

# Probabilidad y Estadística Fundamental

@unal.edu.co

## I. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Las medidas de tendencia central establecen un dato o intervalo de datos que represente a todos los datos.

### 1) PROMEDIO - VARIABLES CUANTITATIVAS

- **Promedio Usual**

(Sin estar en tabla de frecuencia):

Sea  $x$ , Datos.

$x : x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- **Promedio Ponderado**

(Sin estar en tabla de frecuencia):

Sea  $x$ , Datos y  $w$  Pesos

$x : x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

$w : w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

- **Promedio Aritmetico**

(Si hay tabla de Frecuencia):

\* Mejor promedio que se maneja en estadísticas

Sea  $x$ , Datos y  $f_i$  Frecuencia.

$x : x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

$f : f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$

$$\bar{x}_A = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (3)$$

### 2) MEDIANA

- **Mediana**

(Variable Cuantitativa)

Es el dato o intervalo que hasta el acumula el 50% de ocurrencia acumulada.

$\bar{x}$  or  $Med [x]$

\* Se Utiliza para validar o Refutar el promedio usual

Ejemplo:

–  $x : 2, 3, 2, 2, 5, 2, 3, 1$

$\bar{x} = 2.5 \Rightarrow$  Promedio

$\bar{x} = 2 \Rightarrow$  Mediana

En este caso La mediana Respaldar al Promedio

–  $x : 2, 2, 2, 2, 5, 2, 3, 10000$

$\bar{x} = 2252.3 \Rightarrow$  Promedio

$\bar{x} = 2.5 \Rightarrow$  Mediana

En este caso La mediana NO Respaldar al Promedio

### 3) MODA

- **Moda (Toda Variable)**

La Moda es el dato o intervalo que mas se repite o que mas frecuente es.

### 4) MEDIA

- **Media**

(Variables Cuantitativa)

La Media se da cuando el Promedio Usual, la Mediana y la Moda son el mismo o tienen el mismo valor. Se representa con el simbolo  $\mu$ , ademas tiene una interpretación grafica que denota una simetria.

### 5) TABLA DE FRECUENCIA

a) **Rango (R)**

b) **Numero de Intervalos (K)**

$$1 + 3.322 \cdot \log(n) \quad (4)$$

\* Numero de datos

c) **Amplitud (A)**

$$A = \frac{R}{K} \quad (5)$$

## II. MEDIDAS DE VARIABILIDAD

(Variables Cuantitativas)

### 1) VARIANZA

- **Varianza Usual**

$$var[x] = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (6)$$

- **Varianza Ponderada**

$$var_w[x] = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_w)^2 \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n (w_i)} \quad (7)$$

- **Varianza Aritmetica**

$$var_A[x] = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_A)^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n (f_i)} \quad (8)$$

## 2) DESVIACION ESTANDARD

- **Desviacion Estandar Usual**

$$D[x] = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{var[x]} \quad (9)$$

- **Desviacion Estandar Ponderada**

$$D_w[x] = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_w)^2 \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n (w_i)}} = \sqrt{var_w[x]} \quad (10)$$

- **Desviacion Estandar Aritmetica**

$$D_A[x] = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_A)^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n (f_i)}} = \sqrt{var_A[x]} \quad (11)$$

## 3) COEFICIENTE DE VARIACION

- **Coeficiente de Variacion**

Condicion:  $x_i > 0$

$$CV[x] = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}}{\bar{x}} = \frac{D[x]}{\bar{x}} \quad (12)$$

## 4) RANGO

- **Rango**

$$Ran[x] = \max[x] - \min[x] \quad (13)$$

## 5) RANGO INTERCUARTILICO

- **Rango Intercuartilico**

$$IQR[x] = Q_3 - Q_1 \quad Q : \text{Cuartil}$$

$$P_{er}(75\%) - P_{er}(25\%) \quad P : \text{Percentil}$$

$$C(0.75) - C(0.25) \quad C : \text{Cuartil}$$

### III. MEDIDAS DE SIMETRIA Y FORMA (Variables Cuantitativas)

#### 1) COEFICIENTE DE ASIMETRIA

- **Coeficiente de Asimetria**

$$As[x] = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n \cdot \left( \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \right)^3} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n \cdot D[x]^3} \quad (14)$$

\* Que tan cerca o lejos esta de cero (0)

\* Si el resultado es cero (0) respalda la media

#### 2) COEFICIENTE DE CURTOSIS

(APUNTAMIENTO)

- **Coeficiente de Curtosis**

$$K[x] = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n \cdot \left( \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \right)^4} - 3 \right) = \quad (15)$$

$$\left( \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n \cdot D[x]^3} - 3 \right) \quad (16)$$

\* Si el resultado es cero (0) se da la Campana de Gauss

#### IV. PROBABILIDAD

Es una medida de la ocurrencia de un evento.

##### 1) Leyes de Morgan

$$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B} \quad (17)$$

$$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B} \quad (18)$$

\*  $A$  y  $B$  son mutuamente excluyentes si y solo si  
 $A \cap B = \emptyset$

##### 2) Axiomas de Probabilidad

- a) Sea  $A$  un evento,  $0 \leq P(A) \leq 1$   
 $0$  : Nunca Ocorre  
 $1$  : Siempre ocurre  
b) Sea  $A$  y  $B$  eventos,  $A \cup B$  y  $A \cap B$  son eventos, y la ocurrencia:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (19)$$

- c) Sea aun evento,  $\bar{A}$  existe  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

\*  $A$  y  $B$  son **Eventos Independientes** si y solo si:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad (20)$$

\*  $A$  y  $B$  son **Mutuamente Excluyente** si y solo si:  
 $A \cap B = \emptyset$

$$P(A \cap B) = 0$$

#### V. ENFOQUES DE PROBABILIDAD

*¿Como medir Probabilidad?*

##### 1) Enfoque clasico (Laplaciano)

$$P(A) = \frac{\text{Número de Aciertos}}{\text{Total de Resultados}} \quad (21)$$

##### 2) Probabilidad Condicional

$$P(A \parallel B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (22)$$

\*  $A \text{---} B$  :  
Si  $B$ , entonces  $A$ ,  
 $B$  implica  $A$

$$P(\bar{A} \parallel B_1) = 1 - P(A \parallel B_1) \quad (23)$$

##### 3) Teorema de Bayes

Sea  $\Omega$  un universo particionado por  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$   
con  $P(B_i) > 0$  y  $\sum_{i=1}^n P(B_i) = 1$   
Ademas, hay un evento  $A$  en  $\Omega$  de tal forma  $P(A \parallel B_i)$   
existe:

$$P(B_1 \parallel A) = \frac{P(A \parallel B_1) \cdot P(B_1)}{\sum_{i=1}^n P(A \parallel B_i) \cdot P(B_i)} \quad (24)$$