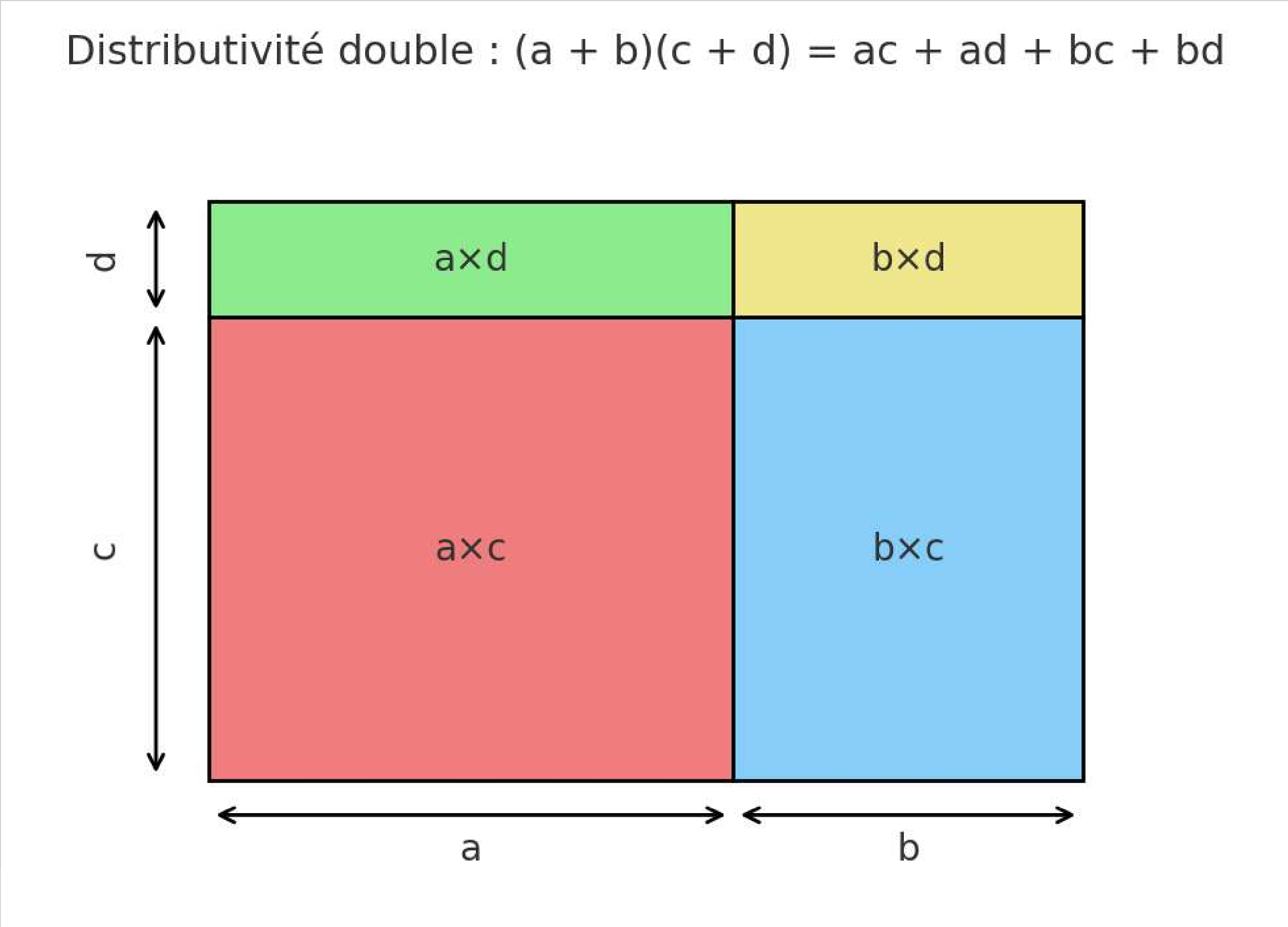
Exemple : `(x + 1)(x + 2) = x² + 3x + 2`

Conseil : ranger les termes par puissances décroissantes de `x`.

📐 Interprétation géométrique

Le rectangle global `(a + b)(c + d)` peut être divisé en quatre sous-rectangles :

- `ac`, `ad`, `bc`, `bd`



🧮 La factorisation

🎯 Attendus

- Identifier un facteur commun
- Appliquer la distributivité simple à l'envers
- Factoriser une expression pour la simplifier

🧱 Définition

Factoriser une expression, c'est l'écrire sous forme d'un **produit**.

On utilise la distributivité simple à l'envers :

```
ab + ac = a(b + c)
```

🛠️ Méthode

1. Repérer les termes de l'addition ou de la soustraction
2. Rechercher un **facteur commun** à chaque terme
3. Mettre ce facteur devant un crochet / parenthèse
4. Développer et réduire ce qui reste entre les crochets (éventuellement)

🧪 Exemples simples

- `4x + 8 = 4(x + 2)`
- `10x + 15 = 5(2x + 3)`
- `3a - 6 = 3(a - 2)`

🧠 Exemple détaillé simple

Il peut être intéressant de mettre en évidence le facteur commun comme ici

`20x + 10 = 10 × 2x + 10 × 1 = 10(2x + 1)`

🌀 Exemple plus complexe (avec parenthèses)

`(x + 1)(2 - 3x) - (x + 1)(1 + 7x)`

→ facteur commun : `(x + 1)`

`= (x + 1)[(2 - 3x) - (1 + 7x)]`

`= (x + 1)(-10x + 1)`