

# SDD Arbres Introduction

## I/ Introduction

On rencontre souvent des schémas qui permettent de mettre en évidence une structure sur des données.

Exemple : le schéma suivant se révèle très clair par une simple lecture.

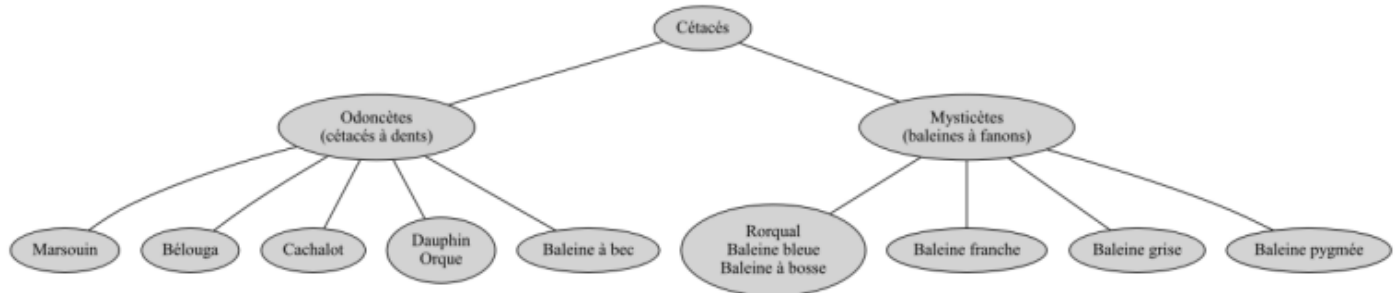


Figure 1

Exemple : le classique arbre généalogique

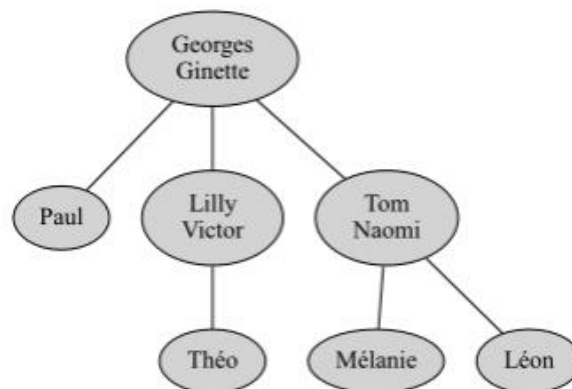


Figure 2

Exemple : un arbre dit « **syntactique** », il représente l'analyse d'une phrase partir de règles (la grammaire)

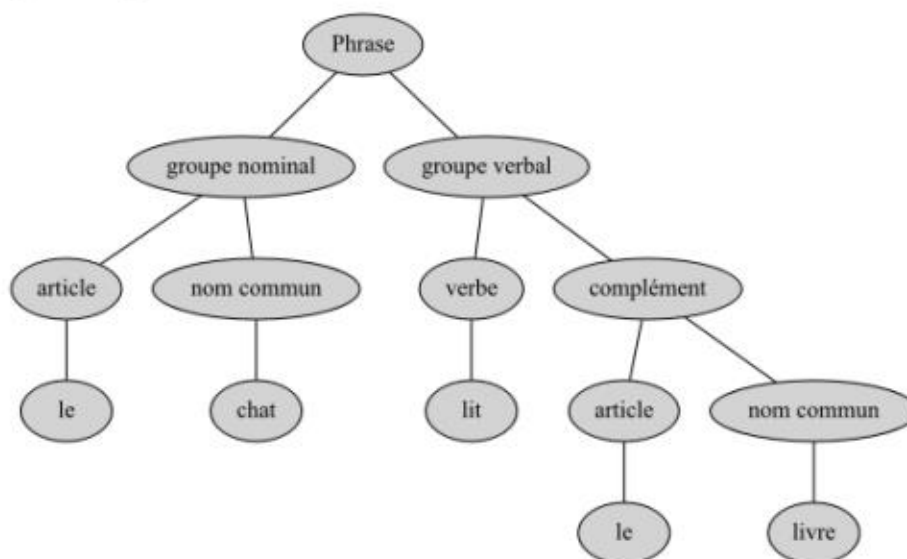


Figure 3

Exemple : l'arbre **lexicographique**, ou arbre en parties communes représente un ensemble de mots. **Les préfixes communs à plusieurs mots n'apparaissent qu'une seule fois dans l'arbre.**

**? EXERCICE 1 :**  
 ⚡ Rajouter les mots : malle et portail.

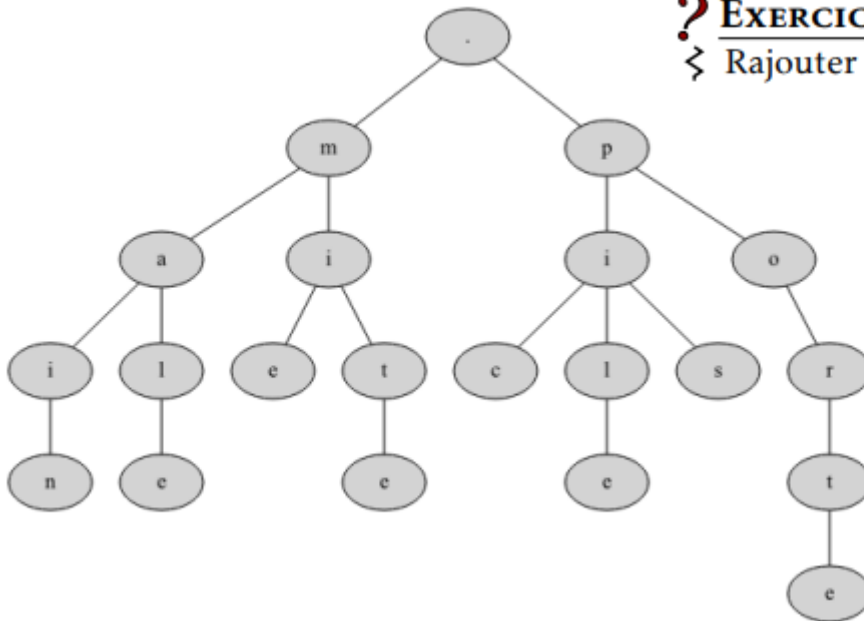


Figure 4

On peut également représenter des **expressions arithmétiques** par des arbres étiquetés par des opérateurs, des constantes et des variables.

La structure de l'arbre rend compte de la priorité des opérateurs et rend inutile tout parenthésage.

Pour l'expression :  $\left(\frac{y}{2} - t\right) (75 + z)$  cela donne :

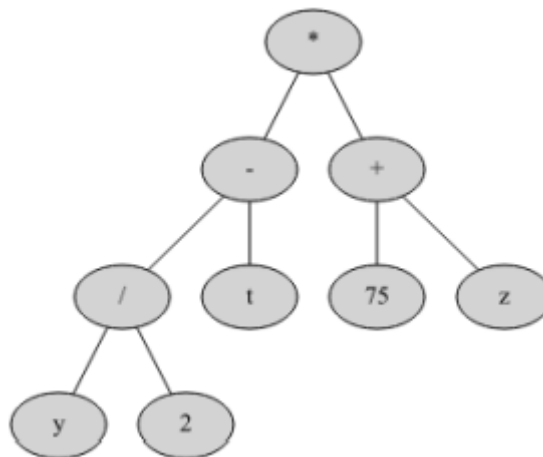


Figure 5

**Exercice 2** : Représenter l'expression  $\left(3 + \left(\frac{7}{3} - 1\right)^3\right)$

Les arbres sont très utilisés en informatique, d'une part parce que les **informations** sont souvent **hiérarchisées** et peuvent se représenter naturellement par une **arborescence** et d'autre part, parce que les structures de données arborescentes permettent de stocker des données volumineuses de façon que leur accès soit efficace.

## II/ Notions générales sur les arbres

On peut considérer un arbre comme une généralisation d'une liste car les listes peuvent être représentés par des arbres (que l'on appelle filiformes ou dégénérés car il n'y a qu'un seul lien entre deux nœuds).

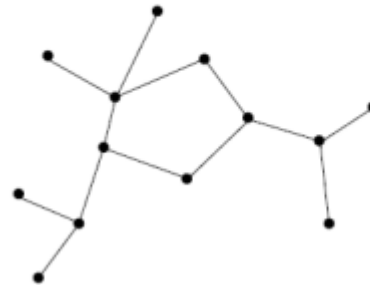
Voici la représentation graphique d'un arbre :



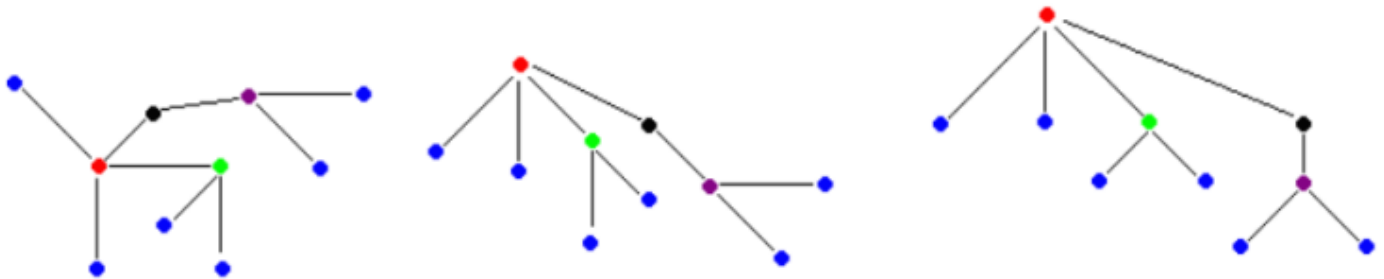
Voici celle d'une forêt.



**Attention :** Ceci n'est pas un arbre, car il existe un chemin d'un sommet vers lui même (appelé un cycle).



Lorsqu'un sommet se distingue d'un autre, on le nomme **racine** de l'arbre et celui-ci devient alors une **arborescence** (appelé « **arbre** » plus simplement).



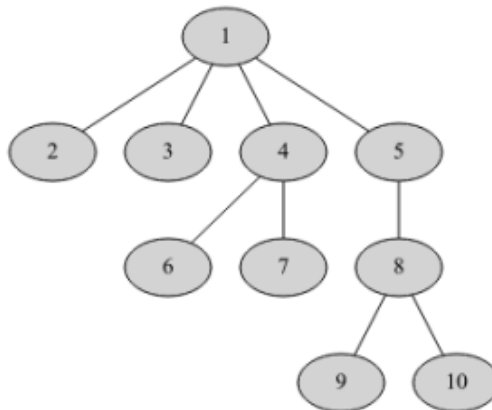
Les trois arbres ci-dessus représentent la même structure, cependant, pour deux d'entre eux, un sommet peut être désigné comme racine de l'arbre (le sommet rouge).

**A noter :** la troisième représentation est la plus claire et c'est celle qui sera adoptée de préférence). L'arbre est représenté ainsi « la tête en bas » ☺ avec la racine en haut.

### 💡 DÉFINITION :

#### Étiquette :

Un arbre dont tous les noeuds sont nommés est dit étiqueté. L'étiquette (ou nom du sommet) représente la "valeur" du noeud ou bien l'information associée au noeud. Ci-contre un arbre étiqueté avec les entiers entre 1 et 10.



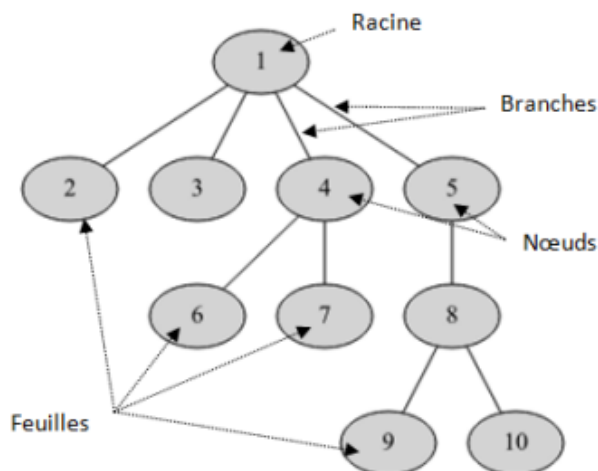
### 💡 DÉFINITION :

#### Racine, noeud, branche, feuille :

Un arbre est un ensemble organisé de noeuds dans lequel chaque noeud a un **père**, sauf un noeud que l'on appelle la **racine**.

Si le noeud n'a pas de **fil**s, on dit que c'est une **feuille**.

Les noeuds sont reliés par des **branches**.



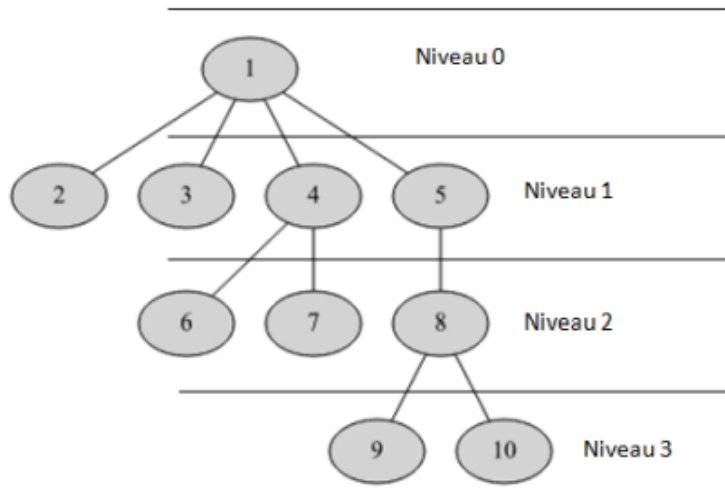
### 💡 DÉFINITION :

#### Hauteur d'un noeud :

la hauteur (ou profondeur ou niveau) d'un noeud X est égale au nombre d'arêtes qu'il faut parcourir à partir de la racine pour aller jusqu'au noeud X.

Par convention, la hauteur (ou profondeur) de la racine est égale à 0 (*Attention : La définition de la hauteur d'un noeud varie en fonction des auteurs. Pour certains la racine a une hauteur de 1.*)

Dans l'exemple ci-contre la hauteur du noeud 9 est de 3 et celle du noeud 7 est de 2.



### 💡 DÉFINITION :

La hauteur (ou profondeur) d'un arbre est égale à la profondeur du noeud le plus profond. Dans notre exemple, le noeud le plus profond est de profondeur 3, donc l'arbre est de profondeur 3

### ? QUESTION 1:

Déterminer les profondeurs des arbres de l'introduction:

### DÉFINITION :

#### Taille d'un arbre :

La taille d'un arbre est égale au nombre de noeuds de l'arbre.

Dans notre exemple, l'arbre contient 10 noeuds, sa taille est donc de 10.

### ? QUESTION 2:

Déterminer les tailles des arbres de l'introduction:

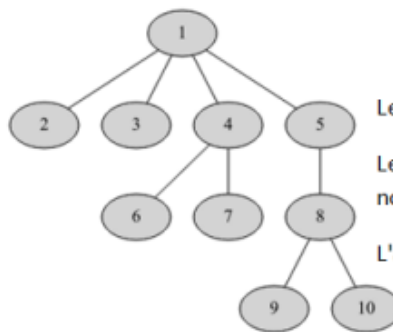
.....  
.....

### DÉFINITION :

#### Degré d'un noeud, degré d'un arbre :

Le degré d'un noeud est égal au nombre de ses descendants (enfants).

Le degré d'un arbre est égal au plus grand des degrés de ses noeuds



Le noeud 4 a 2 fils, il est de degré 2.

Le noeud 1 est de degré 4, c'est le noeud de plus grand degré.

L'arbre est donc de degré 4.

### ? QUESTION 3:

Déterminer les degrés des arbres de l'introduction:

### REMARQUE :

Le vocabulaire de lien entre noeuds de niveaux différents et reliés entre eux est emprunté à la généalogie :

Dans notre exemple :

- 8 est le parent de 9 et de 10
- 6 est un enfant de 4
- 6 et 7 sont des noeuds frères
- 5 est un ancêtre de 9
- 10 est un descendant de 5

### REMARQUE :

Un arbre dont tous les noeuds n'ont qu'un seul fils est en fait une liste.

