

# Chapitre 2 : Proportionnalité

## Plan du chapitre

### I. Situation de proportionnalité

1. *Définitions*
2. *Propriétés d'un tableau de proportionnalité*
3. *Quatrième proportionnelle*

### II. Calcul d'un pourcentage

# I/ Situation de proportionnalité

## ***1/ Définitions***

Deux **grandeurs** sont **proportionnelles** si l'on peut calculer les valeurs de l'une en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre. Ce nombre s'appelle **coefficient de proportionnalité**.

### **Exemples :**

- Prix payé en fonction de la quantité d'essence achetée.
- Distance parcourue en fonction du temps à vitesse constante (Rappel 6<sup>ème</sup>)

# *1/ Définitions*

Un tableau de nombres est **proportionnel** lorsque les **nombre**s d'une **ligne** s'obtiennent en **multipliant** (ou en **divisant**) ceux de l'autre par un même nombre, le **coefficient de proportionnalité**.

On dit que c'est un **tableau de proportionnalité**.

# 1/ Définitions

## Exemple 1

On achète des pommes à 2 € le kilogramme.

Quantité de pommes (en kg)	1	1,5	2	2,3
Prix payé (en €)	2	3	4	4,6

*Coefficient de  
proportionnalité*

X 2

Dans le tableau ci-dessus, le prix payé est obtenu en multipliant la quantité par le **même nombre 2**.

Le **prix payé** est **proportionnel** à la **quantité de pommes achetées**. Ce tableau est donc un **tableau de proportionnalité**.

# *1/ Définitions*

## **Exemple 2**

Une salle de cinéma propose des cartes d'entrées prépayées.

<b>Nombre d'entrées par carte</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>40</b>
<b>Prix (en €)</b>	<b>45</b>	<b>67,5</b>	<b>120</b>

On a  $10 \times 4,5 = 45$  et  $15 \times 4,5 = 67,5$  mais  $40 \times 4,5 \neq 120$

Il ne s'agit donc pas d'un **tableau de proportionnalité**.

# I/ Situation de proportionnalité

## ***2/ Propriétés d'un tableau de proportionnalité***

Pour compléter un **tableau de proportionnalité**, on peut :

- **Multiplier** ou **diviser** les valeurs d'une de ses colonnes
- **Ajouter** ou **soustraire** les valeurs de plusieurs de ses colonnes
- Utiliser le **coefficient de proportionnalité**
- Utiliser la technique des « **produits en croix** »

### **Exemple**

Dans un magasin, 3 melons coûtent 4,80 € .

Quel est le prix de 15, de 18 et de 7 melons ?

## 2/ Propriétés d'un tableau de proportionnalité

**Calcul** du prix de 15 melons.

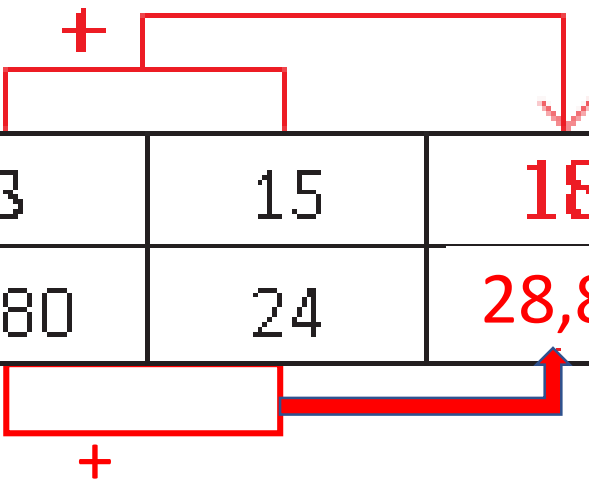
Nombre de melons	3	15
	4,80	24

The diagram illustrates the calculation of the price for 15 melons by multiplying the known values by 5. A red curved arrow points from the value 3 in the first row to 15 in the second row, with the text "X 5" above it. Another red curved arrow points from the value 4,80 in the first row to 24 in the second row, with the text "X 5" below it.

Le prix de 15 melons est de **24 €**.

## 2/ Propriétés d'un tableau de proportionnalité

**Calcul** du prix de 18 melons.



Nombre de melons	3	15	18
Prix (en €)	4,80	24	28,80


Le prix de 18 melons est de **28,80 €**.



## 2/ Propriétés d'un tableau de proportionnalité

**Calcul** du prix de 7 melons.

Nombre de melons	3	7
Prix (en €)	4,80	



On calcule le coefficient de proportionnalité qui vaut  $4,8 : 3 = 1,6$

Donc le prix à payer est  $7 \times 1,6$  soit **11,20 €**.

## 2/ Propriétés d'un tableau de proportionnalité

**Calcul** du prix de 7 melons.

Nombre de melons	3	7
Prix (en €)	4,80	



En utilisant la “règle de trois”, le prix à payer est  $7 \times 4,80 : 3$   
soit **11,20 €**.

**Remarque** : cette méthode est souvent la plus rapide.

# I/ Situation de proportionnalité

## ***3/ Quatrième proportionnelle***

Dans un tableau de proportionnalité à deux colonnes, la **quatrième proportionnelle** est la **valeur manquante** de ce tableau.

### *3/ Quatrième proportionnelle*

#### Exemple

Voici un tableau de proportionnalité :

3	13
4,80	20,8

Quatrième  
proportionnelle

Pour calculer la **quatrième proportionnelle**, on peut utiliser la règle de trois.

On obtient alors :  $13 \times 4,80 : 3 = 20,8$

## II/ Calcul d'un pourcentage

Un **pourcentage** est une **comparaison d'un nombre par rapport à 100** et s'écrit à l'aide du sigle **%** .

C'est un rapport de **deux grandeurs de même unité**, un pourcentage n'a donc pas d'unité !

**Note** : TOUS les problèmes de pourcentage reviennent à déterminer la quatrième proportionnelle d'un tableau de proportionnalité.

## *II/ Calcul d'un pourcentage*

**Exemple** : Une baguette coûte **1 €** et son prix augmente de **10 %**

- Le prix de la baguette a bien une unité, **l'euro**.
- L'augmentation de 10 % n'a **aucune unité**.

**Elle signifie que si la baguette coûtait 100 € alors son prix augmenterait de 10 €.**

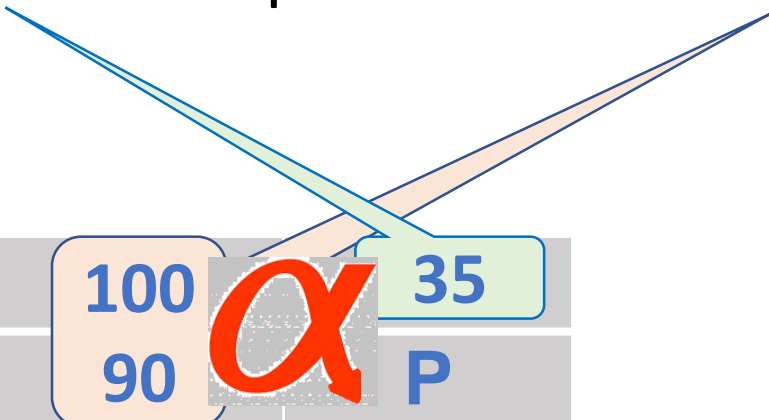
**Or, elle coûte 100 fois moins chère, donc l'augmentation sera 100 fois plus faible, soit 0,1 € : son prix final sera alors 1,1 €.**

**Il s'agit bien d'une situation de proportionnalité**

## II/ Calcul d'un pourcentage

**Exemple 1** : Un livre coûte **35 euros** et son prix diminue de **10%**.

Quel est son **prix final** ?



Prix du livre avant réduction	100	35
Prix du livre après réduction	90	P

On calcule le prix final du livre :  $P = 90 \times 35 / 100 = 31,5 \text{ €}$ .

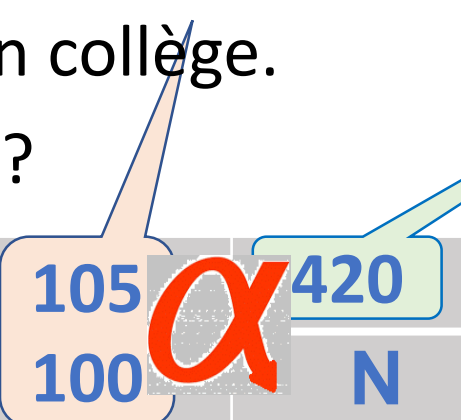
Après réduction, le livre coûte **31,5 €**.

## II/ Calcul d'un pourcentage

**Exemple 2** : Après une augmentation de **5%** de ses effectifs, **420** élèves ont fait leur rentrée en 2016 dans un collège.

**Combien** y avait-il d'élèves en 2015 ?

Nombre d'élèves en 2016	105	420
Nombre d'élèves en 2015	100	N

A diagram illustrating the percentage increase. A large red Greek letter alpha (α) is placed between the two rows of the table. A blue callout line points from the '420' in the first row to the text '420 élèves' in the example description above. Another blue callout line points from the '105' in the first row to the '5%' in the example description above.

On calcule le nombre d'élèves en 2015 :  $N = 420 \times 100 : 105 = 400$ .

**400** élèves avaient fait leur rentrée dans le collège en 2015.



## II/ Calcul d'un pourcentage

**Exemple 3** : Le prix d'un billet d'avion diminue de **320 €** à **260 €**.  
Quel est le **pourcentage** de remise ?

On calcule la remise du prix du billet :  $320 - 260$  soit **60 €**.

Prix du billet avant remise	320	100
Montant de la remise	60	T

On calcule le pourcentage de remise :  $T = 100 \times 60 : 320 = \mathbf{18,75\%}$

Le pourcentage de remise accordé est de **18,75%**.