

# Chapitre 3 : Nombres en écriture fractionnaire

## Plan du chapitre

### I. Notion de fraction

1. *Définitions*
2. *Fraction et partage équitable*
3. *Simplification et comparaison de fractions*

### II. Opérations avec les fractions

1. *Addition de fractions de même dénominateur*
2. *Multiplication d'une fraction par un nombre entier.*

# I/ Notion de fraction

## ***1/ Définitions***

Le **résultat d'une division** est appelé le **quotient**.

a et b sont deux nombres, et **b est un nombre non nul**. On peut noter le **quotient** sous deux formes :



# *1/ Définitions*

$\frac{a}{b}$  est une **fraction** si a et b sont des nombres entiers.

## Exemples :

- $\frac{4}{7}$  est une **fraction** car 4 et 7 sont des nombres entiers.
- $\frac{4,6}{7}$  n'est pas une **fraction** car 4,6 n'est pas un nombre entier : il s'agit simplement d'une **écriture fractionnaire**.
- $\frac{4}{100}$  est une **fraction** (car 4 et 100 sont des nombres entiers) dite **fraction décimale** car le **dénominateur** est en plus un multiple de 10.

# I/ Notion de fraction

## ***2/ Fraction et partage équitable***

Une fraction est **un nombre** que l'on utilise en mathématiques quand on ne peut pas faire autrement, elles regroupent l'ensemble des nombres appelés **rationnels** qui ne peuvent pas toujours s'exprimer exactement sous forme décimale.

### **Exemples :**

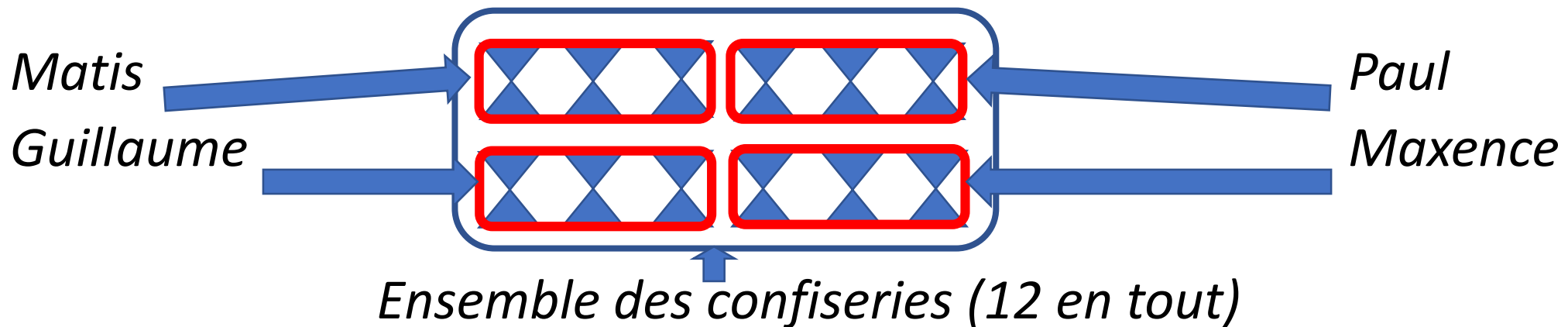
- $\frac{1}{4} = 0,25$ . L'écriture décimale convient aussi ici.
- $\frac{1}{3} = 0,3333 \dots$  L'écriture décimale ne convient pas, il y a **une infinité de « 3 » après la virgule** ! Seule l'écriture fractionnaire est donc adaptée.

## *2/ Fraction et partage équitable*

**Problème 1** : Matis souhaite partager équitablement ses 12 confiseries avec ses 3 meilleurs camarades Paul, Guillaume et Maxence.

**Indiquer**, le nombre de confiseries que recevront chacun d'entre eux.

**Solution** : 12 confiseries à répartir entre 4 personnes donc 3 (ou  $\frac{12}{4}$ ) chacun .

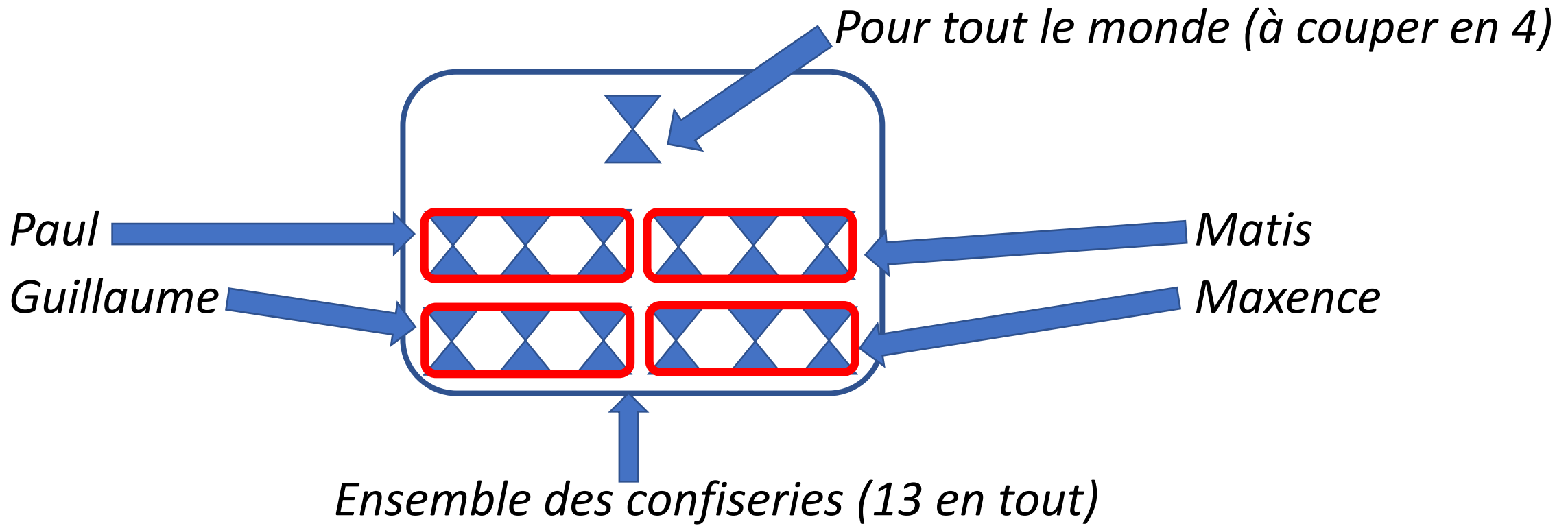


## 2/ Fraction et partage équitable

**Problème 2** : Même question mais avec 13 confiseries.

**Indiquer** le nombre de confiseries que recevront chacun d'entre eux.

**Solution** : 13 confiseries à répartir entre 4 personnes donc  $3 + \frac{1}{4}$  (ou  $\frac{13}{4}$ ) chacun.



## *2/ Fraction et partage équitable*

On peut en conclure qu'une fraction est un **partage équitable**, qui **représente la part que chacun doit recevoir.**

### *3/ Simplification et comparaison de fractions*

**Propriété** : multiplier (ou diviser) le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un **même nombre**, ne **change pas sa valeur**.

**Exemple** :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

La fraction possédant le plus petit numérateur (et dénominateur possible) est appelée **fraction irréductible**.



### 3/ Simplification et comparaison de fractions

On peut aussi utiliser un **tableau de proportionnalité**.

				+	
		X 2	:	4	
Numérateur	4	8	2	10	
Dénominateur	6	12	3	15	
		X 2	:	4	
				+	

Coefficient de proportionnalité

X 1,5

On obtient alors  $\frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} = \frac{10}{15}$  et  $\frac{2}{3}$  est la **fraction irréductible**.

### *3/ Simplification et comparaison de fractions*

**Propriété** : Deux fractions sont égales si elles respectent **les règles d'un tableau de proportionnalité**.

Soient a, b, c et d quatre nombres entiers **non nuls**. On a  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  si et seulement si **a x d = c x b**.

**Preuve** :

Numérateur	a	c
Dénominateur	b	d



### *3/ Simplification et comparaison de fractions*

#### **Exemple 1 :**

Les fractions  $\frac{5}{3}$  et  $\frac{15}{9}$  sont-elles égales ?

Numérateur	5	15
Dénominateur	3	9



On a  $5 \times 9 = 45$  et  $15 \times 3 = 45$ . Les deux fractions sont bien égales.

**Note** : Toutes les propriétés d'un **tableau de proportionnalité** peuvent être exploitées !

### *3/ Simplification et comparaison de fractions*

#### Exemple 2 :

Les fractions  $\frac{4}{10}$  et  $\frac{9}{16}$  sont-elles égales ?

Numérateur	4	9
Dénominateur	10	16



On a  $16 \times 4 = 64$  et  $9 \times 10 = 90$ . Les deux fractions sont donc **différentes**.

Remarque : On aurait aussi pu vérifier que  $10 \times 9 : 4$  n'est pas égal à 16.

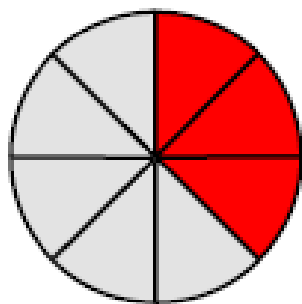
## II/ Opérations sur les fractions

### ***1/ Addition de fractions de même dénominateur***

**Exemple** : Un gâteau est coupé en 8 parts égales.

Pierre en prend 3 et Sylvie 2. **Combien** de morceaux ont-ils été pris ?

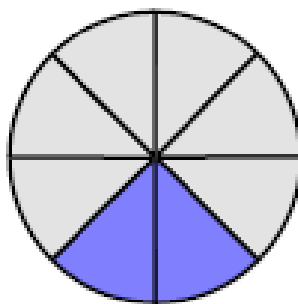
Part de Pierre



$\frac{3}{8}$

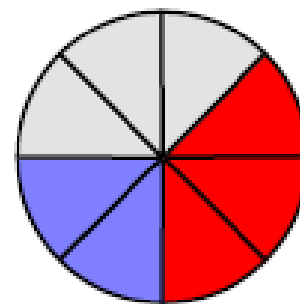
+

Part de Sylvie



$\frac{2}{8}$

=



5 morceaux sur les 8 ont été pris

# *1/ Addition de fractions de même dénominateur*

On peut calculer le nombre de morceaux pris à l'aide de **fractions**.

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{3}{8} & + & \frac{2}{8} & = & \frac{3+2}{8} & = & \frac{5}{8} \\ \text{Pierre} & & \text{Sylvie} & & & & \text{Total} \end{array}$$

**Propriété** : pour additionner des fractions de **même dénominateur**, on **ajoute simplement les numérateurs**.

## II/ Opérations sur les fractions

### ***2/ Multiplication d'une fraction par un nombre entier***

**Rappel** : une **multiplication** est une **succession d'additions**, on peut écrire par exemple que  $5 \times 4 = 5 + 5 + 5 + 5$ .

Il en est de même pour les fractions, on peut écrire aussi que

$$\frac{4}{10} \times 3 = \frac{4}{10} + \frac{4}{10} + \frac{4}{10}$$

On applique ensuite la propriété précédente :  $\frac{4}{10} \times 3 = \frac{4 + 4 + 4}{10} = \frac{4 \times 3}{10} = \frac{12}{10}$

## *2/ Multiplication d'une fraction par un nombre entier*

**Propriété** : pour multiplier une fraction par un nombre entier, il suffit de le **multiplier** par **son numérateur**.

**Exemple** : on souhaite utiliser les  $\frac{2}{5}$  de 30 euros au maximum pour acheter des confiseries. Quelle **somme** peut-on **dépenser** ?

$$\text{On calcule } P = \frac{2}{5} \times 30 = \frac{2 \times 30}{5} = \frac{60}{5} = 12 \text{ €}$$

On pourra dépenser jusqu'à **12 € de confiseries**.