RND. Nombres réels. Exercices. Corrigés

***Exercice 1* : Vrai / Faux**
Q.1 : VRAI. Voir le cours.
Q.2 : FAUX. Voir le cours.
Q.3 : VRAI. Chacun des nombres peut être codé de manière exacte en flottant.
Q.4 : VRAI. Il y a en tout $2^1 \times 2^3 \times 2^6$ possibilités soient 1024.
Q.5 : FAUX. On peut prendre 0,15 comme contre-exemple.
Q.6 : VRAI. Avec 52 bits pour la mantisse, la précision n'est que de 2^{-52}.

***Exercice 2* : QCM**
Q.1 : Réponse 2. $0{,}625 = 0{,}5 + 0{,}125 = 2^{-1} + 2^{-3}$.
Q.2 : Réponse 4. $0{,}5 = 2^{-1}$.
Q.3 : Réponse 1. 0,1 n'étant pas codé exactement, une somme de 0,1 ne fera jamais 1,0 précisément.
Q.4 : Réponse 1. $100_2 = 4_{10}$ et $0{,}011_2 = 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 0{,}375_{10}$.
Q.5 : Réponse 2. $5_{10} = 101_2$ et $0{,}75_{10} = 0{,}5 + 0{,}25 = 2^{-1} + 2^{-2} = 0{,}11_2$

***Exercice 3* : Représentation de nombres en flottants.**

a) $45_{10} = 32 + 8 + 4 + 1 = 101101_2$ et $0{,}125_{10} = 2^{-3} = 0{,}001_2$.
On obtient alors $101101{,}001_2$ soit $= 1{,}01101001_2 \times 2^5$.
Signe : positif, le premier bit vaut 0.
Exposant décalé : $5 + 127 = 132$. $132_{10} = 10000100_2$.
Pseudo-Mantisse : 010110010 …. 0 (23 bits en tout).
45,125 s'écrit 0 10000100 01011001000000000000000 (Il n'y a pas d'espace en réalité, juste pour la lecture).

b) $12_{10} = 8 + 4 = 1100_2$ et $0{,}625_{10} = 0{,}5 + 0{,}125 = 2^{-1} + 2^{-3} = 0{,}101_2$.
On obtient alors $1100{,}101_2$ soit $= 1{,}100101_2 \times 2^3$.
*Signe : **négatif**, le premier bit vaut 1.*
Exposant décalé : $3 + 127 = 130$. $130_{10} = 10000010_2$.
Pseudo-Mantisse : 100101 …. 0 (23 bits en tout).
-12,625 s'écrit 1 10000010 10010100000000000000000 (Il n'y a pas d'espace en réalité, juste pour la lecture).

c) $10_{10} = 8 + 2 = 1010_2$ et $0{,}875_{10} = 0{,}5 + 0{,}25 + 0{,}125 = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} = 0{,}111_2$.
On obtient alors $1010{,}111_2$ soit $= 1{,}010111_2 \times 2^3$.
Signe : positif, le premier bit vaut 0.
Exposant décalé : $3 + 127 = 130$. $130_{10} = 10000010_2$.
Pseudo-Mantisse : 0101110 …. 0 (23 bits en tout).
10,875 s'écrit 0 10000010 01011100000000000000000 (Il n'y a pas d'espace en réalité, juste pour la lecture).

***Exercice 4* : Représentation de nombre en flottant.**
La première étape est de convertir le nombre donnée en base deux.
$C1220000_{16} = (1100\ 0001\ 0010\ 0010\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000)_2$

Selon la norme IEEE-754 en précision simple (32 bits) :

- *Signe : premier bit, donc nombre négatif.*
- *Exposant : sur 8 bits donc 10000010. Cela donne 130 mais il faut enlever 127 (exposant décalé). Il vaut donc 130 – 127 soit 3.*
- *Pseudo-Mantisse : 0100010 …0 soit 010001 pour les bits significatifs. La mantisse est de 1,010001.*

On trouve alors que le nombre vaut $1{,}010001_2 \times 2^3 = 1010{,}001_2$.
*<u>Partie entière</u> : $1010_2 = 10$ soit **-10** car le nombre est négatif.*
<u>Partie décimale</u> : $0{,}001_2 = 2^{-3} = 0{,}125$.

$C1220000_{16}$ représente -10,125.

<u>Exercice 5</u>** : **Première guerre du golfe (1990-1991).
La première étape est de convertir le nombre donnée en base deux.

a) *On procède par multiplication par 2 successives*
   0,1 x 2 = 0,2 => 0 en partie entière
   0,2 x 2 = 0,4 => 0 en partie entière
   0,4 x 2 = 0,8 => 0 en partie entière
   0,8 x 2 = 1,6 => 1 en partie entière
   0,6 x 2 = 1,2 => 1 en partie entière
   0,2 x 2 = 0,4 => 0 en partie entière
   0,4 x 2 = 0,8 => 0 en partie entière
   0,8 x 2 = 1,6 => 1 en partie entière
   Etc.
   On voit qu'il y a une période (partie grisée) : on ne peut pas représenter 0,1 de façon exacte en binaire.

   $0{,}1_{10} \approx 0{,}000110011001100110011001100110_2$
b) *Sur 23 bits : $0{,}1 = 0{,}00011001100110011001100_2 = 0{,}0999999046325683593 75$*
c) *L'erreur commise est donc : 1 – 0999999046325683593 75 ≈ $9{,}537 \times 10^{-8}$.*
d) *En 100h de fonctionnement, le Patriot reçoit 100 x 10 x 3600 = $3{,}6 \times 10^6$ signaux.*
e) *Au bout de 100 heure, le missile est décalé de $9{,}537 \times 10^{-8} \times 3{,}6 \times 10^6 \approx 0{,}3433$ sec.*
f) *Le missile se déplaçant à 1676 m/s, ces 0,3433 secondes correspondent à 575,4 mètres.*
   Le Patriot ne peut donc pas atteindre sa cible (575 > 500).
g) *Le mieux aurait été de régler les signaux toutes les 0,125 seconde (valeur exacte). Redémarrer le matériel est aussi une solution mais elle n'empêche pas les erreurs. De même que passer à une plus grande précision (52 bits par exemple au lieu de 23).*