Chapitre 4 : Calcul littéral

Plan du chapitre

I. Réécriture en littéral et simplification
   1. *Définitions et notations*
   2. *Calcul littéral*

II. Notion d'équation
   1. *Définitions*
   2. *Traduction d'un problème en équation*

I/ Réécriture en littéral et simplification

1/ Définitions et notations

Les expressions mathématiques dans lesquelles figurent des **lettres** s'appellent des **expressions littérales**. Ainsi, on peut être amené à **utiliser des lettres** à la place des nombres.

Parfois ces lettres représentent **une variable (ou inconnue)**, c'est-à-dire un **nombre qui peut prendre différentes valeurs**.

Exemple : 3 x y + 6 est une expression littérale d'inconnue y.

1/ Définitions et notations

La plupart du temps, on utilise les lettres « x » et « y ».

<u>Notations</u>

- Dans le but de simplifier les écritures, on **omet le signe « x » entre un nombre et une inconnue.**
- On note y x y = y^2 et y x y x y = y^3.

On me lit :
« y au carré »

On me lit :
« y au cube »

1/ Définitions et notations

<u>Exemple 1</u> : Simplifier l'expression 3 x y + 5 – 2 x y + 3 x y x y

$$3 \times y + 5 - 2 \times y + 3 \times y \times y$$

$$3y + 5 - 2y + 3 \times y^2$$

$$3y + 5 - 2y + 3y^2$$

<u>Exemple 2</u> : On considère l'expression $3y + 5 + y^2$

Combien vaut-elle si y = 2 ?

<u>Pour y = 2</u>

$3y + 5 + y^2 = 3 \times y + 5 + y \times y = 3 \times 2 + 5 + 2 \times 2 = 6 + 5 + 4 = 15$

I/ Réécriture en littéral et simplification

2/ Calcul littéral

Réduire une expression, c'est l'écrire de la façon la plus concise possible.

Ordonner une expression, c'est l'écrire dans l'ordre des exposants.

Exemples :

- $3x + 6 + 2x^2$ est une expression réduite mais pas ordonnée.
- $x^3 - 3x^2 + 6x - 5$ est une expression réduite et ordonnée.
- $6 - 2x + 7x$ n'est pas une expression réduite.

2/ Calcul littéral

<u>Exemple</u> :

Réduire et **ordonner** l'expression suivante :

$4y \times y^2 + 3y + 9 + 5y^2 - 2y \times y + 6y - 7$

2/ Calcul littéral

<u>Solution</u> :

$$4y \times y^2 + 3y + 9 + 5y^2 - 2y \times y + 6y - 7$$

$$\mathbf{4y^3} + 3y + 9 + 5y^2 - 2\mathbf{y^2} + 6y - 7$$

$$4y^3 + \mathbf{3y^2} + 3y + 9 + 6y - 7$$

$$4y^3 + 3y^2 + \mathbf{9y} + 9 - 7$$

$$4y^3 + 3y^2 + 9y + \mathbf{2}$$

L'expression réduite et ordonnée est **$4y^3 + 3y^2 + 9y + 2$**.

II/ Notion d'équation

1/ Définitions

Une équation est **une égalité** dans laquelle apparaissent une ou des inconnues.

Résoudre une équation, c'est **trouver la ou les valeurs de l'inconnue**, si elles existent, qui font que l'égalité est vraie.

Cette ou ces valeurs s'appellent **les solutions** de l'équation. On dit que les **solutions vérifient l'égalité**.

1/ Définitions

<u>**Exemple**</u> : $5y + 7 = 15 + y$ est une équation d'inconnue y.

Pour **résoudre** l'équation $5y + 7 = 15 + y$, il faut trouver **la** (ou **les**) valeur(s) de l'inconnue y pour que **l'égalité soit vérifiée**. On la **teste** alors avec des valeurs.

Si y = 0 alors 5**y** + 7 = 5x**0** + 7 = **7** et 15 + y = 15 + 0 = **15**. **Pas d'égalité !**
Si y = 1 alors 5**y** + 7 = 5x**1** + 7 = **12** et 15 + y = 15 + 1 = **16**. **Pas d'égalité !**
Si y = 2 alors 5**y** + 7 = 5x**2** + 7 = **17** et 15 + y = 15 + 2 = **17**. **Egalité !**

y = 2 est donc solution de l'équation 5y + 7 = 15 + y.

1/ Définitions

Sous forme de tableau …

y	0	1	2
5y + 7	5x0 + 7 = 7	5x1 + 7 = 12	5x2 + 7 = 17
15 + y	15 + 0 = 15	15 + 1 = 16	15 + 2 = 17

Egalité !

y = 2 est solution.

II/ Notion d'équation

2/ Traduction d'un problème en équation

On **pose une « inconnue »**, c'est-à-dire qu'on lui donne un nom (*x ou y souvent*) pour la ou les solutions cherchées.

On **traduit toutes les informations** du texte en fonction de cette inconnue par une **équation**.

Il reste ensuite à **tester** l'égalité et en **déduire** la (ou les) **solution(s)**.

2/ Traduction d'un problème en équation

Exemple : Dans une boulangerie, Adrien achète 5 pains au chocolat et 2 tartelettes aux fraises à 2,5 € chacune. Il dépense 12,5 € en tout.

1/ **Traduire** le problème en équation.

2/ **Tester** l'équation de 0,5 en 0,5.

3/ **En déduire** le prix d'un pain au chocolat.

2/ Traduction d'un problème en équation

Solution :

1/ On pose y : « Prix d'un pain de chocolat » *(C'est ce que l'on cherche).*

L'équation est donc :

$$\overbrace{5 \times y}^{\text{Prix de 5 pains au chocolat}} + \underbrace{2 \times 2,5}_{\text{Prix des deux tartelettes}} = \overbrace{12,5}^{\text{Prix total}}$$

L'équation devient alors : **5y + 5 = 12,5**

2/ Traduction d'un problème en équation

2/ On **teste** les valeurs de y suivantes :

0,5 puis 1 puis 1,5 puis 2.

<u>Pour y = 1,5</u> on a **5y + 5 = 12,5**

Valeurs de y	**0,5**	**1**	**1,5**	**2**
5y + 5	7,5	10	12,5	15
12,5	12,5	12,5	12,5	12,5

3/ Le prix d'un pain au chocolat est de **1,5 €**.