RND. Booléens. Logique. Combinatoire. Exercices. Corrigé

Exercice 1 : Algèbre booléenne

Simplifier les expressions logiques suivantes :

- a) $G = A.(\overline{A} + B) = A.\overline{A} + A.B = A.B$
- b) H = A.B.(A + B) = A.B.A + A.B.B = A.B + A.B = A.B
- c) $I = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.\overline{C} + A.B.C = A.B.C + \overline{A}.B.C + A.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.C + A.B.\overline{C}$ $I = B.C.(A + \overline{A}) + A.C.(B + \overline{B}) + A.B.(C + \overline{C}) = B.C + A.C + A.B$
- d) $J = (A + C).(A + \overline{B}).(A + \overline{C}) = (A.A + A.\overline{B} + A.C + \overline{B}.C).(A + \overline{C}) = (A + A.\overline{B} + A.C + \overline{B}.C).(A + \overline{C})$ $J = (A + \overline{B}.C).(A + \overline{C}) = A.A + A.\overline{C} + A.\overline{B}.C + \overline{B}.C.\overline{C} = A + O = A$

Exercice 2 : Algèbre booléenne

Simplifier les expressions logiques suivantes :

- a) $L = \overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + A.\overline{B}.C.\overline{D} + \overline{B}.C.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.C.\overline{D} + \overline{B}.D = \overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + \overline{B}.C.\overline{D} + \overline{B}.D = \overline{B}.\overline{D}.(\overline{C} + C) + \overline{B}.D$ $L = \overline{B}.\overline{D} + \overline{B}.D = \overline{B}.(\overline{D} + D) = \overline{B}$
- b) $M = A.B + C.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.C.\overline{D} + \overline{A}.B.C.\overline{D} = AB + C.\overline{D}$
- c) $N = C(A.\overline{D} + \overline{A}.B) + A.C.D.(A + \overline{B}) = C.(A.\overline{D} + \overline{A}.B + A.D.A + A.D.\overline{B}) = C.(A.\overline{D} + \overline{A}.B + A.D.A + A.D.A + A.D.\overline{B}) = C.(A.\overline{D} + \overline{A}.B + A.D.A +$
- d) $O = (\overline{A+B}).(\overline{C+D}) = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D}$ <u>Important</u>: Attention, $\overline{A+B+C+D} \neq \overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D}$ (Lois de De Morgan).
- e) $P = A + \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \cdot (A \cdot D + C) = A + \overline{B} \cdot C + (\overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{C}) \cdot (A \cdot D + C) = A + \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot D + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot D + \overline{A} \cdot C \cdot \overline{C} = A + \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C = A + \overline{B} \cdot C$

Exercice 3 (*): Algèbre booléenne

Simplifier les expressions logiques suivantes :

a)
$$R = A + \overline{A} \cdot B + \overline{B} = A + \overline{A} \cdot B + A \cdot B + \overline{B} = A + B \cdot (A + \overline{A}) + \overline{B} = A + B + \overline{B} = 1$$

b)
$$S = (\overline{A + B \cdot B}) \cdot (\overline{A + B}) = \overline{A + B} + \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{A} \cdot (\overline{B} + B) = \overline{A}$$

c)
$$T = \overline{C.\overline{B.C}} = \overline{C} + \overline{B.C} = \overline{C} + B.C$$

Remarque : la propriété $\overline{\overline{X}} = X$ est appelée « involution ».

d)
$$U = \overline{A.\overline{B}.C.D + \overline{B}.C} = \overline{\overline{B}.C} = B + \overline{C}$$

<u>Introduction à la table de Karnaugh que l'on reverra lors de la partie sur l'architecture des</u> systèmes.

Exercice 4:

 $A = \overline{C}$ (On peut trouver un groupe de huit « 1 ») $B = \overline{A} + \overline{C}$ (On peut trouver deux groupes de huit « 1 ») $C = \overline{A} \cdot \overline{C}$ (On peut trouver un groupe de quatre « 1 ») $D = A \cdot C$ (II y a un groupe de quatre « 1 »)

Exercice 5: Un contrat d'assurance

La solution est en ligne.